

Arkimedes

JAN UNENGE



Vetenskapshistoriens mest berömda aha-upplevelse är mer än 2000 år gammal. I varje fall påstås det att när Arkimedes en gång skulle kliva ner i sitt badkar förstod han plötsligt sambandet mellan den vattenmängd som trängs undan och den tyngdminskning kroppen får i vatten. Förtjust över upptäckten skulle då Arkimedes, naken som man plägar vara vid inomhusbad, ha sprungit ut på gatan. Ovetande om modernt pedagogiskt språk skrek han inte aha utan i stället på grekiska:

— Heureka! Heureka!

Vilket kan översättas med ”Jag har funnit det!”

Arkimedes och hans princip

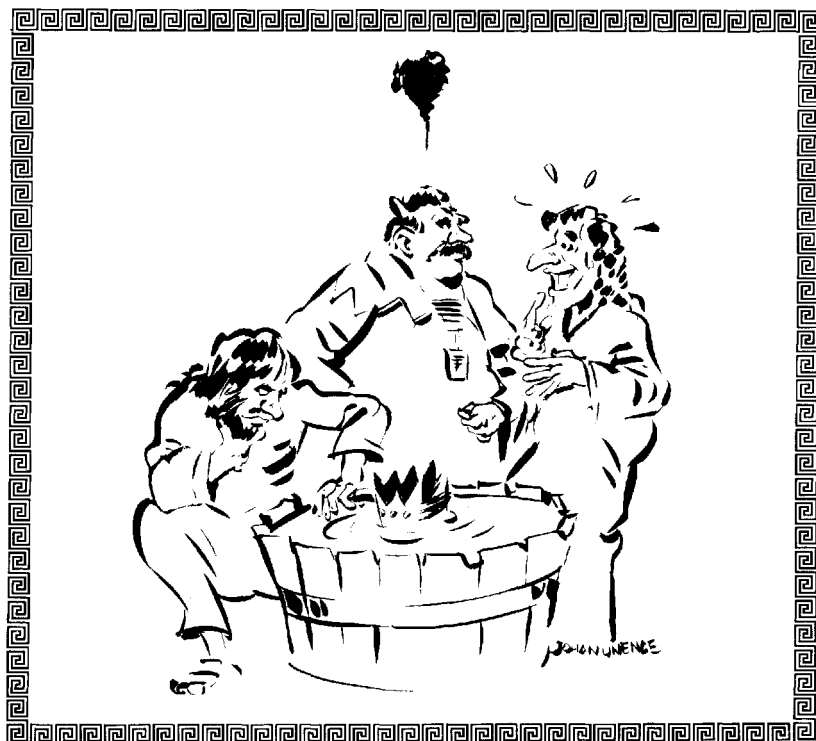
Arkimedes föddes år 287 f Kr — tror man — son till en berömd astronom, Fidias, och levde i Syrakusa på Sicilien — vet man.

Han anses inte bara vara antikens främste matematiker utan en av de största naturforskare som någonsin funnits. Skulle man göra en hit-lista över sådana viktiga personer skulle Arkimedes sannolikt ta en medaljplats.

Än i dag finns hans namn bevarat, dels genom den berömda Arkimedes' princip, dels som namn på en utombordsmotor. Det sista är välfunnet. Inte för att Arkimedes uppfann någon sådan, men för att hans princip ger förklaringen till att inte bara små utombordare utan även fartyg på hundratusentals ton flyter.

Arkimedes aha-upplevelse hade en särskild bakgrund. Av

kung Hieron hade han fått i uppgift att undersöka om en krona, som kungen förärats, verkligen var av gediget guld eller om tillverkaren, för att göra en bättre affär, möjligen smält in andra metaller. I allmänhet påstås att Arkimedes genom sin metod avslöjade att guldsmeden var en bedragare, men det kan bero på att historien då blir mer effektiv. Viktigare är att Arkimedes angav en generell metod och detta är dokumenterat. Skriften "Om flytande kroppar" är bevarad liksom nio andra skrifter av Arkimedes.



Så fick han pi

Arkimedes var i grunden en ren matematiker. Han pläderade för kunskap förvärvat för dess egen skull, utan sidoblickar på någon praktisk användbarhet. Hans matematiska arbeten är också omfattande. Frågar någon vem som ursprungligen upptäckt någon grundläggande matematisk sats — gissa på Arkimedes från 200-talet f Kr eller på Gauss från 1800-talets början!

Det är Arkimedes som funnit formlerna för cirkelns och klotets areor, volymer och areor för konen, cylindern och pyramiden. Och som gav ett värde på π , användbart i de mest noggranna, finmekaniska arbeten.

Att förhållandet mellan omkretsen och diametern är lika för alla cirklar var bekant sedan länge, men värdet på detta förhål-

lande var dåligt. I Bibeln anges faktiskt värdet till 3 i t ex Första Konungaboken. Arkimedes metod är lika elegant som viktig.

Om man dels skriver in en kvadrat i en cirkel, dels omskriver en kvadrat kring samma cirkel, kan man förstå att cirkelns omkrets måste ligga mellan den in- och den omskrivna kvadraternas omkretsar. Ersätter vi kvadraten med en sexhörning kan samma slutsats dras, men de båda gränserna för cirkelomkretsen blir snävare. Arkimedes fortsatte ända till en in- och en omskriven 96-hörning — och att se skillnaden mellan en 96-hörning och en cirkel kräver god syn. På det sättet fann Arkimedes att värdet på π måste ligga mellan 3,1408 och 3,1429. Med fyra decimaler är π 3,1416 så nog var approximationen god.

Oändligt med sand

Idén att stänga in den krokiga cirkellinjen mellan rätlinjiga figurer var kanske i grunden Arkimedes största bragd. Det är just den principen som ligger bakom en av matematikens hörnstenar, den som kallas för infinitesimalkalkyl och som innehåller både derivata och integral. Det Arkimedes inte klarade var att formalisera begreppen och att klara av oändligheten i sammanhanget. Det må väl förlåtas honom, det dröjde ända till Newton på 1600-talet innan matematikerna kunde ta detta steg.

Det stora steget från mycket stora tal till oändligheten beskriver Arkimedes själv i sin berömda skrift Sandräknaren. Den börjar:

”Det finns somliga som tror att sandkornens antal är oändligt stort; och jag menar med sand ej endast det som finns omkring Syrakusa och övriga Sicilien utan alla sandkorn som påträffas i jordens alla regioner, vare sig bebodda eller obebodda.”

Sedan sätter Arkimedes i gång att beräkna antalet sandkorn som skulle behövas för att fylla helt det universum man då ansåg existerade. För moderna människor, som griper efter en miniräknare för de enklaste operationer, framstår Arkimedes räknande som mardrömslikt. Men han konstaterar att antalet erforderliga sandkorn är mindre än ett tal som vi skriver 10^{63} . Arkimedes utgår från talet 10 000 som kallas en myriad och betecknades med den grekiska bokstaven M. Han bildar sedan strax en ny bas för sitt räknande, en myriad-myriad, som alltså är 10^8 . I förbifarten klarar han därvid ut vad vi kallar potenslagar.

För att klara räkningarna måste Arkimedes hitta på egna siffersystem. Det grekiska var minst lika klumpigt som det vi kallar romerska siffror och tal. Ändock tycks han inte kommit på det moderna positions- och decimalsystemet — något att begrunda för lärare som inte lyckas få små grundskoleelever att förstå denna finesse.



Kriget ändade hans cirklar

Arkimedes tvingades så småningom att likt många av sina sentida naturvetenskapliga kolleger ställa sin genialitet i krigets tjänst. Trots Hannibals berömda tåg över Alperna och hans krigshistoriskt berömda seger i slaget vid Cannae började romarna sina erövringar kring Medelhavet och när Sicilien anfölls kallades Arkimedes in under fanorna. Hans ingenjörskonst och uppfinningsrikedom firade stora triumfer. Främst byggde han på hävstångslagen, vars principiellt obegränsade möjligheter Arkimedes beskrev med orden "Ge mig en fast punkt och jag skall lyfta jorden". Lagens praktiska möjligheter utnyttjade Arkimedes genom att konstruera maskiner som kastade stenblock mot fiender, som lyfte stora fartyg upp i luften för att sedan slunga tillbaka dem i havet. Dessa, i jämförelse med våra dagars vapenarsenaler nästan oskyldiga försvarsmaskiner, satte skräck i romarna som i stället år 212 beslöt sig för att svälta ut Syrakusas invånare. Arkimedes återgick till sina matematiska problem och när en romersk soldat såg honom försjunken i geometriska figurer ritade i sanden skall Arkimedes ha utropat "Rubba icke mina cirklar". Romaren, mer intresserad av våld och krig än av kultur och matematik, slog ihjäl Arkimedes. "Ingen romare förlorade sitt liv därför att han sysslade med geometri" — ett klassiskt uttryck som belyser skillnaden mellan två folkslag.