

# Bråk – helt enkelt

Ulla Öberg

---

*Hur kan vi bäst utgå från barns förkunskaper om tex bråk? De kan ofta en hel del om delar och hela. Artikeln är en sammanfattning av en föreläsning med samma namn under Matematikbiennalen i Göteborg 2000.*

---

## Ska vi låta bli bråk i skolan?

Många undersökningar visar att alltför många elever kan mer om bråk före undervisning än efter. Kan vi komma tillrätta med det? Ett sätt vore kanske att i större utsträckning utgå från elevernas erfarenheter i stället för att ”gå igenom” och förklara.

”Del av”-problematiken, dvs bråk, procent och decimalform är områden som jag funnit att elever har stor erfarenhet av – som vardagskunskap. Det är denna informella kunskap vi ska få dem att vidareutveckla och som ska bli matematik.

## Utgå ifrån att barnen kan!

I min undervisning utgår jag alltid från att barnen redan kan det som jag ska undervisa om. Kan i den bemärkelsen att jag vet att de har kunskaper, erfarenheter och föreställningar om det aktuella området. Att de kan ”det” på vardagsvis. Det är den vardag, deras vardag, jag som lärare måste plocka in i min undervisning om jag vill att de ska få kunskaper för livet i stället för bara skolkunskaper.

Jag tror inte att det finns något i grundskolans kursplaner som eleverna inte har den ringaste aning om. Inte om de får tid att reflektera och jag som lärare lär mig att

---

*Ulla Öberg är lärarutbildare och fortbildare från Malmö. Hon är folkskollärare med erfarenhet även från lågstadiet.*

”ha is i magen”, dvs ge dem den tid de behöver. Det kan de till exempel få genom att jag i stället för att genast ge frågan till en handuppsträckande elev låta dem diskutera i grupper och sedan tala om det de kommit fram till. Det ena ger det andra så att säga.

Att alltid ge någon av de handuppsträckande frågan innebär allt som oftast att vi bevisar att skolan är ett ställe dit man kommer för att visa upp vad man redan kan. Och de elever som inte kan brukar vi tyvärr ofta kalla svaga. Hur kan man vara svag i en skola dit man kommer för att lära sig det man inte kan?

## Små barn kan bråk – helt enkelt!

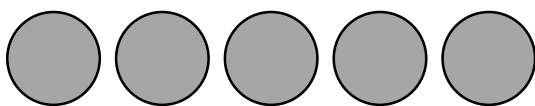
När jag påstår att en ettåring kan bråkräkning menar jag att de redan då gjort upptäckten att saker och ting inte alltid är hela. En ettåring kan utifrån sina erfarenheter av volym eller area plocka till sig den största, den näst största osv av ett antal trasiga kakor eller bullar. Men ettåringen har ännu inte skapat en matematisk uppfinning för att på mattespråket beskriva hur stora kakorna eller bullarna är i förhållande till hur en hel kaka eller bulle är. Och en ettåring behöver heller inte kunna detta.

Men vad beror det då på att elever som ”kan” uppfinningen, dvs ord som bråktal, bråkstreck, täljare och nämnare inte kan rangordna bråk från störst till minst?

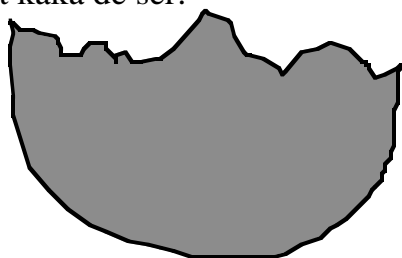
## Upptäckt eller uppfinning?

I läroböckerna, som tyvärr styr allt för mycket, är det vanligt att uppfinningen först presenteras. Bråk presenteras som täljare, nämnare, bråkstreck och kvot och med geometriska figurer som är skuggade i vissa rutor. Enkelt och lätt och smidigt om man inte har högre ambitioner än att få eleverna att göra något – för stunden.

När barnen började skolan kunde de redan eller lärde sig att de på mattespråket skrev 5 kakor när de skulle beskriva följande bild av just fem kakor.

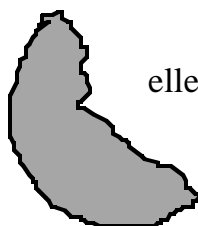


Genom att till exempel presentera en kaka som inte längre är hel låter jag barnen fundera över hur de skulle kunna skriva hur mycket kaka de ser:

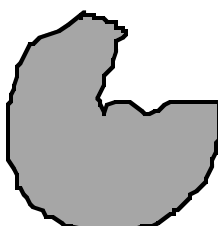


I en klass, vilken som helst, finns det nästan inget barn som inte vet att kakan är ungefär en halv kaka. Tillsammans vet de också att en halv kan skrivas på många olika sätt. Jag skriver upp deras förslag på tavlan. När de ser de olika sätt som kamraterna "har" känner de andra igen skrivsättet från alla möjliga tillfällen när de utanför skolan sett skrivsättet, men kanske utan att reflektera över det. Alltså kan de redan! Men det finns också barn som tror att allting som inte är helt är halvt!

