

Elever med särskilda förmågor

Här är en rapport från en internationell konferens kring undervisning av elever med särskilda förmågor och fallenhet i matematik.

Tänk att få rikta all uppmärksamhet mot forskning och främjande av kreativitet och begåvning i matematik! Det var precis vad vi och ytterligare 200 deltagare hade förmånen att få göra under fem intensiva konferensdagar i Haifa, Israel, då *The 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* gick av stapeln. Tillsammans med andra matematikdidaktiker, pedagoger och glädjande nog många matematiker fick vi delta i ett varierat utbud av aktiviteter, som alla lockade till engagemang, glädje och inte minst inspiration för utmanande matematikundervisning. Plenarmöten och forskningspresentationer varvades med workshops och projektbeskrivningar och symposium- och rundabords-diskussioner avlöstes av intensiva samtal under fikapausen. Allt kryddades med ett par skolbesök som fick oss att drömma om den framtida skolundervisningen i matematik i Sverige.

Myter och behov

Varje dag fick vi ta del av plenarmöten som belyste frågor rörande matematisk kreativitet och särskild förmåga och fallenhet i matematik ur vitt skilda perspektiv såsom utifrån affektiva och psykosociala dimensioner, Hollywoodperspektiv, läroplansdesign och utmanande matematik såväl i som utanför klassrummet. Det är intressant

att notera att Hollywoodfilmernas framställning av matematiska genier, som räknemässiga trollkarlar vilka löser allt snabbt och lätt, till stora delar sammanfaller med vad svenska grundskollärare ofta tar som tecken på att en elev har särskilda förmågor och fallenhet i matematik (Pettersson, 2008). Detta trots att forskning betonar att snabbhet inte på något sätt är en förutsättning för uppvisandet av särskilda förmågor i matematik.

En annan faktor som lyftes fram under ett plenarmöte och som berörde elevernas psykosociala situation var vikten av att stödja och utmana alla elever. Detta gäller även elever med särskilda förmågor och fallenhet i matematik och inte minst när det går *bra* för dem. Som lärare är vi ofta uppmärksamma, stödjande men också krävande då det går mindre bra för våra elever, men vi måste också inse vikten av att utmana, stödja och ha ytterligare förväntningar på våra elever när det går lätt för dem. I annat fall finns risken att dessa elever blir slöa och ej får inarbetade studievänor, något som ligger dem till last längre fram i utbildningen.

Math by mail

Under konferensen presenterades ett antal projekt och idéer som genomförts för att utveckla elevers matematiska kreativitet och för att främja matematisk förmåga och fallenhet i matematik. Dessa projekt berörde

allt från undervisningspraktiker baserade på icke-traditionella läroplaner i matematik till erfarenheter från matematiktävlingar. Ett projekt som är värt att lyfta fram, pga av dess möjliga överförbarhet till svenska förhållanden, går under namnet *Math by mail*. Satsningen som görs av The Young Science Section av The Weizmann Institute of Science går ut på att erbjuda elever matematikberikande aktiviteter som ligger utom den ordinarie kursplanen. Det är värt att notera att denna insats är öppen för *alla* elever och deltagandet är *frivilligt* och *gratis*. Verksamheten bygger på att elever får möjlighet att under varje läsår arbeta i en serie av matematikhäften som distribueras till eleven med vanlig eller elektronisk postgång. När en elev har löst alla problem så långt han/hon kan i häftet, sänds lösningarna in till en matematiker som granskar och kommenterar materialet. Det görs ingen poängsättning eller gradering av elevens lösningsförslag, samarbete snarare än tävlingsanda betonas. Varje år skapar institutet sex häften inom olika områden och varje år är det nya ämnen. Dessa häften görs i tre olika svårighetsgrader för att möta elevers olika behov av utmaning. Eleverna har dessutom möjlighet att diskutera med varandra via ett elektroniskt forum.

Matematiktävlingar

Som komplement till verksamheter likt *Math by mail* finns matematiktävlingar, något som på olika sätt återkom under konferensdagarna. Just matematiktävlingar och den utmaning som följer med en tävling har rönt ett växande intresse inom forskning om lärande och undervisning, inom undervisning och inom organisationer. *ICMI Study 16* är ett exempel på forskning som inspirerats av utmaningar i matematiktävlingar och vid The University of Latvia bedrivs forskning inom ramen för matematiktävlingar. I Lettland finns ett utarbetat system av matematiktävlingar och utvecklingsprogram för de elever som presterar väl i dessa sammanhang. Dessa program är avsedda att stimulera elever i matematik, men bör inte ses som en väg endast avsedd för landets blivande främsta matematiker.

