

Ett bedömningsstöd för grundskolans matematiklärare

På Skolverkets webbplats finns nu ett fritt tillgängligt bedömningsstöd. Artikelförfattaren har deltagit i arbetet med att ta fram materialet och berättar här vad det innehåller och hur man som lärare kan använda sig av det.

PRIM-gruppen har på uppdrag av Skolverket utarbetat ett webbaserat bedömningsstöd som är knutet till Lgr 11 och som riktar sig till lärare som undervisar i matematik i årskurs 1–9. Syftet med materialet är att stödja och strukturera lärarens kontinuerliga bedömning av elevens kunskapsutveckling men också att ge underlag för eleven att följa sitt eget lärande.

I stödet beskrivs vad bedömningen ska fokusera vad gäller både förmågorna och det centrala innehållet och man kan också följa progressionen i det centrala innehållet från årskurs 1 till och med årskurs 9. Materialet är inriktat på kunskapskraven och då framför allt på godtagbara kunskaper i årskurs 3 och betyget E i årskurs 6 respektive årskurs 9.

En strävan vid utarbetandet av materialet har varit att det ska omfatta den kunskap och de infallsvinklar som är relevanta i matematik för *alla* elever i årskurs 1–9 och som överensstämmer med läroplan, kursplan och aktuell forskning. En viktig utgångspunkt är att materialet ska ge möjlighet att få syn på kvaliteter i elevers kunskaper inom olika områden och i olika situationer.

Dimensioner i bedömningen

I kursplanen beskrivs alla ämnen utifrån tre dimensioner: förmågor, centralt innehåll och kunskapskrav. Dessa tre dimensioner har funnits även i tidigare kursplaner men beskrivningarna har gjorts tydligare och dimensionerna har delvis fått andra benämningar i Lgr 11. I kursplan 2000 var förmågorna i matematik framskrivna under mål att sträva mot. I Lgr 11 har de fått större betydelse eftersom det är kvaliteten på dessa förmågor som finns beskrivna i kunskapskraven. Beskrivningarna i kunskapskraven utgår alltså från de förmågor som undervisningen ska ge eleverna förutsättningar att utveckla. Det centrala innehållet anger vad som ska behandlas i undervisningen och det är på detta innehåll som förmågorna ska tillämpas. Detta innebär att man vid bedömningen av elevens kunskaper måste ta hänsyn till både centralt innehåll och förmågorna.

Problemlösning intar en särställning i kursplanen då det både är en förmåga som eleverna ska utveckla och ett centralt innehåll. När elever löser problem kan de visa sin problemlösningsförmåga genom exempelvis val av Lösningsstrategier men problemlösningen omfattar även de andra förmågorna. Vid problemlösning används matematiska begrepp, metoder och resonemang. Det ingår även att kunna bedöma rimligheten i sitt eget resultat.

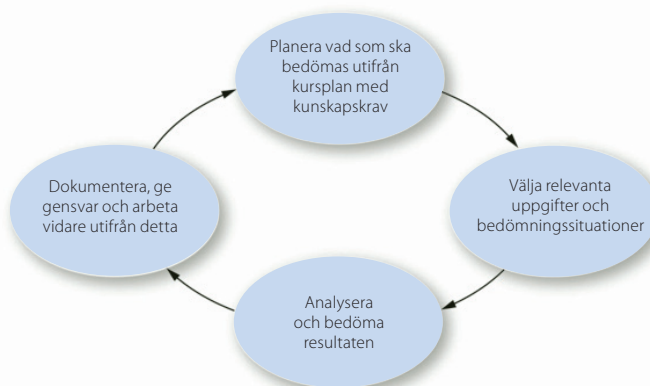
Bedömning av elevers kunskaper i matematik kan göras av läraren eller eleven själv i olika situationer. Dessa situationer kan, förutom under matematiklektionen, finnas under lek, i vardagen, fritidsaktiviteter, i arbete i andra ämnen och i tematiskt eller ämnesövergripande arbete. När eleverna arbetar med matematikuppgifter kan läraren reflektera över vilket centralt innehåll uppgiften prövar och vilka förmågor eleven har möjlighet att visa.

