

## Att sätta lärares och elevers lärande i fokus

I denna artikel beskrivs ett sätt att arbeta med "learning study". En lärargrupp har arbetat med ett moment inom bråkräkning, och studerat kritiska aspekter som var avgörande för att eleverna skulle lära sig att subtrahera delar från en helhet.

I en *learning study*<sup>1</sup> sätter man fokus på det kunnande som man vill att den lärande ska utveckla. Hur innehållet hanteras i undervisningen har stor betydelse för lärandet. Det finns två centrala begrepp, *lärandeobjekt* – det vi vill att eleverna skall lära sig och *kritiska aspekter* – det som är kritiskt för inlärningen och det som eleverna måste få syn på för att lära sig det vi tänkt. Den vetenskapsteoretiska plattform som vår learning study vilar på är *variationsteorin*.

*... we cannot discern anything without experiencing variation of that object. There would not be any gender if there were only one, no colour if there were only one colour etc. So we believe that what varies and what is in variant is fundamentally important.*

(Marton & Morris 2002, s20)

Marton och Morris (2002) menar alltså att variation är helt avgörande för lärande. I vår undervisning måste vi visa olika exempel på samma sak för att skapa variation. För att veta vad något är, så måste vi veta vad det inte är. När vi hittat de kritiska aspekterna så skapar vi variation av desamma. För att tex lära barn att urskilja vad en kantarell är, så måste vi ha andra svamparter att jämföra med, kontrastering. Problemet när undervisning planeras är att oftast kopplas de kritiska aspekterna till elevernas svårigheter istället för till själva innehållet. Att koppla de kritiska aspekterna till innehållet har varit vägledande för oss i vår studie, vilket vi ska försöka visa genom denna artikel.

### Bakgrund till projektet

I januari 2007 startade verksamhetsområdet Frösakull/Gullbrandstorp i Halmstads kommun en större satsning på matematik. Man inrättade en matematikutveckeltjänst på 60%, som skulle arbeta med områdets två grundskolor och tre förskolor. Målet för satsningen är bättre måluppfyllelse och att eleverna/barnen ska få större lust för matematik. I samarbete med lärarna togs två handlingsplaner fram, en för förskolorna och en för grundskolorna. Syfte med

---

<sup>1</sup>Tyvärr finns ännu inte någon vedertagen svensk beteckning på learning study, så i artikeln används den engelska termen (red anm).

planen för grundskolan är att med ett lustfyllt och kreativt arbetssätt arbeta med läroplanens mål att sträva mot och dess kunskapssyn.

Den nulägesbeskrivning som verksamhetsområdet genomförde våren 2007 visade ett behov av ett tydligt och konkret samarbete mellan verksamma lärare och forskning. Vi behövde bli fördjupade kunskaper kring lärares och elevers lärande. Learning study blev ett utmärkt redskap för att nå det syftet.

Verksamhetsområdet uppvaktade Halmstads Barn- och Ungdomsförvaltning och Högskolan i Halmstad för att föreslå ett aktivt samarbete mellan dessa tre parter. Hösten 2007 diskuterades formerna för detta samarbete och en forskare knöts till verksamhetsområdet. Området som skulle belysas var hur lärarna integrerar matematikkunskaper med matematikdidaktik och allmänna lärarkunskaper för att eleverna ska lära mer och bättre. En del i detta var att erbjuda lärarna en utbildning i learning study. Därför kontaktades Göteborgs universitet eftersom de har mångårig erfarenhet av arbete med sådana som en metod för lärande. I januari 2008 startade utbildningen. Deltagare var en rektor, en matematikutvecklare och de fem lärare som undervisar i matematik i skolår 6 – 9.

## Vår learning study

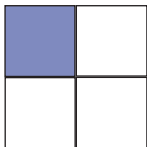
I en learning study väljer lärarna ett område som man vill utveckla hos eleverna och därmed utvecklar man det även hos sig själv. Vi bestämde oss tidigt för att studien skulle handla om bråkräkning. Vår samlade erfarenhet var att elever har svårt för subtraktion av bråk, så att *förmågan att subtrahera delar från en helhet*, t ex  $2 - \frac{2}{5}$  blev vårt lärandeobjekt. Studien kom att genomföras i tre parallellklasser i åk 6, med tre olika matematiklärare.

Arbetet i en learning study sker i cykler. När vi väl har bestämt område gör vi ett förtest för att ta reda på vilka förkunskaper eleverna har. Förtestet konstrueras utifrån vad vi *tror* är kritiskt för elevernas lärande, dvs utifrån *kritiska aspekter*. Med resultatet som underlag planerar vi sedan tillsammans en lektion som videofilmas. Efter lektionen gör den berörda klassen ett eftertest som är identiskt med förtestet. Genom att använda samma test både som för- och eftertest kan vi lättare jämföra och dra slutsatser i nästa steg. Filmen och testresultaten analyseras tillsammans i gruppen, och för att utveckla innehållet/lektionsupplägget planeras en ny lektion. Lektion nummer två hålls i en ny klass eller grupp och proceduren upprepas. Även en tredje lektion hålls i ytterligare en ny grupp. Slutligen gör vi en sammanfattning och analys av hela processen.