Begåvad, lovande eller med särskilda förmågor och fallenhet

Under konferensen framkom det att "begåvningar" kan definieras och identifieras på flera olika sätt beroende på vilket område eller ämne som studeras. Inom matematiken är det vanligt att goda resultat på IQ-tester, särskilt utformade matematiktester och matematiktävlingar agerar som indikatorer på matematisk potential. I tex Israel genomgår alla barn IQ-tester och de barn som presterar bland de 10% bästa anses vara "begåvade" och får automatiskt rätt till särskild utbildning inom det eller de områden som de visar speciell fallenhet för. För äldre elever finns möjlighet att ta del av liknande utbildningssatsningar inom ett specifikt ämne om de lyckas få goda resultat på ett särskilt, frivilligt, ämnesinriktat test.

I USA väljer man istället att tala om utveckling av "lovande matematikelever" och avser elever som har potentialen att bli framtida ledare och problemlösare. "Matematiskt löfte" ses som en funktion av matematisk förmåga, motivation, tilltro till sig själv och egna erfarenheter. Här används en mängd olika modeller för att fånga upp de elever som är i behov av särskilda utmaningar. En modell, The Revolving Door Identification Model, lägger inte endast vikten vid goda resultat på traditionella tester utan tillåter även att elever nominerar sig själva till deltagande i speciella åtgärdsprogram. Dessutom lägger man inom modellen stor vikt vid kreativitetsaspekten, vilken ofta kräver andra instrument än traditionella tester för att kunna uttryckas och upptäckas.

I Sverige har vi ännu ingen nationellt antagen terminologi för elever som är i behov av extra utmaningar i matematik. Vi saknar också en nationellt förankrad diskussion om vilka elever som avses och vilka olika möjliga undervisningsformer respektive organisatoriska upplägg vi kan och bör erbjuda eleverna. Pågående svensk forskning har tagit fasta på detta och behandlar frågeställningar som direkt berör ämnet (Wistedt, 2007). Vi har i dessa sammanhang valt att tala om elever med särskilda förmågor och fallenhet i matematik, där vi betonar att matematiska förmågor är utvecklingsbara och att denna utveckling endast sker i en matematisk aktivitet.

Nationella satsningar – exemplet Israel

Även om synen på definition och identifiering av särskild förmåga och fallenhet i matematik skiljer sig något åt mellan olika länder så genomsyrades konferensdagarna av en samstämmighet i att speciella utvecklingsinsatser är nödvändiga för dessa barn och elever. I flera länder, tex USA, Turkiet och Israel, finns också särskilda avdelningar vid utbildningsdepartementet som har till uppgift att se till att barn och ungdomar med speciella förmågor får sina intellektuella behov tillgodosedda. I dessa länder finns även nationellt utarbetade program som är avsedda för att verkställa aktiviteter som utvecklar barnens och ungdomarnas kreativitet och speciella förmågor.

I Israel finns det ett antal program baserade på privata, ej kostnadsfria, eller halvt privata, kostnadsfria, initiativ för att bistå elever med särskilda förmågor i och fallenhet i matematik med kompetent utbildning i samklang med elevernas möjligheter. Det största programmet, *Mofet* (kostnadsfritt), har vuxit ur de rysk-judiska emigranternas erfarenheter och omfattar cirka 14 000 ungdomar från hela landet. Till ett 40-tal skolor spridda över hela landet väljs de mest lovande studenterna ut och dessa får en intensiv matematikutbildning av mycket välutbildade matematiklärare. Förutom att eleverna erbjuds fler timmar matematikundervisning, åtta istället för de vanliga fem, så är även den matematiska verksamheten på en annan nivå. Verksamheten innebär dock inte att elever skall arbeta vidare med nästa årskurs matematik eller högskolematematik. Istället får eleverna fördjupa sig i det material som omfattas av den ordinarie utbildningen för åldersgruppen.

Det är värt att notera att Mofet, liksom flera andra skolor, väljer ut elever på grundval av deras matematiska förmågor, och inte på grund av att eleverna skulle vara högpressterande i alla ämnen.