Att skapa underlag för bedömning och att analysera vilka kunskaper eleven visar är två olika aktiviteter. Ibland sker dessa samtidigt, eleven visar sina kunskaper och läraren blir genast klar över vad eleven har visat. Ibland antecknar läraren sina iakttagelser och analyserar vid ett senare tillfälle vilka kunskaper som eleven visat.

En viktig aspekt i bedömningen är med vilken kvalitet eleven visar och använder sina kunskaper. Högre kvalitet kan till exempel vara att eleven visar kunskaper om ett begrepp på olika sätt och i olika sammanhang.

Bedömningsprocessen

Bedömning kan beskrivas som en process där lärare samlar in information och analyserar elevers kunskaper och förmågor. Det framtagna bedömningsstödet bygger på den struktur som visas i nedanstående figur.



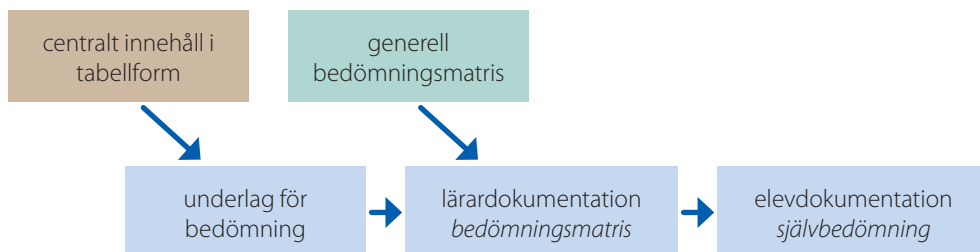
Redan vid planering av ett arbetsområde är det viktigt att planera vad av det centrala innehållet som ska bedömas och i vilken omfattning de olika förmågorna ska bedömas. Det är viktigt att fundera över hur eleverna ska ges möjlighet att visa sina kunskaper. Därefter följer analys och bedömning av elevens visade kunskaper och förmågor. Slutligen ska läraren dra slutsatser av sin analys och bestämma sig för vad som ska dokumenteras och kommuniceras samt vilka gensvar som ska ges. Läraren kan utifrån resultaten av analysen också planera sin fortsatta undervisning.

Bedömningsstödet olika delar

Bedömningsstödet består av fem huvudkomponenter: en *generell bedömningsmatris* som kan användas vid bedömning och dokumentation samt *centralt innehåll i tabellform* som beskriver vad i det centrala innehållet som kan bedömas. Med hjälp av dessa kan läraren, vid planering av ett specifikt arbetsområde, göra ett *underlag för bedömning* som sedan används för att skapa *lärardokumentation*

och *elevdokumentation*. På Skolverkets webbplats finns olika exempel på hur underlag, lärardokumentation och elevdokumentation kan se ut för olika årskurser och olika arbetsområden.

Avsikten med att göra materialet webbaserat är att läraren med stöd av de exempel som finns ska kunna skapa sina egna underlag för olika arbetsområden. Detta gör man genom att kopiera och klistra in i olika mallar, men också genom att skriva egen text. Nedanstående bild illustrerar arbetsgången.



I en introduktion beskrivs arbetsgången och materialets olika delarna. Det är bra att ha bedömningsmatrisen och centralt innehåll i tabellform för aktuella kunskapsområden utskrivna.

Bedömningsmatrisen

Det finns huvudsakligen två olika bedömningsmetoder, den *holistiska* och den *analytiska*. När bedömningen grundar sig på bedömarens helhetsintryck kallas den för holistisk. Vid analytisk bedömning beskrivs de aspekter som är viktiga att bedöma men också olika kvalitativa nivåer. Bedömningsmatrisen är ett exempel på analytisk bedömning.

Bedömningsmatrisen i bedömningsstödet är uppdelad efter de förmågor som undervisningen ska utveckla och som handlar om *problemlösning*, *begrepp*, *metoder*, *resonemang* och *kommunikation* (se ruta på nästa sida). Förmågorna i matematik går in i varandra. I kunskapskraven, som ger en beskrivning av vad som ska bedömas, beskrivs förmågorna på olika ställen i texten. I bedömningsmatrisen är förmågorna separerade och det finns en beskrivning av vad bedömningen avser för varje förmåga. Här beskrivs de aspekter som bör bedömas och som är unika för respektive förmåga. Bedömningsmatrisen bygger på den text som beskriver kunskapskraven för godtagbara kunskaper i årskurs 3 och för betyget E i årskurs 6 respektive årskurs 9. Den texten är relativt lika för alla tre årskurserna, undantaget matematikinnehållet.

Centralt innehåll

Det centrala innehållet har delats upp efter de kunskapsområden som finns i kursplanen förutom *problemlösning*, det vill säga *taluppfattning och tals användning*, *algebra*, *geometri*, *sannolikhet och statistik* samt *samband och förändring*. Varje kunskapsområde har sedan delats upp i mindre delområden och följer samma indelning som i kommentarmaterialet till kursplanen i matematik. Under rubriken till ett delområde (tex att *uttrycka och använda tal*) finns texter från kursplanen. För att tydliggöra progressionen mellan årskurserna står texterna från kursplanen bredvid varandra i tre kolumner årskurs 1–3, årskurs 4–6 och årskurs 7–9.

Exempel på formuleringar i Bedömningsmatrisen			
Bedömningen avser	På väg mot godtagbar nivå	Godtagbar/E-nivå	Högre nivå
Problemlösning - I vilken grad eleven kan tolka muntlig och skriftlig information med matematiskt innehåll - I vilken grad eleven kan beskriva sitt tillvägagångssätt vid problemlösning med hjälp av matematikens uttrycksformer - Kvaliteten på de strategier och metoder som eleven väljer - Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser - I vilken grad eleven bedömer rimligheten i ett resultat		- Eleven tolkar enkel muntlig och skriftlig information med matematiskt innehåll - Eleven beskriver sitt tillvägagångssätt på ett i huvudsak fungerande sätt med hjälp av matematikens uttrycksformer och med viss anpassning till sammanhanget - Eleven väljer godtagbara strategier och metoder med viss anpassning till problemet - Eleven tolkar resultat och drar någon relevant slutsats - Eleven för enkla resonemang om rimligheten i ett resultat	
Begrepp - Hur väl eleven använder olika begrepp - Kvaliteten på elevens beskrivningar av olika matematiska begrepp och hur eleven då använder olika uttrycksformer - I vilken grad eleven visar kunskap om relationer och samband mellan olika matematiska begrepp			
Metoder - Hur väl metoden är anpassad till uppgiften/situationen - Hur väl eleven genomför metoder och beräkningar - Hur utvecklingsbara elevens metoder är - Hur väl eleven hanterar olika hjälpmedel			
Resonemang - I vilken grad eleven ställer och besvarar frågor med matematiskt innehåll - I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang - Kvaliteten på elevens matematiska resonemang (motiveringar och argumentationer)			
Kommunikation - Kvaliteten på elevens beskrivningar och redogörelser både muntligt och skriftligt - Hur väl eleven använder matematikens uttrycksformer			

Exempel från Centralt innehåll i tabellform

Likhetstecknets innebörd och variabelbegreppet			
Arskurs 1-3	Arskurs 4-6	Arskurs 7-9	
Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse. Bedömningen fokuserar i vilken grad eleven visar, använder och uttrycker kunskaper om - likhetstecknets olika innebörd dynamisk t ex $3 + 8 = ; 12 - 5 =$ eller statiskt t ex $______ = 3 + 8 ; 4 = ______ - 7$ - skillnaden mellan likhet ($=$), inte lika med ($\neq$) och olikhet ($>$, $<$)	Obekanta tal och deras egenskaper samt situationer där det finns behov av att teckna obekanta tal med en symbol. Bedömningen fokuserar i vilken grad eleven visar, använder och uttrycker kunskaper om - likhetstecknets olika innebörd dynamisk t ex $387 + 81 =$ eller statiskt t ex $7 + 5 = 15 - 3 = 6 \cdot 2 = \frac{24}{2}$ - att obekanta tal kan betecknas med en symbol t ex en bokstav som kan anta olika värden - skillnaden mellan likhet ($=$), ungefär lika med ($\approx$), inte lika med ($\neq$) och olikhet ($>$, $<$)	Innebörden av variabelbegreppet och dess användning i algebraiska uttryck, formler och ekvationer Bedömningen fokuserar i vilken grad eleven visar, använder och uttrycker kunskaper om - att bokstäver i ett uttryck/formel kan representera ett tal (t ex $5x+2$) men också ett begrepp (t ex $A = \pi r^2$) - att $2a$ betyder $2 \cdot a$, att vilket av uttrycken $2a$ eller $2 + a$ som är störst beror på värdet av a - skillnaden mellan variabler och konstanter dvs. att en konstant har ett fixt värde och att en variabel kan anta olika värden - skillnaden mellan likhet ($=$), ungefär lika med ($\approx$), inte lika med ($\neq$) och olika typer av olikheter ($>$, $<$, $\leq$, $\geq$)	
Bedömningen fokuserar även hur väl eleven - använder likhetstecknet dvs. vänster och höger led är olika uttryck för samma tal - bestämmer värden av obekanta tal i enkla likheter t ex $15 - ______ = 8 ; 20 = ______ + 12 ; 8 + 7 = 5 \cdot ______ ; ______ - 3 = 7$ - redovisar sina tankar om likheter och likhetstecken med olika uttrycksformer t ex med bilder, ord och/eller matematiska symboler - ställer och besvarar frågor om likheter och likhetstecknets betydelse	Bedömningen fokuserar även hur väl eleven - använder likhetstecknet korrekt dvs vänster och höger led är olika uttryck för samma tal - bestämmer värden av obekanta tal i enkla likheter t ex $35 - ______ = 8 ; 20 = x + 12$ $8 + 7 = 5 \cdot x ; x - 4 = 18$ - bestämmer värdet av ett eller flera utelämnade tal i en likhet t ex $4 \cdot ______ = ______ + 10$ - tolkar och skriver språkliga uttryck med symboler t ex två mindre än x skrivs $x - 2$, dubbelt så mycket som x skrivs $2 \cdot x$, $2x$ - redovisar sina tankar om obekanta tal med olika uttrycksformer t ex med bilder, ord och/eller matematiska symboler - ställer frågor, framför och bemöter matematiska resonemang om likheter och obekanta tal och deras egenskaper	Bedömningen fokuserar även hur väl eleven - använder likhetstecknet och olika olikhetstecken korrekt - hantera algebraiska uttryck t ex förenklar, bryter ut ett tal eller en variabel, beräknar uttryckets värde för olika värden på variablerna - redovisar sina tankar om variabler, uttryck, formler och ekvationer med olika uttrycksformer t ex med bilder, ord eller matematiska symboler och växlar mellan dessa - följer, framför och bemöter matematiska resonemang om variabler, uttryck, formler och ekvationer Mer om formler finns under kunskapsområdet Samband och förändring	

I punktlistor med rubrikerna "Bedömningen fokuserar i vilken grad eleven visar, använder och uttrycker kunskaper om" och "Bedömningen fokuserar hur väl eleven" framgår vad bedömningen fokuserar inom varje delområde i matematik. Under den första rubriken beskrivs begrepp och metoder från delområdet som eleven kan visa, använda och uttrycka kunskaper om i olika grad. Under den andra rubriken inleds alla punkter med ett verb för att beskriva hur eleven kan visa detta. För båda gäller att eleverna kan visa sina kunskaper både muntligt och skriftligt och med många olika uttrycksformer, tex i handling, med konkret material, bild, ord, matematiska symboler och matematiska resonemang.

Kunskapskvalitet

Det centrala innehållet i tabellform beskriver vilket matematikinnehåll som kan analyseras och bedömas, men det är kvaliteten på hur väl eleven visar detta som avgör om hon/han når godtagbar nivå/E-nivå eller högre kvalitativ nivå. Både i bedömningsmatrisen och i det centrala innehållet i tabellform används flera olika uttryck för att beskriva kvaliteten.

För lärare som undervisar i årskurs 2–3 är det viktigt att också läsa bedömningen för årskurs 4–6 eftersom elever ibland behärskar en del av detta innehåll redan innan de kommer till årskurs 4. För lärare som undervisar i årskurs 4–6 är det viktigt att också läsa bedömningen för årskurs 1–3 för att se vad eleven bör ha kunskaper om från tidigare årskurser men det är också viktigt att läsa bedömningen för årskurs 7–9. På motsvande sätt är det viktigt för lärare som undervisar i årskurs 7–9 att läsa bedömningen för tidigare årskurser för att se vad eleven redan bör ha kunskaper om.

Underlag för bedömning

Vid planeringen av ett arbetsområde kan man med stöd av materialet ta fram ett underlag för bedömning. Det görs med fördel av flera lärare tillsammans. Utifrån val av punkter från det centrala innehållet och av aspekter från bedömningsmatrisen som passar till årskursen och arbetsområdet görs sedan lärardokumentation och elevdokumentation. Underlag, lärardokumentation och elevdokumentation kan återanvändas och revideras av andra lärare. På nästa sida följer ett exempel på ett underlag för bedömning av arbetsområdet *likhetstecknets innebörd*, som finns inom algebra för årskurs 3.

Lärardokumentation

Lärardokumentationen består av bedömningsmatriser som kan anpassas till varje arbetsområdet. Som ett stöd för läraren finns dels exempel på innehållspecifika bedömningsmatriser för några arbetsområden i olika årskurser, dels en matris med en generell beskrivning för godtagbara kunskaper, oavsett matematikinnehåll. Läraren kan göra egna matriser genom att utgå från den generella matrisen eller från något exempel, men också skriva in egen text som passar det aktuella området.

Bedömningsstödet som här beskrivs finns på skolverket.se/bedomningmatematik.

I kunskapsområdet "Algebra" för årskurs 1–3 finns nedanstående punkter. (För elever som kommit långt i sin kunskapsutveckling kan man också läsa punkterna för årskurs 4–6.) Punkterna är hämtade från följande delområden: *likhetstecknets innebörd och variabelbegreppet och algebraiska uttryck och ekvationer samt ekvationslösning.*

Bedömningen fokuserar *i vilken grad* eleven visar, använder och uttrycker kunskaper om

- ◇ likhetstecknets olika innebörd: dynamiskt (blir), t ex $3 + 8 =$; $12 - 5 =$ eller statiskt (är), t ex att $__ = 3 + 8$ $4 = __ - 7$
- ◇ skillnaden mellan likhet ($=$), inte lika med ($\neq$) och olikhet ($>$, $<$)
- ◇ olika informella symboler t ex $5 + * = 9$
- ◇ olika formella symboler t ex $b + b = 10$

Bedömningen fokuserar även *hur väl* eleven

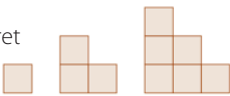
- ◇ använder likhetstecknet dvs att vänster och höger led är olika uttryck för samma tal
- ◇ bestämmer värden av obekanta tal i enkla likheter t ex $15 - __ = 8$
 $20 = __ + 12$ $8 + 7 = 5 \cdot __$ $__ - 3 = 7$
- ◇ använder olika informella symboler, t ex
 $\bigcirc + \bigcirc = 10$
 $\bigcirc - \triangle = 3$
- ◇ redovisar sina tankar om uttryck med olika uttrycksformer t ex med bilder, ord och/eller matematiska symboler, för prealgebra t ex med bilder, konkret material eller ord
- ◇ ställer och besvarar frågor om likheter, likhetstecknets betydelse och olika symboler.

