

Kan 8–12-åringar lösa ekvationer?

Genom att inte på förhand bestämma att ekvationer är ”för svårt” för eleverna beskriver författarna hur de med rätt stöd fick sina elever i årskurs 2 och årskurs 6 att både lösa ekvationer och att använda dem vid problemlösning. Deras slutsats är att vi lärare inte ska vara rädda för att ha höga förväntningar på våra elever.

Hösten 2005 började vi en kurs i matematikämnet didaktik vid Lärarhögskolan i Stockholm för att få ny inspiration i vår egen undervisning. Under kursens gång diskuterades bland annat ekvationslösning. När det blev dags att skriva uppsats våren 2006 fastnade vi för detta ämne och ville undersöka hur och om våra elever kunde lösa ekvationer.

Vi undervisade då i en årskurs 2 respektive årskurs 6 och bestämde oss för att genomföra undersökningen på samma sätt i de båda klasserna, för att sedan kunna jämföra och se likheter och skillnader.

Eleverna har arbetat med ekvationer på tre nivåer, vilket innebär att de från det konkreta arbetet (göra-nivån) med laborativt material övergått till att rita figurer (rita-nivån) som visar sambanden. Slutligen har eleverna genomfört uppgifterna med användning av matematiska symboler (skriva-nivån).

Likhetstecknet

Vår erfarenhet är att de flesta av eleverna kommer med föreställningen att likhetstecknet betyder ”blir”. För att kunna förstå ekvationer och ekvationslösning måste eleverna även kunna tolka och använda likhetstecknet på ett annat sätt, dvs att vänster och höger led i en ekvation står för lika stora

tal. Likhetstecknet kan alltså ses dynamiskt eller statiskt. Dynamiskt är att eleven ser en uppgift där svaret *blir*, till exempel $3 + 2$ *blir* 5. Eleven utför en beräkning där svaret står efter likhetstecknet. När likhetstecknet ses statiskt utläses likhetstecknet som *är lika mycket som*, till exempel 5 *är lika mycket som* $3 + 2$.

Vår undersökning började därför med att våra respektive elever i årskurs 2 och 6 fick svara på följande fråga:

Vad är ett likhetstecken? Rita och skriv. Ge olika exempel på när och hur ett likhetstecken används.

På nästa sida visar vi fyra exempel på elevsvar. Alla eleverna i de båda klasserna visade att de förstod vad ett likhetstecken är och hur det ser ut. De flesta av eleverna uttryckte att likhetstecknet visar att det är lika mycket på båda sidor.

Göra-nivån

Vi introducerade ekvationsspelet (bönspelet) för våra elever. Spelet introducerades genom att vi visade olika bön–ask–problem med hjälp av en overheadprojektor. Eleverna blundade och vi gömde bönor i tändsticksaskar och gjorde ett problem enligt följande regler:

Ett likhetstecken är som en väg. Några exempel: $1+4=5+0$,
 $10+10=15+5$, $5=4+1$.

$$1+3=4$$

Det ska vara lika mycket på båda sidorna för 4 är lika mycket som 1+3.

$$5+5=9+1=10$$

Likhetstecken = är denna figur =

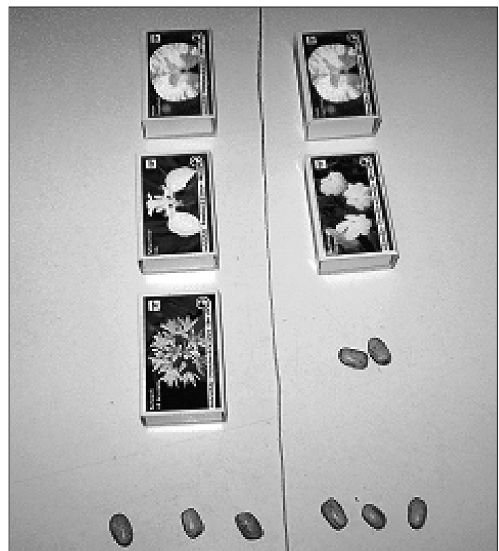
- Lika många bönor ska gömmas i varje ask.
- Lika många bönor placeras på vardera sidan om garntråden som symboliserar likhetstecknet.
- Både synliga och gömda bönor räknas med.