Lektionsbesök

Under konferensveckan fick vi bland annat besöka en lektion för matematikbegåvade elever i årskurs 10 på Tihon Hadera. Temat

för lektionen var två relativt vanliga geometriproblem, se nästa sida. Lektionen inleddes med en mycket kort presentation av den första deluppgiften som eleverna genast började arbeta med. Några få minuter senare diskuterades livligt möjliga lösningar till uppgiften, varpå nästa fördjupande frågeställning presenterades och eleverna på nytt arbetade själva. Efter ytterligare några minuter diskuterades återigen elevernas förslag i helklass. Detta intensiva växelspel mellan elevarbete och helklassdiskussion fortgick under hela lektionen, och det var överraskande att se hur läraren följde upp varje elevs initiativ. Lektionen präglades därmed av kvalitativa matematiska resonemang, där eleverna stod för en mycket stor del av diskussionerna och där läraren ofta endast agerade moderator. Det mer tekniska arbetet övade eleverna upp hemma genom att arbeta med uppgifter ur läroboken. Det är också värt att notera att tavlan användes som ett gemensamt anteckningsblock med läraren som notarie. När lektionen sedan avslutades var tavlan fylld med olika sätt att lösa en och samma uppgift – alla förslag var initierade och i de flesta fall fullt utarbetade av eleverna.

Hemma igen

Nu är vi fyllda av förhoppning och förväntan över vad vi i Sverige kan åstadkomma för elever med särskild förmåga och fallenhet i matematik. Det vi här beskrivit är bara ett axplock av vad vi fått möjlighet att erfara under konferensen, men om vi så bara fått ta del av atmosfären och ett enda projekt som tex *Math by mail* hade resan ändå varit värd pengarna. För oss är det en självklarhet att åka till Lettland år 2010 och *The 6th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Vi hoppas att fler vill följa med dit.

LITTERATUR

- Pettersson, E. (2008). *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik*. Matematiska och systemvetenskapliga institutionen, Växjö universitet.
- Wistedt, I. (2007). *Pedagogik för elever med förmåga och fallenhet för matematik i en skola för alla*. Ansökan till Vetenskapsrådet.

PROBLEM 1

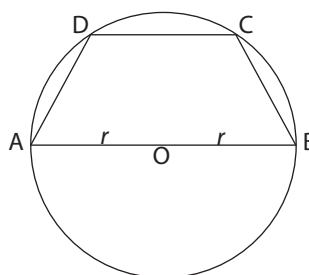
ABCD är en rektangel med omkretsen 40 cm.

- 1: Finn tre olika möjligheter för sidlängderna hos ABCD.
- 2: Bestäm arean för rektangeln för varje möjlighet.
- 3: Gissa vilken rektangel med omkretsen 40 cm som har den största arean, om du tar alla möjligheter i beaktande.
- 4: Uttryck problemet att finna arean av en rektangel med en given omkrets i form av en funktion.
- 5: Undersök funktionen med hjälp av derivatabegreppet för att finna den rektangel, med en given omkrets, som har störst area. Var uppmärksam på eventuella begränsningar som den variabel du har valt kan ha.
- 6: Finns det ytterligare sätt att lösa problemet?

PROBLEM 2

Trapetsoiden ABCD är inskriven i en halvcirkel med mittpunkten O, diametern AB och radien r . Se figuren. Hur lång ska trapetsoidens korta bas vara för att arean ska bli så stor som möjligt? Vilken är den största arean?

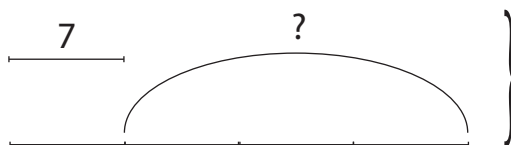
- 1: Vad tycker du att man ska välja som variabel för en funktion för att lösa problemet med hjälp av derivata? Lägg märke till att det finns flera möjligheter.
- 2: Formulera en funktion för att lösa problemet med utgångspunkt från den variabel som du har valt.
- 3: Undersök funktionen för att finna svaren (basen och arean).



Detta problem är hämtat från en lektionsplanering för klass 2 i *Nizanim School* i Hadera. Det ingår i en serie aktiviteter kring multiplikation och om att lösa multiplikationsproblem med hjälp av bilder. Efter att grupperna har presenterat sina förslag ska de föreslagna problemen diskuteras gemensamt i klassen.

Arbeta tillsammans i grupp.

Gör ett problem som passar till bilden, och lös sen problemet.



Uttryck matematiskt:

Svar: