

# Vad är kunskap i matematik?

De senaste åren har ett antal försök gjorts att kategorisera matematikkunnande med hjälp av kompetenser. Här presenteras de kompetenser som identifierats av *Mathematics Learning Committee*. Kommitténs arbete finns presenterat i den omfattande rapporten *Adding It Up. Helping Children Learn Mathematics*, där både elev- och lärarkompetenser diskuteras. Diskussionen om kompetenser kommer att följas upp i kommande nummer.

Alla talar om ökad kunskap i matematik, men vad är det? Diskussioner om didaktik är vanliga och nödvändiga. Jag har själv frågat mig och varit med i diskussioner om vad man som lärare bör prioritera för att eleverna skall få kunskap i matematik: grupparbeten eller tavelundervisning, skriftliga prov eller inlämningsuppgifter, läroboksbaserad undervisning eller laborativa övningar. Men vad är egentligen kunskap i matematik?

Jag menar att diskussioner om metoder för undervisning av matematik måste relateras till vilken typ av kunskap vi vill att eleverna skall uppnå i matematik. Annorlunda uttryckt: innan vi börjar diskutera hur vi skall undervisa måste vi först vara överens om vad vi vill att eleverna skall lära sig.

Diskussioner om vad kunskap i matematik är kan föras utifrån olika perspektiv. Man kan t ex försöka specificera vilka delar av matematiken som eleverna skall behärska, såsom formeln för triangelns area, att lösa en andragradsekvation eller definitionen av konvergens.

Ett annat sätt att diskutera kunskap i matematik är att försöka identifiera vilken ty-

per av kompetenser eller förmågor som eleven bör behärska, t ex begreppsförståelse eller problemlösningsförmåga.

Vilket perspektiv som än väljs bör diskussionerna ta sin utgångspunkt i något slags begreppsligt ramverk som behandlar kunskap i matematik. Detta ramverk kan kanske hämtas från läroplanen, kursplanen eller läroboken. Ramverket skall inte bara ge idéer om vad kunskap i matematik är utan också hjälpa till att strukturera funderingar och diskussionerna kring kunskapsbegreppet.

I denna artikel skall jag beskriva ett ramverk som uttryckligen syftar till att stödja lärare i sådana diskussioner. Det fick mig att se helt annorlunda på vad kunskap i matematik är. Jag insåg plötslig hur lite jag hade funderat över vad kunskap i matematik är.

Ramverket är utvecklat för motsvarande grund- och gymnasieskolan i USA (Kilpatrick, Swafford, and Findell, 2001) och diskuterar kunskap i matematik i termer av kompetenser (eng mathematical proficiency). Ramverket kan ses som ett komplement till vad som står i läro- och kursplaner och har fördelen att det kan appliceras på alla typer av matematiska nivåer och ämnesområden.

Idén är att bred matematisk kompetens kan beskrivas utifrån fem inbördes relaterade komponenter:

- Begreppsförståelse
- Räknefärdighet
- Problemlösningsförmåga
- Matematiskt-logiskt resonemang
- En positiv inställning till matematik.

## Begreppsförståelse

En elev som har denna typ av kompetens har en förmåga att se relationen mellan matematiska idéer och procedurer. Eleven har således mer än bara kunskap om olika fakta och algoritmer; eleven vet hur olika begrepp, fakta och algoritmer förhåller sig till varandra och i vilka matematiska sammanhang de är relevanta att arbeta med. En bra indikator på begreppsförståelse är att eleven har förmågan att representera och lösa samma problem på olika sätt.

Låt mig som exempel ta uppgiften att beräkna summan av två bråk. Eleven kan kanske lösa problemet med hjälp av sax och papper, använda tallinjen, skapa gemensam nämnare, omvandla till decimaltal och förstå innebörden av denna transformation eller sätta in uttrycket i en berättelse som sätter uppgiften i ett större sammanhang.

Vinster med att utveckla denna typ av begreppsförståelse är att eleverna behöver lära sig färre saker utantill och att de får större möjligheter att se hur matematik hänger samman på ett vettigt sätt, det vill säga att matematik inte bara är en mängd fakta, metoder och algoritmer som används tillsynes slumpmässigt för att lösa problem.