Eleverna spelade sedan ekvationsspelet två och två och gav varandra uppgifter att lösa. I båda klasserna förekom olika strategier för att komma fram till lösningen. En vanlig strategi var att pröva sig fram. Någon försökte att lyssna sig fram genom att skaka på

asken, men kom snabbt fram till att det inte var en hållbar strategi. Ett annat sätt som användes, framförallt i åk 6, var att eleverna sorterade askar och bönor på de båda sidorna om snöret (likhetstecknet) för att på så sätt kunna se problemet och lösningen.



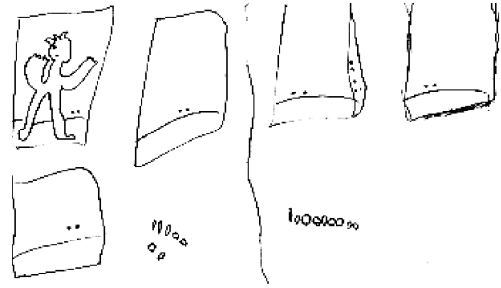
Figur 1. Problem från ekvationsspelet



Figur 2. Elevlösning i ekvationsspelet

Det fördes samtal om fördelar och nackdelar med de olika strategierna. I det här läget visade vi hur en ekvation kan lösas genom att ta bort lika mycket på båda sidor. Detta var ett sätt som eleverna tog till sig och sedan använde sig av.

Läs mer om ekvationsspelet i *Nämna-TEMA Uppslagsboken* (Trygg, m fl, 2002) och i *Nämna-TEMA Algebra för alla* (Bergsten, m fl, 1997).

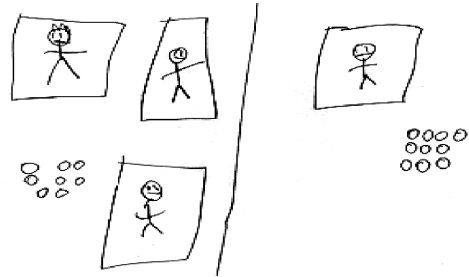


Figur 3. *Ekvationsspelet ritat*

Rita-nivån

Efter att ha spelat ekvationsspelet vid ett flertal tillfällen var det dags att gå vidare till nästa nivå. Vid det här tillfället hade vi "glömt" askarna och bönorna och en diskussion uppstod på vilket sätt vi kunde göra nu. Vi kom fram till att det går att använda papper och penna och rita uppgifter (se figur 3 och 4).

Flera elever kom snabbt fram till att det blev jobbigt att rita alla bönor och började använda de matematiska symbolerna istället (se figur 5).



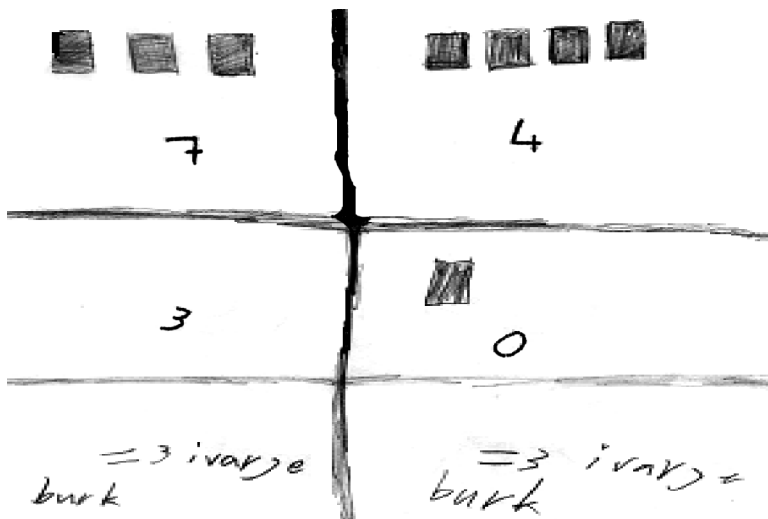
Figur 4. *Ekvationsspelet ritat*

Skriva-nivån

Efter att ha ritat uppgifter under ett antal lektioner ledde arbetet fram till samtal om hur spelet kan skrivas på matematikspråket. Vi förklarade att det är vanligt att använda bokstaven x som en symbol för det

okända. I samband med ekvationsspelet står alltså x för antalet bönor i varje ask. Om det är två askar med x antal bönor i respektive ask skrivs det med matematiska symboler som $2 \cdot x$ eller $2x$.

