

Diagnostisk undervisning

Gard Brekke och Bo Rosén

I tre tidigare artiklar i Nämnaren har barns uppfattningar och missuppfattningar av tal i decimalform beskrivits. I denna artikel diskuteras och exemplifieras vad som menas med diagnostisk undervisning.

Tre tidigare artiklar i Nämnaren pekar på resultat som visar hur komplicerat det är att hjälpa eleverna att utveckla solida begrepp (Brekke & Støren, 1995, Brekke 1995, Brekke, 1996). I Brekke (1995) är begreppen missuppfattning och diagnostisk undervisning definierade. Artiklarna väcker frågor om prioritering när det gäller undervisningen. Traditionellt lägger man i undervisningen mer vikt vid att förse eleverna med fakta och färdigheter än vid att bygga upp begreppsliga strukturer. Arbetet med exempelvis tal i decimalform eller grafisk framställning går för det mesta ut på att eleverna utför en mängd rutinuppgifter. De ges inte tid eller möjlighet att diskutera eller reflektera över syftet med det de utför. Detta är en tradition som tycks vara svår att ändra på. Att utföra rutinuppgifter kan fungera bra när det gäller fakta och färdigheter, men detta arbetssätt är inte gångbart när det gäller inläring av andra delar av matematiska begrepp.

Läroböcker

Läroböckerna har av tradition lagt huvudvikten vid exempel – regel – metod. Detta har man knutit till fakta och färdigheter, med övning av dessa har varit huvudmål. Läroböckerna är utformade så, bland annat för att göra arbetet lättare för läraren. Av samma anledning har språket gjorts så enkelt som möjligt. Uppgifterna är uppbyggda i små steg, där avsikten är att öva

sig så att man kan bemästra stegen, ett åt gången. Aktiviteter som riktar sig mot begreppsliga diskussioner och reflektioner kommer i andra hand. Då man skriver böcker som skall passa för individuellt arbete, har man ofta lagt stor vikt vid att välja text och uppgifter så nära räkneproduren som möjligt. Ett exempel på detta är att man i uppgifter som handlar om division "alltid" låter divisorn komma efter dividenden, som tex i uppgiften: "15 äpplen ska delas på 5 personer. Hur många får var och en?" Att man alltid låter det största talet komma först i texten är också ett exempel på detta, och som kan bidra till de missuppfattningar som tidigare nämnts. (Brekke, 1995).

Det kan också diskuteras vilken roll textuppgifter eller verklighetsnära uppgifter skall ha i matematik. Skall det vara för att visa att det vi lär i matematik är praktiskt användbart, att det är till för tillämpning i bestämda räkneproducer eller bör vi lägga vikt vid textuppgifterna för att de innehåller ett viktigt element för att utveckla grundläggande begrepp? Det verkar som om många läroböcker i första hand har visat intresse för att lära ut räkneteknik och procedurer, och att också textuppgifterna

Gard Brekke arbetar vid Telemarksforskning i Notodden. En av hans arbetsuppgifter är KIM-projektet – Kvalitet i matematikundervisningen.

Bo Rosén arbetar inom samma projekt.

haft detta som sitt huvudmål. Ofta handlar nästan alla uppgifter i kapitlet division om bara division. Elevernas uppgift blir att dividera de tal som finns i texten med varandra. De ställs sällan inför problemet att välja räknesätt. I de *Veiledningshefter* som finns till diagnoserna i *Tall* og *Tallregning* visas att så ofta är fallet. Det är välkänt att många elever efter hand utvecklar strategier för att välja räkneoperation utifrån erfarenheter som har väldigt lite att göra med själva strukturen i uppgiften, t ex

- är det mer än två tal så addera dem
- är de två talen ungefär lika stora så subtrahera det minsta från det största
- är det ena talet stort i förhållande till det andra så dividera det största med det minsta
- går inte divisionen upp så pröva med multiplikation.

