



Mål och uppgifter i matematik

Peter Nyström

Umeå universitet

Beteendevetenskapliga mätningar

(Tillämpad utbildningsvetenskap)

Umeå forskningscentrum för matematikdidaktik

Från: Lundmark Leif /ba /pers [leif.lundmark@skola.skelleftea.se]

Till: Peter Nystrom

Kopia:

Ämne: Matteproblemet!

Hej Peter,

tack för senast!

Här kommer mitt matematiska problem:

Jämför vilket av följande alternativ som är mest lönsamt:

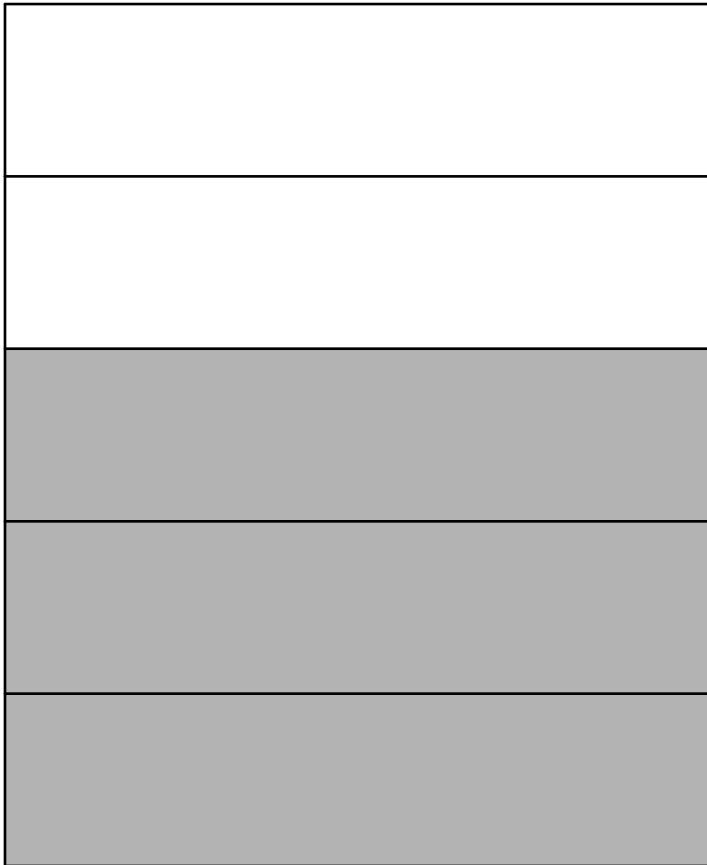
a) man erhåller 800: - varje år i 50 år, räntan läggs till varje år. Vilken totalsumma ger detta vid periodens slut om räntan är exempelvis 5%?

b) om man i stället får hela summan 40.000: - på en gång, vilket är då samlade värdet efter 50 år om vi gör ränta-på-ränta-beräkning, även det räknat på 5% ränta.

(vi bortser från inflationseffekter i båda fallen)

Med hälsningar och tack på förhand!

Leif



a) Kan du se $\frac{3}{5}$ av någonting?

b) Kan du se $\frac{5}{3}$ av någonting?

c) Kan du se $\frac{5}{3}$ av $\frac{3}{5}$?

d) Kan du se $\frac{2}{3}$ av $\frac{3}{5}$?

e) Kan du se $1\frac{3}{5}$?

f) Kan du se $\frac{5}{4}\frac{3}{4}$?

"Uppgifter" i matematik

- I matematik handlar det mest om "uppgifter" eller "problem"
- Att kunna matematik handlar om att kunna lösa uppgifter?
- Föreställningen om den korrekta och fullständiga lösningen till en uppgift
- Vad är viktigast, att komma fram till rätt svar eller genom sitt svar visa att man kan något?



- Skillnader mellan hur man lär sig matematik och hur man kan matematik?
- Skillnad mellan uppgifter för lärande och uppgifter för bedömning?
- Design är viktigt!
- "Frihetsgrader" i uppgiftskonstruktion?

"frihetsgrader" i uppgifter

- Kompetenser
- Ämnesinnehåll
- Kognitiva domäner (t.ex. veta, tillämpa, resonera)
- Svårighetsgrad
- Texttolkning, språk
- Hjälpmedel
- Öppenhet

Mål för matematikundervisningen

Det är viktigt med tydliga mål

Det är ännu viktigare med höga mål

Några viktiga frågor att ställa sig:

- Vad ska man kunna?
- Hur ska man kunna?
- När ska man kunna?
- Hur länge ska man kunna?
- Vad ska man kunna hur länge?



Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
- utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
- utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
- utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
- utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

Matematikens syfte och roll enligt kursplanen

- Utbildningen syftar till att ge kunskaper i matematik för studier inom vald studieinriktning och för fortsatta studier.
- Utbildningen skall leda till förmåga att kommunicera med matematikens språk och symboler, som är likartade över hela världen.



- Utbildningen i matematik i gymnasieskolan syftar också till att eleverna skall kunna analysera, kritiskt bedöma och lösa problem för att självständigt kunna ta ställning i frågor, som är viktiga både för dem själva och samhället, som t.ex. etiska frågor och miljöfrågor.
- Utbildningen syftar även till att eleverna skall uppleva glädjen i att utveckla sin matematiska kreativitet och förmåga att lösa problem samt få erfara något av matematikens skönhet och logik.

