

Kan vi forebygge matematikkvansker? Ja, det kan vi!

I artikeln presenteras och diskuteras en modell vilken kan användas som utgångspunkt i arbetet med att förebygga matematiksvårigheter.

Ja, vi kan forebygge matematikkvansker! Nyere forskning gir grunnlag for en slik påstand. Lyon m. fl. (2003) hevder at lærevansker i skolen kan reduseres med opptil 70% gjennom forebygging og tidlige tiltak for elever som synes å være i risikosone. Matematikkvansker kan vi beskrive som resultat av en forstyrrelse i læringsprosessen: Eleven lærer ikke slik det var forventet. (se även *Journal of Learning Disabilities*, nr. 4, 2005. Temanummer: "Early identification and intervention for students with difficulties in mathematics – the emerging research base").

Denne forstyrrelsen kan ha tre ulike årsaker: Den kan for det første ha noe med elevens egne forutsetninger for å lære (kognitiv fungering). For det andre kan forstyrrelsen komme av at eleven ikke har den nødvendige forkunnskap (fundament) som den nye læringen etter Læreplanen, skal bygge på. Og for det tredje at undervisningen er feil fordi den ikke i tilstrekkelig grad har tatt hensyn til de to første forholdene.

Hva er matematikkvansker?

Det er et uklart begrep og det er uklart hvor mange elever som bør få denne betegnelsen (se Lunde, 2003). Der er likevel noen kjennetegn som går igjen (Gersten, Jordan & Flojo, 2005). For det første er det å ha matematikkvansker ikke stabilt over tid. For det andre ser det ut til å være et gjennom-

gående trekk at disse elevene har vansker med telling [uppräkning] og nøyaktig og automatisk gjenkalling av grunnleggende aritmetiske kombinasjoner, f. eks. å regne ut $6 + 3$. Og for det tredje ser det ut til at en forsinket språk- og leseferdighet senker tilegnelseshastigheten i matematikk og slik skaper vansker, spesielt i alderen 6–7 år.

Mange av elevene med matematikkvansker strever med å kunne sammenligne to tall og si hvilket av dem som er størst, f. eks. 3 og 9. De bruker primitive og tungvinte tellestregeter og har vansker med raskt å "se" antall i en mengde, f. eks. 5. Korttidsminnet er svakt og de strever med å kunne gjenta [opppepa] tallserier (f. eks. $4 - 7 - 2$), spesielt baklengs.

Alt dette har blitt sammenfattet i uttrykket "number sense" eller tallforståelse på norsk. De senere år ser vi stadig større oppmerksomhet rundt dette (Witzel m. fl., 2007). Det defineres på svært ulike måter, men vesentlige trekk er telling, kunne navngi tallene, huske tall og bruke dem i hverdagssituasjoner. Elever med matematikkvansker synes å ha en svak tallforståelse.

Dette samsvarer med hva forskning beskriver som de grunnleggende matematiske funksjoner, nemlig telling, oppfatte antall, kunne sammenligne to tall, plassverdi, enkel aritmetikk og estimering av tall, mengder og størrelser ellers. Vi vet at dette er funksjoner med en klar nevralt basis og som kan lokaliseres til bestemte områder av hjernen.

Disse grunnleggende ferdighetene kan lett observeres. Vi vet mindre om hvilke kognitive funksjoner som ligger bak (se Mazzuc-
co, 2005), men ferdighetene kan endres og de ser ut til å være miljøavhengige (Gertsen,
Jordan & Flojo, 2005). De utvikler seg i et
samspill mellom individet og omgivelsene.
Det er dette som gir grunnlag for optimis-
me med hensyn til å forebygge matematik-
kvansker gjennom innsats i barnehage og de
første årene i skolen. Det legges et grunn-
lag for videre læring, og forskning viser at
slikt fokus på matematikk i tidlig alder har
betydning for senere prestasjoner (Dowker,
2005).

Matematikkens fire sider

Både i Norge og Sverige nevnes matematikk
i barnehagenes læreplaner. I Sverige betones
at barna skal utvikle sin evne [förmåga] til
å oppdage og bruke matematikk i menings-
fulle sammenhenger og utvikle sin forstå-
else av grunnleggende egenskaper i begre-
pene tall, måling og form, samt evne til å
orientere seg i tid og rom (Lpfö 98). I Ram-
meplanen for barnehagene i Norge vekt-
legges arbeid med antall, rom og form. Det
skal skje gjennom lek, eksperimentering og
hverdagsaktiviteter.

Med utgangspunkt i nyere forskning og
læreplanene, mener jeg vi kan beskrive fire
viktige sider ved matematikken: *Regning*,
Språk, *Tenking* og *Kontekst* (Lunde, 2005).

Matematikk som et regnefag

Matematikken skal være et verktøy for å
løse problemer knyttet til kvantitet i hver-
dagssituasjoner. For at dette skal funge-
re, må barnet ha tallforståelse og mestre
enkel aritmetikk, spesielt det å kunne øke
eller minke en mengde med en. Det er ulike
deler av hjernen som er aktive ved addis-
jon og ved subtraksjon, men enkelt kan vi
si at hjernen foretar disse operasjonene ved
å bruke en mental tall-linje. Ved regnefer-
digheten brukes også kognitive funksjoner
som oppmerksomhet, hukommelse for pro-
sedyrer, lagring av informasjon og gjenkal-
ling av fakta fra hukommelsen. Det er en
komplisert prosess og det ser også ut til at
romoppfatning og sekvensoppfatning er
viktige. Men når vi skal sammenligne to

tall, er det andre funksjoner som er aktive. I
praksis vil det si at et barn kan klare $2 + 3$
greit, men ikke kunne svare på hva som er
størst av 3 og 4.

Jeg vil her poengtere tre aspekter. *Tall-
forståelse* med vekt på telleferdighet og det
å kunne sammenligne to tall, *enkel aritme-
tikk*, f. eks. å legge sammen $2 + 3$, og *problem-
løsning*, dvs. å kunne resonnerer og bruke
matematiske operasjoner og symboler for å
løse problemer.

Matematikk som et språkfag

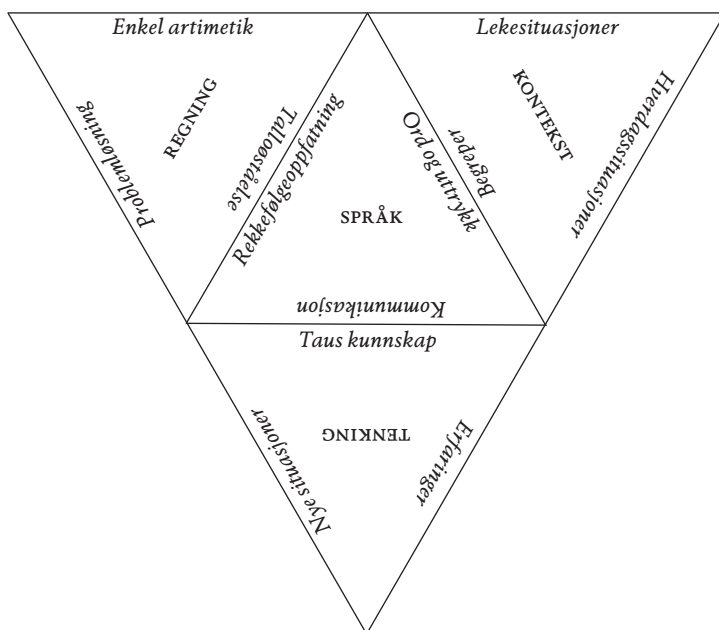
Språket er et viktig fundament for matema-
tisk forståelse og telleferdigheten ser ut til å
være språkrelatert ved at barn med forsin-
ket språkutvikling ofte har vansker med tel-
ling hvor tallord skal brukes. Et språk kan
vi definere som et sett av felles symboler
i en gitt kultur, og da er matematikk også
et språk. Det vil si at vi kan ta ut elemen-
ter som fonologi (lydenheter), syntaks (rek-
kefølge), semantikk (meningsinnhold) og
pragmatikk (bruken). Rekkefølgen er viktig
både i talespråket og i det matematiske språk-
et, og det å oppfatte rekkefølge er også tett
knyttet til det å se mønstre. Rekkefølgen må
kunne uttrykkes i ord og begreper, slike som
før, etter, i midten (rekkefølgebegrepene).

