

Alla kan räkna med ägg

Denna artikel som beskriver en matematiklektion i en nederländsk särskola är en uppföljare till *Räkna med ägg* i förra numret. Författaren reflekterar över didaktiska aspekter då äggkartonger används i gruppen.

På en särskola i Nederländerna genomför fröken Floor en matematikaktivitet med en grupp elever. Som vanligt under matematiklektionen har eleverna delats upp i två grupper. De allra yngsta går omkring i skolan tillsammans med fröken Erika och letar efter siffror och de övriga eleverna Bastiaan, Cezaire, Delano, Hikmed och Michel jobbar tillsammans med fröken Floor i klassrummet.

Klart för start

Floor har planerat lektionen noga. En liten korg fylld med plastägg står gömd under en duk. Under bordet, synligt för barnen, ligger några tomma äggkartonger. Det finns också en låda med polletter och flashcards med en tecknad bild av äggkartongsstrukturen att använda senare på lektionen.

Helena och hennes höns

Efter en inledande historia om en bondmora som brukar samla ägg på morgnarna, sätter Floor på sig en röd halsduk och klär ut sig till bondmoran Helena. "Varje morgon går Helena ut och letar efter ägg. Hon letar överallt och vänder på varje sten. Hon hittar ägg på de mest oväntade ställen." Samtidigt som bondmoran Helena samlar ägg, tar hon fram en liten korg med ägg och visar dagens resultat.





Att räkna ägg

Korgen ställs mitt bland eleverna. "Hoppsan! Hur många ägg skulle det kunna vara?" En av eleverna, Bastiaan, föreslår att de ska plocka äggen ett och ett ur korgen och räkna dem. Ungefär samtidigt upptäcker Hikmed äggkartongerna som ligger under bordet. Han hoppar upp, tar fram kartongerna och börjar lägga äggen i dem. Floor hejdar honom eftersom hon först vill prata om Bastiaans goda förslag: att räkna.

Därefter får Hikmed visa sitt förslag. Han fyller först den lilla kartongen med sex ägg och sedan tar han den större kartongen för tio ägg. Han fortsätter lägga ägg i den och fortsätter samtidigt att räkna från 6 (antalet från den första kartongen), 7, 8, 9, ... Floor stöttar Hikmed genom att fråga honom hur många ägg som passar i den stora kartongen. "Tio" svarar Hikmed. Sedan fortsätter han räkna där han var, ägg nummer fem i kartongen: "Elva". När han har räknat till 16 är kartongen fylld. Sedan börjar Hikmed kontrollräkna äggen. Han verkar vilja ha sitt eget tidigare antagande att det får plats tio ägg i kartongen bekräftat. Han räknar noga från ett till tio.



Floor tar kartongen och stänger locket. Hon frågar eleverna hur många ägg som finns i kartongen. Det vet de. De kan även svara på hur många ägg det finns i den lilla kartongen. Floor: "Så nu har vi en kartong med sex ägg och en kartong med tio ägg. Hur många ägg är det totalt?" Hikmed viskar något som liknar "20". Svaret belönas med: "Nästan rätt". Medan Cezaire i sin tur svarar "21" försöker Hikmed på nytt: "60?". Floor ställer kartongerna bredvid varandra på golvet och säger att det är 16 ägg totalt. (*Det låter nästan lika: 16 "sexton" och 60 "sextio"*)

De tar fram en ny kartong och Michel får frågan hur många ägg som han tror ryms i den. Han svarar: "Tio". Floor frågar honom hur han vet det. Michel förklarar sitt svar genom att peka på talet tio som han har sett på kartongen.

Hur trivialt det än verkar vara, precis det här är grundläggande taluppfattning; att veta hur många som ryms genom att titta efter talen som står på förpackningen. Att inte behöva använda det konkreta – att veta utan att se. Det är tydligt genom att titta efter tal.

Nu får Michel fylla den nya kartongen. Floor förväntar sig, eller snarare hoppas, att Michel kommer upptäcka att det är mer effektivt att räkna i tio-grupper.

Medan Floor berättar för de andra eleverna vad Michel håller på med fortsätter Michel räkna vidare från 16, som redan var känt. När han har fyllt en rad med fem, frågar Floor honom hur många han nu har *lagt till*. Michel funderar och verkar behöva lite tid för att kunna skifta från räkneuppgiften – att komma ihåg 16 och sedan räkna en till för varje ägg han lägger i kartongen – till Floors nya fråga. Men han lyckas och svarar helt korrekt: "Fem". "Hur många fler rymmer?" frågar Floor. Michel: "också fem, öh ... fem och fem är tio!" Floor stöttar Michel mycket subtilt med sina frågor och uppmärksammar Michel på den dubbla strukturer i äggkartong med plats för tio ägg har. Upptäckten är dock verkligen Michels. "Wow!" ropar Floor, "ni löser redan riktiga matteuppgifter här i klassrummet!" Spontant börjar Delano rabbla: "tre och tre är sex, fyra och fyra är åtta".

Floor frågar Michel hur många ägg han totalt har lagt i kartongen. Svaret kommer snabbt: "Tio". Men Michel håller fortfarande koll på den ursprungliga uppgiften *Hur många ägg ligger det i korgen?* och har koll på den totala mängd ägg som ligger i kartongerna. Troligtvis vet han redan att det ligger 26 ägg i kartongerna. Han pekar på ägget som Floor tog ifrån honom och säger att det ägget också ska räknas.

"Ingen fara", säger Floor när hon lägger ägget i en tom kartong. "Hör upp nu!" Hon fortsätter berättelsen. "Även nästa dag går Helena ut för att samla ägg..."



Lektionsutdraget visar hur Floor å ena sidan försöker uppnå förståelse och å andra sidan försöker anknyta till barnens egna idéer. Dessutom behöver hon samtidigt övervaka deras turtagning och beteende. En stor utmaning som gör att det då och då händer något som hon inte märker. Eleverna höll hårt fast vid den ursprungliga uppgiften: att titta hur många ägg som hittades i morse. Floor försökte framför allt lyfta fram hur de kunde använda äggkartongens struktur (2x5 rader) för att räkna. Ända fram till lösningen (27) nådde eleverna inte.

Floor fortsätter med berättelsen: den här gången undrar Helena hur många ägg som behövs för att fylla kartongen som redan innehåller ett ägg. Eleverna kan inte se innehållet i kartongen. Ändå räcker många av dem upp handen. Cezaire får ordet. Han vet ganska snabbt att det är nio. Man ser att han kämpar för att förklara hur han klarade uppgiften. "Jag vet det bara", säger han "jag gör bara ... jag räknar". Han får illustrera hur han gjorde med hjälp av den öppnade kartongen. Han räknar två och två och hoppar med fingrarna genom kartongen: "2, 4, 6". Så länge går det bra, sedan säger han: "Tio". Floor avbryter: "Nej, du sa sex, sedan lägger du till två. Hur mycket blir det?"

Floor följer med i räkningen på sina fingrar. Cezaire ser endast en hand med tre fingrar och med den andra handens fem fingrarna håller Floor i äggkartongen. Cezaire svarar utifrån det han ser och säger: "Tre".



En liten stund är barnen förvirrade. Floor visar snabbt upp sin andra hand. "Åtta", säger Cezaire nu. Nu är han på rätt väg igen och han fortsätter: "lägger man till en till blir det nio".

Det verkar svårt för barnen att balansera mellan de egna idéerna och stöttningen som erbjuds. För svaga elever tycks det ibland svårare att tolka hjälpen än att lösa själva uppgiften. Skriftliga förklaringar kan ibland vara ännu mer förvirrande.

Hur många ägg har tagits ur kartongen?

Det blir dags för en lek och Floor tar bort ett antal ägg från kartongen utan att eleverna ser det. De ska nu lista ut hur många ägg som är borttagna. Leken går snabbt. Svaren kontrolleras dels genom att de räknar de tomma platserna och dels genom att de lägger tillbaka äggen.

Det är fint att se hur Hikmed under tiden håller på att lösa matteuppgifter. Han visar tre fingrar, fumlade lite med fingrarna och säger sedan: "Tre och sju". Under den resterande tid ser vi hur Hikmed allt oftare använder fingrarna för att lösa uppgifterna. Det är ju egentligen perfekt, likheten mellan fingrarna och äggkartongsstrukturen är stor: två gånger fem, tillsammans tio.

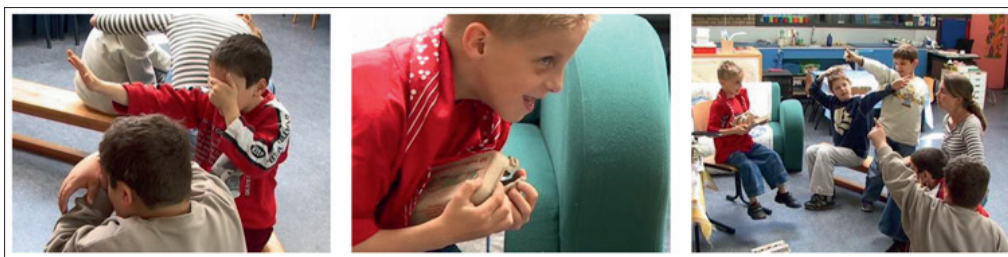
Eleverna får vara bondmora

Eleverna får nu turas om att vara bondmora. Hikmed sätter på sig halsduken och blir Helena. Helena tar bort ägg ur kartongen och gömmer dem i korgen. Kamraterna ska lista ut hur många som har tagits bort. För att undvika att de tjuvkikar läggs en duk över korgen. Floor ber Hikmed visa kartongen. Först vill Hikmed inte det. Möjligtvis tycker han att det då blir för lätt. Floor förklarar att i så fall kan kamraterna inte veta hur många ägg som har tagits bort. Då är Hikmed övertalad och öppnar äggkartongen.

I stället för att öppna kartongen skulle Hikmed ha kunnat berätta hur många ägg som låg kvar i kartongen. Det skulle passa bra som uppföljning och göra uppgiften mycket svårare, men även mer spännande. Och didaktiskt sett mer intressant! Att lista ut hur många ägg som är borta i en stängd kartong skulle vara en kognitiv uppgift. Ett fint steg efter de konkreta räkneuppgifterna. Subtillt stöttad av den stängda kartongens bild (kartongen skulle ju fortfarande kunna öppnas för att snabbt ta en titt). Äggkartongerna visar här sitt värde som material för en modell:

- ◇ både de ägg som finns och de ägg som fattas kan räknas
- ◇ handlingarna kan genomföras på riktigt
- ◇ locket skapar möjligheten att stänga kartongen (från konkret till abstrakt).

Det är egenskaperna vi sällan möter hos andra material.



Hur många ägg har sålts?

Michel får ordet först. Han tycker att det fattas fem ägg. Han blir besviken när det fattas sex ägg i kontrollräkningen. För att kontrollräkna läggs äggen från korgen tillbaka i kartongen. Ett litet problem är då att man inte längre ser vilka ägg som redan låg i kartongen och vilka som har lagts tillbaka. Det märks då några elever räknar äggen som läggs tillbaka medan andra räknar alla ägg i kartongen. Lyckligtvis är Floor mycket uppmärksam och försöker skapa lärtillfällen även av de moment som skapar förvirring.

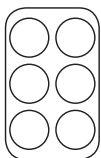
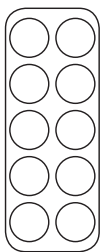
Till sist får Delano vara bondmoran Helena. Som en riktig spelledare uppmanar han de andra att hålla händerna framför ögonen och säger att de inte får tjuvkika genom fingrarna. Sedan ser han till att det försvinner ett stort antal ägg i korgen. Det ligger bara ett ägg kvar i kartongen. Kamraterna får öppna ögonen. De ber Delano att öppna kartongen, men det vill Delano helst inte. Han försöker hålla spänningen uppe och öppnar kartongen en liten bit. När han öppnar kartongen lite mer räcker många upp handen.

Bastiaan vet direkt att det saknas nio ägg. Floor frågar Delano om det stämmer. Han försöker neka det. *(Möjligtvis tyckte han att det skulle vara över för fort då.)* Men när Floor ber honom att visa att Bastiaan hade rätt, håller Delano ändå med. Floor frågar Bastiaan hur han så snabbt visste det rätta svaret och han förklarar att han bara visste det: "Det fanns ju bara ett ägg kvar i kartongen!"

När de lägger tillbaka äggen i kartongen dyker problemet upp igen att man tappar bort översikten över hur många ägg som läggs tillbaka. Delano löser det genom att inte lägga äggen från korgen i kartongen, utan han lägger dem först på en duk i sitt knä. Men, Delano tycker om att skoja. Han gömmer i smyg ett ägg bakom ryggen och de andra barnen blir misstänksamma.