## Räknefärdighet

Att lösa matematiska problem kräver förmåga att räkna, ingen kan hävda något annat. Men räknefärdighet är mer än bara förmågan att utföra enkla beräkningar på beställning. Denna kompetens innefattar att effektivt och precist kunna utföra beräkningar på flera sätt, t ex med papper och

penna eller med huvudräkning, och även i större sammanhang som t ex i samband med meningsfulla problem. Räknefärdighet omfattar också att kunna genomföra överslagsräkningar och bedöma rimligheten hos ett visst svar.

## Problemlösningsförmåga

Vi skiljer på begreppen uppgift och problem. Enkelt uttryckt kan man säga att en uppgift är ett problem om eleven inte har en färdig metod att applicera för att lösa den. Typiska uppgifter är således de uppgifter som eleverna skall räkna igenom med hjälp av typexempel som läraren just gått igenom på tavlan.

När eleven innehar kompetensen problemlösningsförmåga kan de inte bara lösa problem, utan också formulera och representera matematiska problem. De skall kunna formulera matematiskt vettiga problem med utgångspunkt i vardagssituationer. Vidare kan en elev med problemlösningsförmåga representera problemet på en rad matematiska sätt såsom algebraiskt, logiskt, grafiskt, aritmetiskt osv. Dessutom skall eleven behärska flera *olika* sätt att lösa problem (jmf begreppsförståelse).

Problemlösning och problemlösningsförmåga har tidigare diskuterats i Nämnaren och jag hänvisar till tidigare nummer för en djupare diskussion av denna typ av kompetens.

## Matematiskt-logiskt resonemang

Traditionellt är matematisk-logiska resonemang nära kopplade till matematisk bevisföring. Här skall förmåga till matematisk bevisföring ses som en del av denna kompetens där även mer informella och intuitiva sätt att resonera ingår. Elever med denna kompetens kan argumentera för och förklara varför ett svar eller en lösning till ett problem är matematiskt rimligt. I resonemangskompetensen ingår också förmågor som att se och använda mönster, använda deduktiva resonemang samt att vara kapabel att reflektera över varför en lösning är matematiskt logisk medan en annan inte är det.

## En positiv inställning till matematik

Även om det kan kännas ovant är det inte så dumt att se en positiv attityd till matematik som en kompetens i sig, en kompetens som utvecklas i samspel med de andra. Å ena sidan gör en positiv inställning att det blir lättare att lära sig, å andra sidan ger ökade förmågor det lättare att ha en positiv inställning till ämnet och till ens egna förutsättningar att söka ny kunskap. Men elevers attityd till matematik kan även påverkas, förhoppningsvis positivt, av att de får hjälp att se hur kunskap i matematik kan vara användbar för dem, både i vardagslivet och i ett framtida yrkesliv. Inställningen till matematik innefattar också att man kan se både sin egen och samhällets nytta av matematik.

## Avslutning

Ovanstående ramverk är i sig själv inget recept för framgång. Som jag nämnde inledningsvis är detta menat att ligga till grund för funderingar och diskussioner om vad vi vill att eleverna skall lära sig. Det är värt

att notera att kompetenserna delvis är överlappande. Detta är en ofrånkomlig konsekvens av att matematik samtidigt är ett så brett och ett så sammanhängande område. Det viktiga är inte att skilja kompetenserna från varandra, tvärtom: eleverna bör inte bara hjälpas att utveckla flera aspekter av sin matematiska kompetens utan också att integrera dem.

Titt som tätt ställer uttråkade elever frågan "Vad kan jag använda det här till?" när de introduceras för matematiska idéer. Frågan kan säkert många gånger vara relevant, de har verkligen inte någon aning om när de skall kunna använda detta. Jag menar att diskussioner och utveckling av undervisningen i linje med det jag presenterat i denna artikel kan hjälpa läraren att klargöra på vilket sätt matematiken är relevant för eleverna. Detta skulle kunna vara ett steg i riktning mot ett klassrum där eleverna nyfiket frågar: *Vad kan jag använda det här till?*

## LITTERATUR

- 
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academic Press.