Jeg mener at det er tre viktige aspekter
ved matematikken som språkfag, nemlig
rekkefølgeoppfatning, *matematiske ord og ut-
rykk* som er viktige for å kunne *kommunisere*
og bruke matematisk forståelse. Rekkeføl-
geoppfatningen har også noe med det å kun-
ne planlegge en aktivitet og slik kunne løse
et problem ved å kunne tenke i rekkefølge
av aktiviteter.

Matematikk som et tenkefag

Tenking er et av disse mystiske begrepene
som alle forstår, men ingen kan forklare!
Det dreier seg om kognitive prosesser som
det å kunne identifisere et nytt problem, be-
stemme seg for å ville arbeide med det, orga-
nisere den relevante informasjonen, utvikle
alternativer for løsning, bestemme seg for
en bestemt løsning og så prøve den ut.

Det tar tid å tenke, og det er noe som
kjennetegner elever med læreversker i ma-
tematikk: de arbeider meget sent. Tenking-
en gjør bruk av hukommelsesbilder som er



Figur 1. Tetraederet

lagret i hukommelsen. Det som identifiserer hukommelsesbildene og som vi bruker når vi kaller dem fram igjen, er begreper. Informasjonen som på denne måten er lagret, kan være konkret eller abstrakt. Til mer abstrakt tenking er, desto raskere er den. For å utvikle en abstrakt tenking i matematikk, må barnet ha erfaringer med og forestillinger/begreper for form og rom, målinger (tid, hastighet og vekt) og antall (kardinalt, ordinalt eller sekvensielt, og relasjoner). Forestillinger er de "indre bildene" vi har etter at påvirkningen er opphørt. De er tolket ut fra den situasjonen hvor de ble skapt. Det er slike forestillinger som er grunnelementene i våre begreper. Det er når vi setter erfaringene sammen, at vi forstår noe!

Tenkingen kan skje uten bruk av talespråk, men er avhengig av forestillinger og begreper. Det vil si at vi kan vite og ha kunnskap som er taus [tyst kunnskap / førtrogenhetskunnskap]. Men slik kunnskap er vanligvis ikke så lett å bruke i nye situasjoner hvor en skal løse matematiske problem.

Jeg vil her fremheve tre aspekter ved matematikken som tenkefag. *Erfaringer* som gir viten, gjerne i form av *taus kunnskap* og det å kunne bruke dette i å løse problemer i *nye situasjoner*.

Matematikk som et kontekstfag

Når vi opplever noe, avhenger opplevelsen av hvordan vi tolker situasjonen eller konteksten hvor det skjer. Denne tolkningen er avhengig av det vi vet fra før og denne viten er lagret som begreper og begrepssystemer i hukommelsen vår.

Når vi skal løse et matematisk problem krever det at situasjonen eller konteksten hvor dette oppleves, blir tolket korrekt. Hvis ikke, kan en ikke hente fram de strategiene en trenger for å løse problemet. Denne tolkningsprosessen avhenger av erfaringer fra ulike konkrete situasjoner som bl.a. må kunne beskrives med begreper knyttet til rom, plass, form, stilling etc.

Jeg ser i denne sammenheng tre sentrale faktorer knyttet til matematikken som et kontekstfag. Utviklingen av *begreper* til å tolke omgivelsene basert på erfaringer fra *hverdagssituasjoner* og fra *lekesituasjoner*, inkludert spill.

En arbeidsmodell

En modell er et forenklet bilde eller et mønster å tenke ut fra. Den kan styre utformingen av et arbeid før det gjennomføres og gi informasjon om de prosesser som bør

foregå. Den beskriver et sannsynlig resultat, men det må selvsagt etterprøves. Hvis resultatet ikke blir som forventet, må en endre på modellen og så prøve ut igjen.