Hur ska vi då kunna skriva hur mycket kaka det här är:



eller det här:



Det har aldrig hänt att barnen tillsammans inte har haft förslag på hur man ska skriva det. Varje barn argumenterar för sitt sätt att skriva och kan helt intuitivt också förklara hur man mäter för att veta att kakorna ovan är ungefär  $1/3$  respektive  $3/4$ . I det här läget tycker jag att det är helt oväsentligt att känna till att skrivsättet innehåller täljare och nämnare. Just nu behöver de ingen uppfinning, vi arbetar med upptäckten! Det viktiga är att eleverna förstår sig på att mäta; att det är just mätningen som ligger till grund för hur man skriver bråk. Man behöver ju aldrig dela något helt i åtta delar för att ta en åttodel!

I förlängningen kan barnen också hitta sätt för hur man skriver hälften så mycket eller dubbelt så mycket och under arbetet använder de sig av alla de verb som kursplanen i matematik säger att eleverna ska lära sig. Genom den här starten kommer barnens förståelse av bråk och dess skrivsätt att vara en god grund för den fortsatta undervisningen.

Och hur vet jag att det inte finns ett barn just i min klass som uppfinner ett helt nytt sätt att skriva bråk på? Är vi säkra på att vi redan vet allt? Sättet att skriva bråk på har ju uppfunnits av någon! Det fanns en tid då man alltid använde sig av stambråk. Fem sjundedelar skrevs som  $5 \times 1/7$ .

## Begrepp att reflektera över

Involvering, relevans, ansvar och självständigt tänkande är viktiga begrepp att reflektera över.

I vår undervisning är det oerhört viktigt att vi får våra elever att känna sig involverade, att de upplever att vår undervisning är relevant, att de får tänka självständigt och att de får känna eget ansvar för sitt lärande.

Det finns andra sätt att starta undervisningen i bråk på. Med en pepparkaka i handen startar jag lektionen genom att berätta att när jag var liten brukade vi knacka i mitten på kakan så att den skulle gå sönder. Om man lyckades få tre, helst lika stora bitar, fick man önska något. Jag berättar

för eleverna att jag tänker knacka i kakan och nu undrar jag om de kan skriva ner hur stora bitar kakan kommer att delas i. Därefter låter jag eleverna fundera, diskutera och komma med förslag. De får själva ta ansvar, ingen frågar hur de ska göra och de prövar olika teorier och skriver ner sina förslag innan jag knackar på pepparkakan. Stor spänning! Vem hade rätt? Skriver man så? Gör det en gång till! Försök att få fler bitar nu, Ulla!

Det mäts och det mäts, det diskuteras och argumenteras och innan alla pepparkakorna svalts ner har flera konstaterat att alla bitarna tillsammans alltid blir en hel! Precis som om de inte visste det från början. Kan man plussa ihop dem till ett, vi menar en hel kaka?

Får vi också ta pepparkakor? Får vi äta dem sedan? Ska vi skriva hur mycket vi äter? Om det finns 27 bitar när vi är klara och jag äter 9, har jag då ätit en tredjedel av bitarna (antalet) samtidigt som jag själv ätit  $2\frac{3}{4}$  pepparkaka?

## Decimaltal och procent

Innan min egna barn började skolan följde de med spänning Stenmarks slalomtävlingar på TV. Utan att någonsin ha undervisats om decimaltal kunde de komma springande till mig och berätta att om Stenmark åkte två hundradelar snabbare i nästa åk skulle han vinna.

I undervisningen om decimaltal har jag utgått från att barn har liknande erfarenheter med sig. Jag har använt mig av så kallade "spetsiga frågor" som barnen besvarar skriftligt dagen innan min egentliga undervisning börjar. Det kan tyckas underligt att, som jag gör här, välja att arbeta med tidsbegreppet eftersom det i och för sig är ett abstrakt begrepp. Jag väljer trots det att göra så då jag också vet att små barn väljer att visa tid som avstånd: "får jag vara uppe så här länge till" säger de ofta medan de visar ett avstånd med fingrarna. Detta är tvärtom mot vad vi vuxna gör; vi anger sträcka i tid, t ex Malaga ligger drygt tre timmar från Sturup och hotellet ligger 45 minuter från flygplatsen.

"Spetsiga" kallar jag dessa frågor för att de ger mig de svar jag vill ha. De besvaras alltid skriftligt och av alla elever. Frågorna är inte så öppna att eleverna svarar på något annat och svaren är alltid rätta, eftersom jag frågar vad de tror. Och enligt läroplanen ska elever tränas i att muntligt och skriftligt argumentera för sitt kunnande.

Frågorna som jag använt lyder:

- I en tävling hade Ulla tiden 47,65 och Eva tiden 47,67. Vem tror du vann? Hur vet du det? Hur mycket vann hon med?
- I en annan tävling hade ettan tiden 56,4 och trean tiden 56,5. Vilken tid tror du tvåan hade? Kan han ha haft någon annan tid tror du? Vilken då till exempel?

I en fjärdeklass svarade alla 26 barnen på den första frågan att Ulla vann, för det kunde de se. Två barn sa dessutom att Ulla vann med två tiondelar och två barn sa att Ulla vann med två hundradelar. På den andra frågan sa 22 av barnen att det inte kan ha funnits någon tvåa. Två barn skrev att tvåan kunde haft tiden 56,4,5 och två andra barn skrev att tiden kunde ha varit 56,5  $\frac{1}{2}$ . Jag tyder barnens svar som att det åtminstone finns några barn som vet att det finns tider som ligger mellan de angivna men att de inte har något skrivsätt för detta.

När min undervisning sedan börjar relaterar jag till de frågor de besvarat och säger: "Kommer ni ihåg frågorna som ni svarade på igår? Alla säger att jag vann, men några tror att jag vann med två tiondelar och några tror att jag vann med två hundradelar! Det måste ju vara antingen eller! Ni får några minuter på er att i varje grupp diskutera vilket det är!"

Efter dessa minuter förklarade alla grupperna att jag måste ha vunnit med två hundradelar därför att ... Vi fortsatte diskussionen kring vilka andra tider Ulla och Eva kunde ha haft om Ulla skulle ha vunnit med just två hundradelar. Varje elev skriver ner fem olika tävlingsresultat för Eva och Ulla.

Därefter tittar vi på tiderna och konstaterar att de kunde t ex varit 56,78 respektive 56,80 osv. På endast några minuter hade vi 130 olika ”partider” att arbeta vidare med.

Lektionen fortsätter med att jag tar en bit tvättlina och säger att just den biten är en sekund. Jag har ett femtontal tvättklämmor på vilka jag skrivit ner decimaltal, t ex 0,56; 0,4; 0,5; 0,05 osv. Eleverna får nu tillsammans försöka placera tvättklämmorna på linan på ett sätt som de tycker känns bra. Diskussioner, argumentationer, mätningar och till slut har vi alla pedanterna, de som flyttar klämmorna en liten liten bit medan de förklarar varför.

När vi tillsammans klarat av den sekunden får varje grupp barn en egen ”sekund”. Alla är olika långa och det står olika decimaltal på deras tvättklämmor. Jag är oerhört fascinerad av hur barnen genom sina argumentationer och förklaringar lär sig – alldeles själva!

Nästa steg blir att byta ut tvättlinan mot en tjock bok. När jag ställde frågan ”hur långt har man läst om man har läst 0,75 av boken” kunde varenda barn visa, genom att sticka in en finger ca 3/4 in i boken. Utan förvarning övergick jag efter en stund till att i stället för 0,40 av boken säga 40 % av boken. Och de förstod vad jag menade! Jag tror att det är lättare att förstå procent som en del av en sträcka än som ett antal rutor i en hundraruta om man förstått hur en talföljd ser ut och om man tidigare också förstått att man mäter med tal. Och det förstår barn för så mäter de innan de blir elever!

Sedan tar jag upp den andra frågan från gårdagen. Alla barnen kunde nu – utan undervisning (!?) – tala om att tvåan kunde ha haft tiden 56,45 och en del sa att tiden kunde ha varit 56,41 eller 56,42. Detta resulterade i att någon sa att tiden kunde ha varit 56,456 eller liknande om man mätte tiden ännu noggrannare. Det fanns också barn som visste att Gunnar Larsson på sin tid vunnit en simtävling med bara någon tusendel beroende på sina långa naglar. Numera mäter man inte ens simtider i tusendelar; kakelväggen i en simbassäng varierar mer än längden på simmarnas naglar.

## Processen – det viktigaste

Rickard, åtta år, och jag tittade på en barn-teckning, målad i fem färger. Teckningen föreställde ett berglandskap med skog och sjö. I ena hörnet fanns en stor sol. Jag frågar Rickard hur många poäng varje färg skulle få om vi gav hela teckningen, dvs alla färgerna, 10 poäng. Rickard räknar snabbt till fem färger och säger ”två poäng till varje färg”. Jag säger då att jag tror att det ljusblåa, himlen, nog tyckte att han är orättvis.



Rickard säger då ”Jaså, menar du så! Då ska det ljusblåa få 6 poäng det svarta 2 poäng ..., nej, det ljusblåa får 5 poäng, det svarta 2 poäng, det gröna 2 poäng ...”. Nu ligger pannan i djupa veck, det finns två färger kvar och bara en poäng. Han försöker fixa det genom att säga ”komma fem”, men får inte till det som han vill. Han föreslår att i stället ge alla färgerna 20 poäng och så fortsätter processen. Efter en stund säger jag ”ge dem 100 poäng i stället!” På bara några minuter, utan undervisning och i en process som han själv är involverad i visar Rickard att han redan som åttaåring har del-av-problematiken helt klar för sig. Det enda han saknar är de formella kunskaperna, symboler och fackord.

Rickard kan redan procentbegreppet. I den här situationen, processen, är det fullkomligt oväsentligt om han kommer fram till ett helt riktigt svar. Det viktiga är att han håller på att lära sig! Jag har inte lärt honom någonting, men jag har gett honom möjligheten att själv lära sig.