Förtestet blev en övergripande kartläggning av elevernas kunskaper när det gäller bråk. Vi ville ge eleverna möjlighet att uttrycka sina kunskaper både med ord, bild samt siffror.

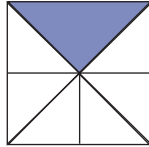
En uppgift från förtestet:

a:



\_\_\_\_\_

b:



\_\_\_\_\_

3) För figurerna nedan – visa med ett bråk per figur hur mycket som är skuggat.

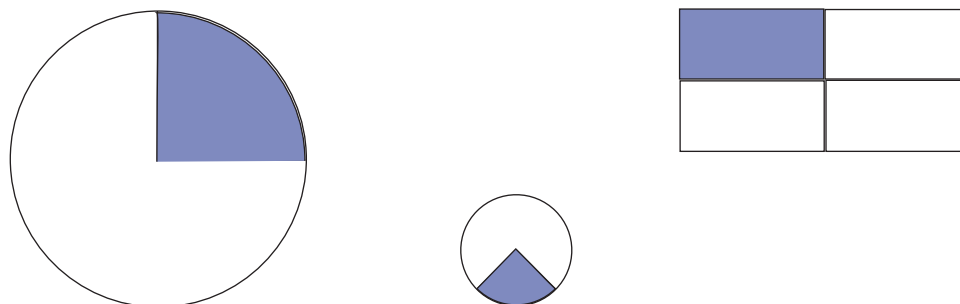
De flesta eleverna klarade den första uppgiften, däremot stötte de på problem i b-uppgiften där många svarade  $\frac{1}{7}$ . Detta är ett exempel på en kritisk aspekt som vi fick fram. Vi menar att ett korrekt matematiskt språk är direkt avgörande för elevernas förståelse. Pratar vi om en del av sju, eller en sjundedel?

Vid vår analys av förtestet kom vi fram till att följande kritiska aspekter verkade vara avgörande för att eleverna skulle nå förståelse för vårt lärandeobjekt, att subtrahera delar från en helhet.

- ◇ Delar måste vara lika stora för att kunna jämföras, dvs bråkdelar innebär att delarna är lika stora
- ◇ En hel kan vara olika
- ◇ Att kunna förlänga och förkorta bråk

### Lektion 1

Vi bestämde oss för att belysa några kritiska aspekter, nyckelkunskaper, under lektionen. Först låg fokus på ”delar måste vara lika stora för att kunna jämföras”. Ett exempel från lektionen:



Enligt variationsteorin höll vi här delen konstant medan vi lät helheten variera. En kritisk aspekt var förståelsen för att delen i en fjärdedel är konstant och inte beroende av helhetens storlek. Eleverna fick först resonera kring frågan:

– Finns här något som representerar en fjärdedel?

Vi kom fram till att det är mycket viktigt hur vi illustrerar delarna för eleverna. Det visade sig nämligen att de flesta elever menade att delen i den lilla cirkeln är en tredjedel. I vår analys av lektionen blev det uppenbart för oss att de flesta läromedel och även vi själva, illustrerar en fjärdedel så som den stora cirkeln, dvs i första kvadranten. Detta är hämmande för elevernas förståelse.

– Vilket vill du helst ha, en halv vanlig pizza eller en tredjedels familjepizza?

En kritisk aspekt är när helheten varierar och därmed delarnas storlek. Vi ställde därför ovanstående öppna fråga för att utmana eleverna.

En annan kritisk aspekt var förståelsen för att varje del måste vara lika stor när vi pratar om bråk, dvs för att de ska kunna kallas tredjedelar måste de tre delarna vara lika stora.

I detta exempel höll vi helheten konstant medan vi varierade delarna. Eleverna fick nu frågor:

- Finns här något som illustrerar en tredjedel?
- Finns här något som inte illustrerar en tredjedel?

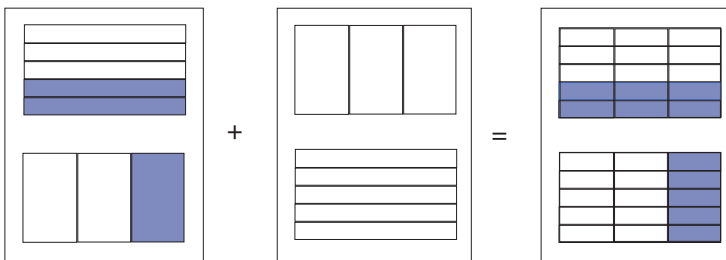


Efter interaktion i klassrummet kom eleverna fram till att delarna måste vara lika stora för att kunna jämföras.