Diagnostisk undervisning

En mängd forskningsresultat om undervisning och inläring pekar på att det är *bättre att arbeta grundligt med ett fåtal väl valda uppgifter än att lösa en mängd rutinuppgifter*, om man vill utveckla matematiska begrepp. Aktiviteterna bör på ett naturligt sätt innehålla något om de centrala ideér som begreppet består av och bör vara upplagd så att eleverna fördjupar sin förståelse vid diskussionen. Aktiviteten görs för att elevens alternativa strategier och tankar kring begreppet skall komma fram och på så sätt knyts till ämnesinnehållet. Schematiskt kan man peka på följande faser i diagnostisk undervisning:

- Kartläggning av missuppfattningar eller ofullständiga uppfattningar hos eleven.
- Planering av undervisningen så att eleven blir medveten om sin missuppfattning. Detta kallas att skapa en kognitiv konflikt.
- Lösning av den kognitiva konflikten genom diskussioner och reflektioner.
- Användning av det nya eller utvidgade begreppet i olika sammanhang.

Den kognitiva konflikten

Förutsättningen för den första punkten är de diagnostiska uppgifterna. Analysen av elevsvaren i KIM visar på de strategier som eleverna använder och att missuppfattningar eller ofullständiga begrepp visar sig hos många i klassen. Att kartlägga missuppfattningar och begreppsmässiga hinder är en del i det diagnostiska sättet att arbeta.

Målet är att skapa ett reflekterat tänkande kring det som är det centrala i begreppet. Konfliktdiskussionerna kan hjälpa till att ta bort missuppfattningar. Man låter eleven möta problemställningar som är sådana, att om eleven har en viss missuppfattning så skall denna tydliggöras för att skapa en kognitiv konflikt. Diskussionen och reflektionen kring konflikten skall röja missuppfattningen ur vägen. Reflektion över hur nya ideér eller hur utvidgning av ett nytt begrepp är knutet till de erfarenheter man har sedan tidigare är centralt i arbetet. När man går över från att arbeta med naturliga tal till att också arbeta med tal i decimalform måste eleven anpassa sina gamla uppfattningar till nya talområden. Ex på lämpliga aktiviteter ges på sid 39 - 41.

På nästa sida finns ett exempel på en undervisningsaktivitet från geometri, som är tänkt att skapa en konfliktsituation. Uppgiften passar bra för att få eleverna att tänka igenom sin uppfattning. Erfarenheter från undersökningar om hur elever tänker kring begreppet proportionalitet säger oss att många elever kommer att addera 2 cm till alla sidor i figuren i uppgiften.

Många elever tror också, att genom att göra varje bit större får vi en förstoring. De har inte någon erfarenhet av att förstoring innebär att formen skall vara den samma efteråt. Målet är att eleven ska inse att detta inte blir resultatet om de adderar ett lika stort tal till varje sidas måttal. Genom att sätta dem i en situation där de uppmärksammas på att något inte stämmer med det de har tänkt sig, så har ”missuppfattningen blivit synlig” så att eleverna kan diskutera och reflektera över den.

Bitarna kan sättas ihop så att det blir en segelbåt.

Förstora bitarna i pusslet så att sidan i C är 6 cm efter förstoringen.

- Förstora varje bit var för sig.
- Klipp ut bitarna och sätt samman till en båt.
- Skriv ner hur du gjorde och visa båten för din lärare.
- Diskutera resultatet med din lärare om det inte blev som du tänkt dig. Prova igen.

diskussioner och reflektioner omkring det som man har funnit är det centrala.

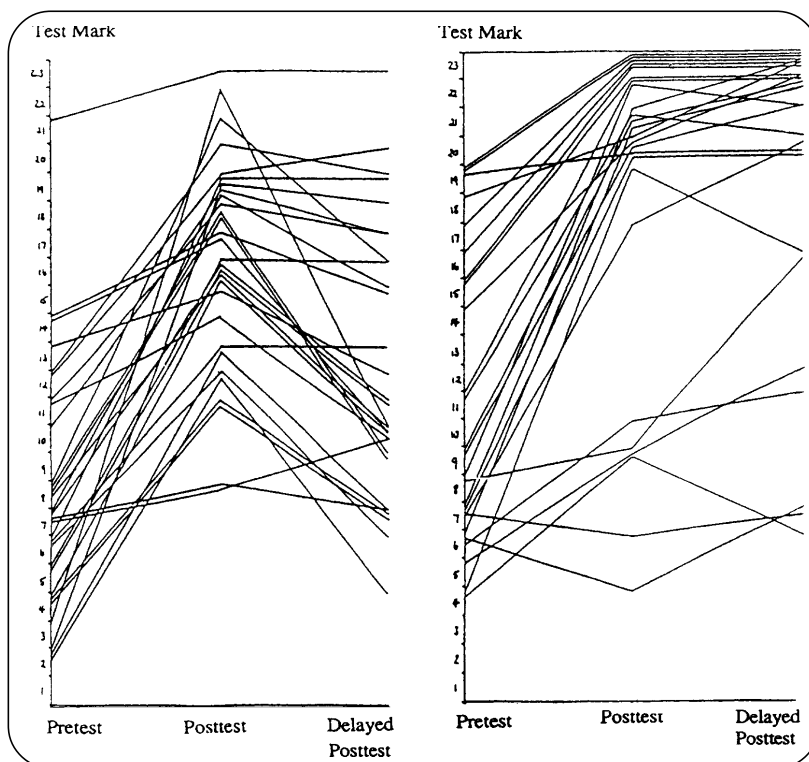
Undervisningseffekt

Det har gjorts en rad undersökningar för att testa undervisningseffektivitet utifrån konfliktdiskussioner. Här nedan finns resultat från en undersökning som gjorts inom geometriundervisning i åk 5 (Birks, 1987). I den ena klassen användes en lärobok som är avsedd för individuellt arbete, och som bygger på att eleven ska ta små steg för att utveckla ett inre begrepp – i läroboken kallad *guided discovery*. I den andra klassen arbetade eleverna i grupper på tre eller fyra med utmanande uppgifter, som var knutna till kända missuppfattningar inom området.

Diskussioner hölls bara i den sistnämnda klassen. Eleverna testades med samma prov före, direkt efter att undervisningen var genomförd och efter sommarlovet, då de återvände till skolan. Av diagrammen nedan framgår att de elever som deltagit i diskussioner av begreppslig karaktär tjänade på detta på längre sikt. Den klassen visas i det högra diagrammet.

Vid denna punkt i undervisningen har läraren flera val inför det fortsatta arbetet. En rad studier visar att bara att förklara inte är en effektiv metod i skapandet av begrepp. Däremot kan skapande av konflikt-situationer visa sig ha effekt. Då sätter man ”tummen på” missuppfattningen och man inbjuder eleven till att själv inse det otillräckliga i sitt eget tänkande.

En del lärare arbetar med svårigheten på ett annat sätt. De ber eleverna att göra en ny båt, där sidan i C skall vara 8 cm efter förstoringen. Många elever fördubblar *alla* mått och får en båt som är en korrekt förstoring av den givna båten. Dessa två aktiviteter bildar tillsammans en bas för diskussion/reflektion som ställer missuppfattningen i relief för eleven – och som gör det möjligt för eleven att värdera sitt eget tänkande. *Detta är den kognitiva konflikten*. Metoden har alltså en destruktiv fas med syfte att visa på att de gamla idéerna är otillfredsställande eller otillräckliga och en lösningsfas, där



Hur gör man?

Att be elever presentera sitt arbete eller förklara sina idéer inför klassen kräver en del planering. Det är viktigt att skapa en atmosfär där felaktiga och oklara uppfattningar blir diskuterade i stället för kritiserade och hånade. Att uppnå denna positiva atmosfär kan göras på många sätt, t ex

- samla några anonyma förslag från elever, skriva på tavlan och diskutera dem,
- be en representant från varje grupp lägga fram en åsikt som gruppen är enig om.

Lösningen knyts då till gruppen och inte till den enskilde eleven. I diskussionen är lärarens roll

- att vara ordförande, handledare som
 - styr diskussionen och låter alla delta
 - inte avbryter eller tillåter att en som talar blir avbruten
 - värdesätter alla meningar och inte poängterar sin egen uppfattning
 - hjälper eleven att formulera sin uppfattning
- att ibland vara provokatör som
 - introducerar en ny idé när diskussionen falnar
 - följer upp en åsikt
 - spelar ”djävulens advokat”
 - fokuserar på ett viktigt begrepp
 - undviker att ställa frågor som bara kräver enkla svar.

Läraren skall inte vara domare eller den som ”bedömer” och värderar varje svar med ”ja”, ”bra”, ”intressant” eller liknande. Detta hindrar ofta andra från att komma fram med alternativa idéer och uppmanar till ett ”yttre” accepterande i stället för ett utforskande samtal.

Då man diskuterar tränar man att

- fokusera på enighet såväl som på motsättningar i uppfattning
- argumentera för en åsikt och övertyga andra genom att ge exempel
- sätta sig in i andras tankar och kritik
- kritisera andras idéer och uppfattningar

- undersöka, utveckla och modifiera idéer som är på introduktionsstadiet, på väg mot ett begrepp.

Att nå dessa mål tar tid. Då man börjar undervisningen är det viktigt att eleven är klar över sin roll och sitt ansvar i denna form av undervisning. Se även Matematik – ett kommunikationsämne, s 45 ff.

Några exempel på aktiviteter

För att få eleven att förändra sin missuppfattning använder man olika strategier. *Att spela spel* är ett sätt. *Alltid sant, ibland sant och aldrig sant* samt *Rollbyte* är andra exempel på aktiviteter där eleven blir benägen att ”köpa” en ny idé.

Luffarschack – Fyra på linje

Detta är ett räknaspel för två.

6	1,9	40
0,4	0,5	0,9
1,5	14	2,5

- Spelare 1 väljer två av de nio talen och multiplicerar dem med varandra.
- Spelaren sätter en ring på spelplanen kring svaret.
- Spelare 2 gör detsamma och sätter ett kryss för sitt svar på spelplanen.
- Den som först får fyra ringar (eller kryss) lodrätt, vågrätt eller diagonalt har vunnit.

0,2	0,6	1,25	26,6	2,4	1,35
12,6	84	16	560	36	2,85
1,71	240	7	1	35	5,6
11,4	20	3	9	100	5,4
0,95	76	21	15	60	0,45
3,75	2,25	0,75	4,75	0,76	0,36

Först till hundra

Detta är ett miniräknarspel för två spelare

- Spelare 1 slår in ett tal
- Spelare 2 multiplicerar detta tal med ett annat tal, för att komma så nära hundra som möjligt
- Spelare 1 multiplicerar det nya svaret med ett lämpligt tal för att komma närmare 100.
- De turas om att multiplicera tills en av dem har kommit till ett tal 100,***

Här är ett exempel på hur ett spel kan gå

<i>Spelare</i>	<i>Slår in</i>	<i>På räknaren</i>	<i>Tänker</i>
1	64	64	
2	1,5	96	För lite
1	1,2	115,2	Femton för mycket
2	0,9	103,68	Drygt tre för mycket
1	0,9	93,312	För lite igen
2	1,08	100,77696	Jag vann!

Spel som utgångspunkt för diskussion

Spel engagerar eleverna att göra val som rör de centrala begreppen. Det har visat sig vara effektivt för inläring. Är spelet bra så ger det automatiskt feedback, eftersom de flesta elever inte tycker om att förlora i spel och på så sätt är beredda att förändra sina begreppsuppfattningar.

Alltid sant, ibland sant och aldrig sant

En annat sätt att diskutera är att göra påståenden av typen *sant*, *då och då sant* eller *aldrig sant*. Valet av påstående skall motiveras. Här är ett exempel på detta sätt att arbeta.

Sant eller inte?