Det är inte klart om Delano gjorde det här på skoj eller om han gjorde det medvetet så att de kunde lägga tillbaka precis så många ägg som det hade tagits bort tidigare. Delano skulle vara nog smart för det. Och ... det passade ju perfekt! Det är roligt att se hur lekar som denna leder till busig kreativitet. Sådant är viktigt att se och reflektera över. När man lyckas kombinera didaktik med barns naturliga beteende har man kommit till lärandets kärna.



Äggpolletter och kopierade äggkartonger

Eleverna sätter sig i bänkarna. Floor visar dem pappret med äggkartongsstruktur och frågar dem vad strukturen liknar. Bastiaan svarar direkt: "En äggkartong!" Floor verkar bli överraskad av det snabba svaret och frågar Bastiaan varför han tycker det. Bastiaan förklarar att cirkelarna på pappret är kartongens 'hål som man ska lägga äggen i'. Det andra pappret känns igen direkt som en kartong till sex ägg. Då delar Floor ut pappren.

Medan Floor tar fram burken med polletterna tittar barnen på pappret. De säger saker som: "Det är 16; 10 och 6 är lika med 16." (*Så fort kan det gå.*)

Burkarna med polletter delas ut. Floor ber barnen att kolla om de har fått tio polletter. Det är en väl genomtänkt uppgift. Eleverna kan räkna polletterna, men de kan även lägga ut dem på äggkartongspappret. (*Att använda sig av en struktur hjälper när man räknar.*)

Bastiaan har en pollett för mycket. För att kontrollräkna polletterna använder han en rad tal som hänger framför fönstret: Efter tio kommer ... elva!



Kopiera äggkartonger

Som övning visar Floor en äggkartong ur vilken ett visst antal ägg har tagits bort. Eleverna ska återskapa kartongens innehåll genom att lägga polletter på äggkartongspappret. Äggen (polletterna) behöver inte läggas på exakt samma ställe. "Det viktigaste är att det blir samma mängd", påpekar Floor. Ändå försöker de flesta av dem att återskapa Floors kartong så exakt som möjligt. Det känns mest tryggt! Det är roligt att se att vissa elever, framför allt Hikmed, använder sig av fingrarna för att räkna. Fingrarna verkar vara ett användbart hjälpmedel.

Så småningom känner barnen igen de olika mängderna allt snabbare tack vare den översiktliga fem- och tiostrukturen. Framför allt typiska mängder som 1, 9 och 5 känns snabbt igen. Det visar bland annat den sista övningen där en rad med fem ägg finns kvar i kartongen. Mängden känns igen på sekunden.

Även detta material (äggkartongspappret med polletterna) fungerar väl. Övningarna förblir konkreta och dynamiska, även om de är på väg att bli mer abstrakta. En passande symbolisering som gör transfer möjligt, från de nya kunskaperna om äggkartongerna som eleverna nyss fick uppleva, till andra kontexter.



Försvinnspelet

Floor låter eleverna spela i par. Det är roligt att se hur de försöker ta bort så många ägg som möjligt utan att tappa ägg på golvet. Tröjorna används som ägg-påse. 'Påsen' hålls upp med tänderna. Delano är först på tur och tar bort samtliga ägg. Cezaire tycker inte alls att det är roligt eftersom det inte är roligt att ge ett enkelt svar.

Delano fnissar med tröjan i munnen. Såklart turas de om hela tiden. Även Cezaire använder sig av 'påstekniken'.

Eftersom det endast finns kvar fyra ägg i kartongen, ser Delano att det har försvunnits sex ägg till påsen. För att kontrollräkna tar de upp äggen ur påsen och lägger tillbaka dem i kartongen. Så fortsätter de till fröken Floor avslutar lektionen. Dagens mattelektion är färdig. Medan de kluckar högt städar de bort äggen, kartongerna, polletterna och pappren. Det var en härlig lektion!



Denna artikel har tidigare publicerats i den nederländska tidskriften *Volgens Bartjens* och publiceras här i svensk översättning och textbearbetning av Janneke Meedendorp och Jorjyt van Bommel.

I föregående nummer av Nämnaren (2016:4) publicerades en artikel om att använda ägg och äggkartonger i matematikundervisning om addition. Till denna artikel har fogats en sida om subtraktion. Artikeln finns nu fritt tillgänglig inklusive tillägg på Nämnaren på nätet.