För de flesta av eleverna i de båda årskurserna blev detta steg inte ett stort eller svårt steg. I figur 6 visas ett exempel på lösning. De som ville fick gärna använda det



Figur 5. *Elevlösning mellan rita- och skriva-nivån*

laborativa materialet när de skulle lösa olika uppgifter. Det var några fler elever i årskurs 2 än i årskurs 6 som valde att ta hjälp av laborativt material.

$$2x + 7 = 1x + 14$$

$$1x + 7 = 0x + 14$$

$$1x + 0 = 0x + 7$$

$$x = 7$$

Figur 6. Elevlösning på skriva-nivån

Hur går vi vidare?

I slutet av vår undersökning gav vi eleverna i de båda klasserna 18 olika uppgifter att lösa. Här är några exempel:

- 1 $x + 5 = 13$
- 2 $9 = 12 - x$
- 3 $4x + 6 = 3x + 8$
- 4 $5x + 5 = 3x + 15$

De allra flesta av eleverna löste uppgifterna utan svårigheter och tyckte att de var lätta och roliga. Det var endast ett fåtal elever som använde sig av det laborativa materialet eller ritade uppgifterna.

Hur skulle vi nu gå vidare? Vårt arbete med uppsatsen var avslutat, men eleverna var kvar! Matematik handlar till stor del om problemlösning och då kan ekvationer vara ett viktigt hjälpmedel. Det har gått mer än ett år sedan vi startade arbetet med ekvationer. Det har visat sig att en del elever, som förra läsåret gick i årskurs 3, använder sig av det de lärt sig genom att de tecknar uppgifter på ett formellt matematiskt sätt när de löser problem. Ett par exempel:

- 1 Daniela önskar sig en hundbok. Den kostar 60 kr. Hon får 10 kr i veckopeng. Hur många veckor måste hon spara för att kunna köpa boken?

En elev visade sin lösning genom att skriva så här:

$$10 \cdot x = 60$$

$$x = 6$$

- 2 Johan köper tre lotter för 15 kr. Lotterna kostar tre kronor styck. Hur många lotter får Johan?

Ett elevsvar såg ut så här:

$$3 \cdot x = 15$$

$$x = 5 \quad \text{Han får 5 lotter.}$$

Vårt mål är att fortsätta arbetet med ekvationer i de klasser vi undervisar i och att hitta utmanande uppgifter för eleverna där de får användning av ekvationer vid problemlösning.

Sammanfattning

Vi utgick ifrån att våra elever skulle kunna lösa ekvationer men vi visste inte på vilket eller vilka sätt. För eleverna i årskurs 6 var det inga svårigheter att lösa ekvationer på skriva-nivån, men att även eleverna i 2:an skulle nå hit var inte lika förväntat. Det visade sig att likheterna var fler än skillnaderna mellan de båda årskurserna. I årskurs 2 var det fler som använde sig av laborativt material än i årskurs 6 där de lämnade det laborativa materialet efter kort tid.

Vi har kommit fram till att det är vi som lärare som sätter begränsningarna för våra elever. Har vi som lärare förutfattade mening om vad och när elever kan eller inte kan lära sig olika moment? Det är alldeles för lätt att stanna på göra-nivån i undervisningen för de lägre åldrarna. Beror det på att vi lärare inte vågar? Är vår ämneskunskap inte tillräcklig? Vad är det som styr vår undervisning? Är vi läroboksstyrda? Det är inte lätt att hitta läromedel anpassade för de yngre eleverna med kapitel som handlar om ekvationslösning.

Vi har kommit fram till genom vårt arbete att:

Barn är av naturen skickliga problemlösare och kan anta större utmaningar än vad vi tror!

REFERENSER

- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. NCM, Göteborgs universitet.
- Trygg, L. m fl (red.) (2002). *Uppslagsboken*. NCM, Göteborgs universitet.