Elevdokumentation

När det gäller all bedömning är elevens aktiva deltagande viktigt. Att reflektera över sina kunskaper i matematik ger eleven möjlighet att inse vad denne behärskar. Det kan öka tilltron till den egna förmågan att lära matematik. Som ett stöd för att få eleven att aktivt reflektera över sina kunskaper kan man använda självbedömningar.

Elevdokumentationen består av två olika typer av självbedömning. Det finns exempel på självbedömning av mer generell karaktär för olika årskurser som kallas *Mitt lärande i matematik*. Eleven ska ta ställning till påståenden som utgår från förmågorna och som kan tillämpas på allt centralt innehåll. Här finns också flera öppna frågor som eleven ska besvara. Dessa självbedömningar kan användas när som helst under terminen och kan göras i hela klassen samtidigt. Men det finns också olika exempel på självbedömningar som är kopplade till ett specifikt matematikinnehåll. Dessa kan användas vid inledningen av ett arbetsområde, under arbetet och som avslutning av ett arbetsområde. Även i dessa självbedömningar finns påståenden som eleven ska ta ställning till som inte är relaterade till något specifikt matematikinnehåll. Läraren kan,

med olika exempel på självvärderingar och generella påståenden, konstruera självbedömningar som passar till olika arbetsområden. I senare årskurser kan eleven även använda samma dokumentation som läraren för att bedöma sin kunskap. Denna självbedömning ger information till både läraren och eleven. Läraren får syn på elevens tankar om vad denne behöver ytterligare undervisning om. Eleven kan reflektera över vad denne behöver arbeta mera med.

Säker – <i>Jag kan</i> Ganska säker – <i>Jag måste öva lite mer</i> Osäker – <i>Jag behöver lära mig</i>	säker	ganska säker	osäker
Rita och beskriva nästa figur i mönstret t ex 			
Lösa ekvationer t ex $48 = 6 \cdot x$			
Förklara hur jag prövar att min lösning till en ekvation är rätt			
Beräkna värdet t ex <i>Hur mycket är uttrycket $b + 7$ värt då $b = 14$?</i>			
Använda olika strategier när jag löser problem i algebra			
Motivera min lösning muntligt eller skriftligt t ex varför $x = 14$ när $x - 4 = 10$			
Följa andra elevers förklaringar och bidra med idéer om hur en uppgift kan lösas			

Exempel på några påståenden från självbedömning för algebra, årskurs 6.

Kunskapsutveckling över tid

Läraren kan på olika sätt följa elevens kunskapsutveckling över tid. I bedömningsmatrisen kan läraren föra in bedömningen för alla elever i en klass eller välja att göra en bedömningsmatris för varje elev. Dessa matriser, liksom elevernas självbedömningar, kan sparas digitalt eller i pappersform. Elevernas självbedömningar ger även eleven en möjlighet att följa sitt lärande.

LITTERATUR

- Kjellström, K. (2011). Bedömningsmatriser – en metod för analytisk bedömning. I Lindström, Lindberg & Pettersson (red). *Pedagogisk bedömning. Om att dokumentera, bedöma och utveckla kunskap*. Stockholm: Stockholms universitets förlag.
- Kjellström, K. (2012). Betygssättning och bedömning i matematik. I Nordgren, Samuelsson & Odenstad (red). *Betyg i teori och praktik. Ämnesdidaktiska perspektiv på bedömning i grundskola och gymnasieskola*. Malmö: Gleerups.
- Pettersson, A., Olofsson, G., Kjellström, K., Ingemansson, I., Hallén, S., Björklund Boistrup, L. & Alm, L. (2010). *Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik. Matematikdidaktiska texter, Beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund. Del 4*. Stockholm: Institutionen för matematik-ämnets och naturvetenskapsämnenas didaktik, Stockholms universitet.