Det er slik jeg ser for meg at vi kan lage en arbeidsmodell for å kunne forebygge matematikkvansker og utforme tidlige tiltak for elever som strever med matematikken de første årene i skolen. Det kan vi gjøre ved å sette sammen de fire sidene ved matematikken og de tre aspektene vi har fremhevet ved hver av dem. Vi setter de fire sidene sammen slik at de danner et tetraeder (se figur 1).

Vi får seks kanter der sidene møtes. Jeg har plassert de tre sentrale aspektene ved hver av matematikkens fire sider ut fra en tanke om at de skal kunne danne meningsfulle par, noe jeg skal komme tilbake til senere.

Bruken av arbeidsmodellen

Tetraederet gir oss et fysisk bilde av mulige sammenhenger mellom de funksjoner og ferdigheter som mange i dag hevder er de sentrale elementene ved matematikkmestring og som danner grunnlaget for den undervisning som skolen gir i faget. Det er dette grunnlaget vi kan legge i barnehagen og som så gir et nødvendig grunnlag for senere læring i skolen. På den måten kan vi forebygge senere matematikkvansker.

Jeg har her lyst til å fremheve tre poeng. Utgangspunktet for dette arbeidet må være barnehagens egen tradisjon, det vil si leken, hverdagsrutinene og temaarbeidet, slik Døverborg (2006) poengterer. Det vil si at det i liten grad skal være lærerstyrte aktiviteter som skaper barnas muligheter til å lære matematikk. Men lærerne skal synliggjøre den matematikken som finnes i barnas hverdag, det vil si i leken, i rutinene og i emnene som tas opp, og at barna får mulighet til å dokumentere, reflektere og bruke denne matematikken. Det er i denne prosessen med å tilrettelegge for og fokusere på det matematiske, at jeg mener denne modellen kan ha sin verdi.

For det andre vil jeg fremheve at vi bare klarer å se tre av de fire sidene samtidig. Kanskje er det slik i virkeligheten også, at en (eller flere) av de fire sidene lett glemmes. Det er lett å fokusere på tall og regning og

glemme at også språk, tenking og kontekst er like viktige for den senere matematiske ferdigheten.

Det tredje jeg vil fremheve er de seks kantene vi får på tetraederet. Disse kantene beskriver de aktiviteter som er sentrale for å utvikle en bred matematisk kompetanse. Utvelgelsen og plasseringen av de tre aspektene ved hver av de fire sidene har blitt drøftet med førskolelærere. De er "the best guess" og må bare betraktes som et første utgangspunkt for videre arbeid. Endrer vi på dem, vil også kantenenes innhold bli endret.

Kantene beskriver 12 aktivitetsformer. Hvordan de skal arbeides med, er utenfor rammen for denne artikkelen.

Den matematiske utviklingen hos barnet skjer i et samspill mellom barnet og omgivelsene. Dette vil igjen avspeile seg i barnets daglige aktiviteter. Ut fra å se på de daglige aktivitetene, kan vi da dra slutninger om hvordan den matematiske utviklingen er og hva som kan gjøres for å stimulere den best mulig. Det er da viktig å kunne observere aktivitetene og sette dem inn i en sammenheng. PRIM-gruppens *analyseskjema* i matematikk sammen med *Nämnaren TEMA – matematik från början*, kan gi viktig informasjon i dette arbeidet. Også MIO (Matematikken mellom Individet og Omgivelsene) er et slikt observasjonsmaterieell som vil kunne bidra til å forebygge senere matematikkvansker (Davidsen, 2006).

Kan vi også få en didaktisk gevinst fra modellen?

De seks kantene danner nå 6 aktivitetspar.

- 1 Erfaringer – Hverdagssituasjoner
- 2 Begreper – Ord og uttrykk
- 3 Kommunikasjon – Taus kunnskap
- 4 Rekkefølgeoppfatning – Tallforståelse
- 5 Lekesituasjoner – Enkel aritmetikk
- 6 Problemløsning – Nye situasjoner

Til en viss grad kan en si at hvert av parene har en indre logikk, og at de beskriver et kontinuum fra det ustrukturerte til mer strukturert aktivitet. Begge deler er viktig for at barnet skal lære matematikk ut fra konstruktivistisk læringsteori.