En tredje kritisk aspekt för att kunna subtrahera bråk är förmågan att jämföra två bråk som har olika nämnare och då kommer *förlängning* in. Eleverna fick jämföra  $\frac{1}{3}$  med  $\frac{2}{5}$  på ett laborativt sätt och försöka komma fram till hur stor skillnaden emellan dem är, subtraktion. Ett nyckelmoment i lektionen blev när läraren efter elevernas redovisning lade två rutnät över varandra på OH. Det ena med en "chokladkaka" uppdelad i tredjedelar på ena ledden och den andra en chokladkaka uppdelad i femtedelar på andra ledden. Då blev skillnaden tydlig,  $\frac{1}{15}$ .

Resonemanget om att  $1 \text{ hel} = \frac{5}{5}$  behövdes också för att lösa  $2 - \frac{2}{5}$ .



Eleverna var väldigt delaktiga under denna första lektion. En sak som läraren lyckades bra med var att ta tid till resonemang där hela klassen faktiskt var involverad. Utgångspunkten blev de kunskaper eleverna hade med sig. Eftertestets resultat var bättre än förtestets både på uppgifter som behandlade vårt lärandeobjekt och på andra uppgifter som berörde subtraktion, som:

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \text{ och } \frac{2}{5} - \frac{1}{10} =$$

## Lektion 2

Till lektion två lade vi mer tid till subtraktionsräkning med hjälp av förlängning. Tiden var ändå otillräcklig för att vi skulle hinna med att resonera i önskvärd utsträckning. En markant förbättring blev det på uppgifter som handlade om vikten av att bråkdelarna av en helhet ska vara lika stora. När vi gått igenom eftertestet och studerat filmen insåg vi att rutindelningen på chokladkakorna gjorde uppgiften svårare för en del elever. Vi tog därför bort rutorna på chokladkakorna till lektion 3.

### Lektion 3

Den tredje lektionen innehöll mer räkning vid tavlan och mindre gemensam diskussion. Mycket tid lades till subtraktion av bråk, helhet minus delar t ex  $1 - \frac{1}{4}$ . Vi diskuterade hur relationen mellan täljare och nämnare påverkar ett bråks storlek. Detta hade vi inte fokuserat lika mycket på under lektion 1 och 2.

Det eleverna förbättrade var att dela fyra chokladbitar mellan tre personer och att uttrycka resultatet i bråkform. Även denna klass förbättrade sina kunskaper i att subtrahera bråk från varandra och att subtrahera del från helhet, vilket var vårt lärandeobjekt.

### Vad eleverna har lärt sig inom bråkräkning

- ◊ Eleverna har lärt sig att subtrahera delar från en helhet
- ◊ Ökat förståelsen för mångfalden av helheter och delars storlek
- ◊ Ökat förmågan att jämföra olika bråk
- ◊ Ökat förmågan att använda samt utvecklat sitt matematiska språk
- ◊ Ökat sin förståelse för vardagsmatematik
- ◊ Övat sin förmåga att använda verktyg som förlängning och förkortning

### Vad vi lärde oss

- ◊ Kunskapen förstärktes om att användning av ett korrekt matematiskt språk är betydande för elevernas inläring.
- ◊ Tack vare att vi analyserade den planerade lektionen gavs vi möjlighet att få syn på både det som var bra och sådant som vi kunde förändra eller utveckla.
- ◊ Det finns en direkt koppling mellan hur en lärare behandlar ett innehåll i lektionen och vad eleven lär sig. Detta syns i resultatet på för- och eftertestet.
- ◊ Variationsteorin är idag ett naturligt redskap för oss i olika sammanhang.
- ◊ Vår uppfattning av elevernas lärande är inte alltid detsamma som elevernas faktiska lärande.
- ◊ Styrkan i samplanering av lektioner.
- ◊ Att behovet av metodisk och pedagogisk diskussion mellan matematiklärare är stort.

#### LITTERATUR

- Hiebert, J. (2002). Lektionsplanering. *Nämnanen* 29(1) 53-57.
- Kullberg, A. & Runesson, U. (2007). Möte med bokstäver. *Nämnanen* 34(1) 8-12.
- Marton, F. & Morris, P. (red) (2001). *What matters? – discovering critical conditions of classroom learning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Runesson, U. (2004). Med lärandets innehåll i fokus. *Nämnanen* 31(1) 34-37.
- Åkerlund, S. (2006). Att lära av varandra. *Nämnanen* 33(2) 26-29.
- Åkerlund, S. (2005). Utveckla undervisning tillsammans. *Nämnanen* 32(3), 17-21.