Tillverka kort med olika påståenden. Arbeta i grupp och kom överens om var korten skall ligga, under sant, då och då sant eller aldrig sant.

När jag multiplicerar med noll kan jag sätta till en nolla på slutet.

När man multiplicerar blir svaret större.

Man kan dividera ett litet tal med ett stort.

Långa tal är större än korta

.....

Rollbyte

I undervisningen är det oftast läraren som frågar och eleven som svarar. I många fall blir elevsvaren värderade och rättade. Dessa roller kan bytas. Man kan låta eleven utveckla frågor utifrån en given situation. Läraren kan t ex be eleverna i klassen att rätta ett konstruerat elevarbete, att peka på tankefel och att föreslå ett bättre sätt att tänka. Se exemplet *Rätta hemarbete* på nästa sida.

Kan du se bort från nollor?

Diskutera hur många olika tal det finns i ruta.

3,000 0,3 3 03 30 0,03
0,003 0,030 3,00 3,0

Petter: Alla ser lika ut, men jag tror att 3 och 3,0 står för samma tal.

Karin: Det håller jag med om, men 0,30 och 0,3 är inte samma tal.

Margit: Om du lägger till nollor i slutet av talet så har det ingen betydelse för storleken på talet.

Håller du med om dessa synpunkter?

Rätta hemarbete

Din lärare har samlat in ett hemarbete som eleverna har utfört. Här är Helges och Gunnars svar. Rätta dem. Skriv det rätta svaret där de har gjort fel. Kan du förklara hur Helge och Gunnar har tänkt?

Jämförelse av decimalform

Helge

1. Sätt en ring runt det största talet

3,521 3,6 3,75

Förklara varför det är störst.

För att 521 är större än 6 och 75

2. Skriv talen i följd, från det största till det minsta.

1,86 1,9 2,07 2,5

1,842 2,10 1,7756

Svar: 2,10 2,07 2,5 1,7756
1,842 1,86 1,9

3. Skriv ett tal som är större än det första, men mindre än det andra:

a 4,2 4,3 4,5

b 0,9 0,10 1

c 1 1,1/2 1,1

Jämförelse av decimalform

Gunnar

1. Sätt en ring runt det största talet

6,4 6,85 6,325

Förklara varför det är störst.

För att det har minst antal siffror

2. Skriv talen i följd, från det största till det minsta.

8,67 8,8 8,09 8,4

8,38 8,675 8,5

Svar: 8,8 8,5 8,4 8,67
8,38 8,09 8,675

3. Sätt en ring runt alla tal som är större än 0,45.

0,15 0,3 0,5 0,625 0,375

4. Rita en ring runt alla tal som är mindre än 0,75.

0,706 0,6 0,815 0,9 0,085

Referenser

- Birks, D. (1987). *Reflection: A Diagnostic Teaching Experiment*. Master of Education thesis. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.
- Brekke, G. (1996a). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt lærermiddelsenter.
- Brekke, G. (1996b). *Veiledning til diagnostiske Prøver. Tall og tallregning*. Oslo: Nasjonalt lærermiddelsenter.
- Brekke, G. (1995). Oppfatninger av desimaltall. *Nämnnaren* 22(4), 27-34.
- Brekke, G. & Støren, H. (1995). Kvalitet i matematikundervisningen. *Nämnnaren* 22(3), 10-14.
- Department of Education and Science. (1982). *Mathematical Development*. London: HMSO.
- Diagnostiske prøver 4. klasse, 6. klasse og 8. klasse*. (1996). Oslo: Nasjonalt lærermiddelsenter.
- Emanuelsson m fl (red) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Nämnnaren. Göteborgs universitet.
- Johansson, I. (1995). Spel för kunskapande. *Nämnnaren* 22 (3), 42-45.
- Johansson, I. (1996). Spel och spelande. *Nämnnaren* 23 (1), 34-37.
- Rosén, B. (1995). Problemavdelningen. *Nämnnaren* 22(3), 49.
- Uppslaget: Test på tal i decimalform. (1995). *Nämnnaren* 22(3), 26-27.