De fire sidene ved matematikken ble beskrevet hver for seg. Men de er gjensidig avhengige av hverandre og fungerer i et samspill, slik det også vil være med disse 6 kant-parene. Dette har med metakognitive funksjoner å gjøre. Å være metakognitiv innebærer at en er bevisst om sin egen kunnskap eller forståelse. Med andre ord betyr metakognisjon både å forstå og å kunne kontrollere og styre sin egen forståelse. Eleven må *bevisst* kunne koordinere to separate operasjoner samtidig (f. eks. bearbeiding og lagring av ny informasjon), kunne skifte mellom ulike tankestrategier (f. eks. tolke informasjon i rekkefølgesammenheng) og hente fram relevant informasjon fra hukommelsen. Det er mulig at denne arbeidsmodellen også kan bidra til fokus på slike metakognitive funksjoner.

LITTERATUR

- Davidsen, H. S. (2006). Matematikk i barnehagen. *Spesialpedagogikk* [Temanummer om matematikkvansker], 2006 (4), 16–20.
- Doverborg, E. (2006). Förskolans matematik. I G. Emanuelsson & E. Doverborg (red.), *Matematik i förskolan* (s. 5–8). Göteborg: NCM
- Dowker, A. (2005): Early identification and intervention for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 324–332.
- Gersten, R., Jordan, N.C. & Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293–304.
- Lunde, O. (2003). Matematikkvansker som spesialpedagogisk tema. *Nordisk Tidsskrift for Spesialpedagogikk*, 2003 (4), 245–260.
- Lunde, O. (2005): Påfører vi minoritetsspråklige elever lærevansker i matematikk i skolen? *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*, 16 (3), 12–xy.
- Lyon, G. R., Fletcher, J. M., Shaywitz, S. E., Shaywitz, B. A., Torgersen, J. K. m fl (2003). Rethinking learning disabilities. Tillgänglig 17 december 2007 från http://www.schoolpsychology.net/p_01.html#ld
- Mazzocco, M.M.M. (2005): Challenges in identifying target skills for math disability. Screening and intervention. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 318–323.
- Witzel, B. S., Ferguson, C. J. & Brown, D. S. (2007). Developing early number sense for students with disabilities. Tillgänglig 17 december 2007 från www.ldonline.org/article/14618

Lärarkängurun 2008

Varje år er mer än 4 miljoner elever i omkring 35 länder med i Kängurutävlingen – *Matematikens hopp*. Inför årets omgång har vi satt samman en *Lärarkänguru* för att matematiklärarna på skolan ska få möjlighet att träffas och lösa problem. Inled tex nästa konferens med en stunds problemlösning. Varför är det bara eleverna som ska få uppleva glädjen med Kängurun? Låt Lärarkängurun stimulera arbetslagets eller hela skolans lärare!

Till årets Lärarkänguru har vi valt ut tio problem från Student och Cadet 2007. Samtliga tio problem finns i pdf-format på namnaren.ncm.gu.se. Lärarkängurun 2008 finns i två versioner. I den ena är alternativsvaren borttagna i de flesta problemen. I den ursprungliga versionen finns fem svar att välja mellan till varje problem. Bara ett

av dessa är riktigt. Väljer ni att använda versionen med alternativ är det ibland möjligt att lösa problemen genom att pröva de olika svarsalternativen. Utan alternativ ökar således svårighetsgraden något.

Linjal och gradskiva behövs inte. Sax och miniräknare ska inte heller användas.

Förslagsvis kan ni börja med att arbeta med uppgifterna individuellt under en tid som ni bestämmer i förväg (10–20 minuter). Efteråt arbetar ni vidare med problemen tillsammans, visar och diskuterar era olika lösningar.

Vi hoppas att du ska tycka om problemen – även dem du inte lyckas lösa vid första försöket.

Lycka till med årets problem!