Efter avslutad kurs skall eleven kunna

- formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning (MaA)
- arbeta med räta linjens ekvation i olika former samt lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder (MaB)
- formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser (Ma B-E)



Kursplaneinnehåll

- Ämnets syfte
- Mål att sträva mot
- Ämnets karaktär och uppbyggnad
- Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs/skolår
- Bedömningens inriktning (Grundskolan)
- Betygskriterier

En elevröst

"I religionskunskap där får man tänka utifrån sig själv,
i språk får man konversera med varandra,
i idrott får man röra på sig,
i SO får man veta en massa viktiga saker om hur det ser ut i världen,
i NO får man intressanta aha-upplevelser"

Matematik?

"men i matematik där sitter man bara med en massa tal"



Kunskap eller kompetens

- Vad skiljer kunskap från kompetens?
- Specifik kunskap men generell kompetens?
- “Competencies” are the knowledge, skills and know-how applied and mastered in a given work situation
- “competence” means the proven ability to use knowledge, skills and personal, social and/or methodological abilities, in work or study situations and in professional and personal development.
- Olika definitioner av kompetens
 - Kompetens som högstanivå
 - Kompetens som lägstaniå
 - Kompetens som det normalt förväntade



Varför kompetenser?

- Matematikens roll är ett sammanhang där man lär sig generella kompetenser
- Vad är kunnande i matematik?
- Hur lär man sig matematik?
- Allsidighet kopplat till motivation
- Strukturerad tolkning och omsättning i praktik
- Balanserad matematikundervisning och balanserad bedömning i matematik



Om generella och specifika mål

Man läser inte ämnen så mycket för att lära sig särskilda fakta och begrepp utan för att lära sig uppfatta saker och använda begrepp på särskilda sätt. Genom de olika ämnena erövrar man de särskilda sätt att erfara och förhålla sig till världen som utvecklats inom de kunskapstraditioner som enskilda ämnen eller ämnesgrupper representerar.

(Ur Grundskola för bildning: Kommentarer till läroplan, kursplaner och betygskriterier)



Om utveckling av kunskapskvaliteter

Man kan inte utveckla kvaliteterna i sig, lära sig tänka i största allmänhet eller lösa problem i största allmänhet. Det är alltid något man tänker om och något specifikt problem man löser. På så vis är det konkreta innehållet en förutsättning för utveckling av de mer generella kvaliteterna.

(Ur Grundskola för bildning: Kommentarer till läroplan, kursplaner och betygskriterier)



Svenska mål kan tolkas i termer av kompetenser

- Palm, m.fl. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasiematematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion* (PM nr. 199). Umeå: Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar.
- <http://www.umu.se/edmeas/publikationer/2004.html>



Kompetenser och ämnesområden

Kompetenser

(Del)ämnesområden



Kompetenser (Processmål, förmågor)

- Problemlösningskompetens
- Algoritmkompetens
- Begreppskompetens
- Modelleringskompetens
- Resonemangskompetens
- Kommunikationskompetens
- Hjälpmedelskompetens?

Problemlösningsskompetens

- Kunna lösa uppgifter där uppgiftslösaren inte har någon färdig lösningsmetod tillgänglig.
- Tillämpa sina kunskaper i en ny situation.
- Vad är ett "problem"?



Problemlösningssuppgift

- Hos ett visst bilföretag kostar det 550 kr per dygn och 3,80 kr per kilometer att hyra en stor bil. Kostnaden för bensin tillkommer med 7,20 kr per mil. Hur stor blir den totala kostnaden per mil om du hyr en sådan bil under 1 dygn och kör 44 mil?

Problemlösningssuppgift (NKP MaC vt-96, uppgift 13)

Om funktionen f vet man följande:

- $f(7) = 3$ och
- för $7 < x < 9$ gäller att
 $0,8 < f'(x) < 1,2$

Bestäm största möjliga värde för $f(9)$.



Algoritmkompetens

Känna till och kunna använda för kursen relevanta rutinprocedurer.

Vad ska eleverna kunna utföra rutinmässigt?

Vad ska eleverna veta i matematik?



Exempel Algoritmkompetensuppgift

Lös ekvationen $2x + 6x = 4x - 8$

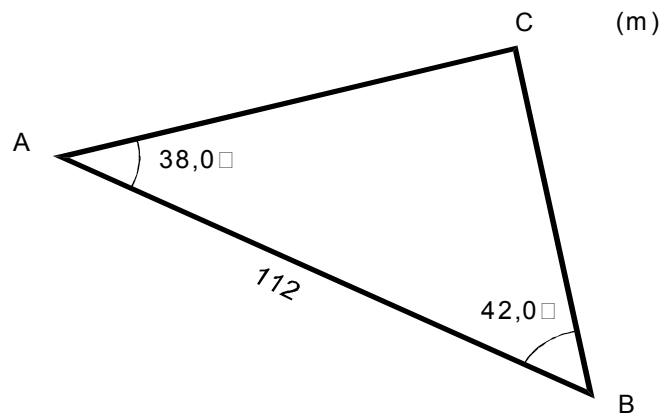


Exempel på Algoritmkompetensuppgift (NKP MaD vt-99, uppgift 9b)

Triangeln ABC är given enligt figur.

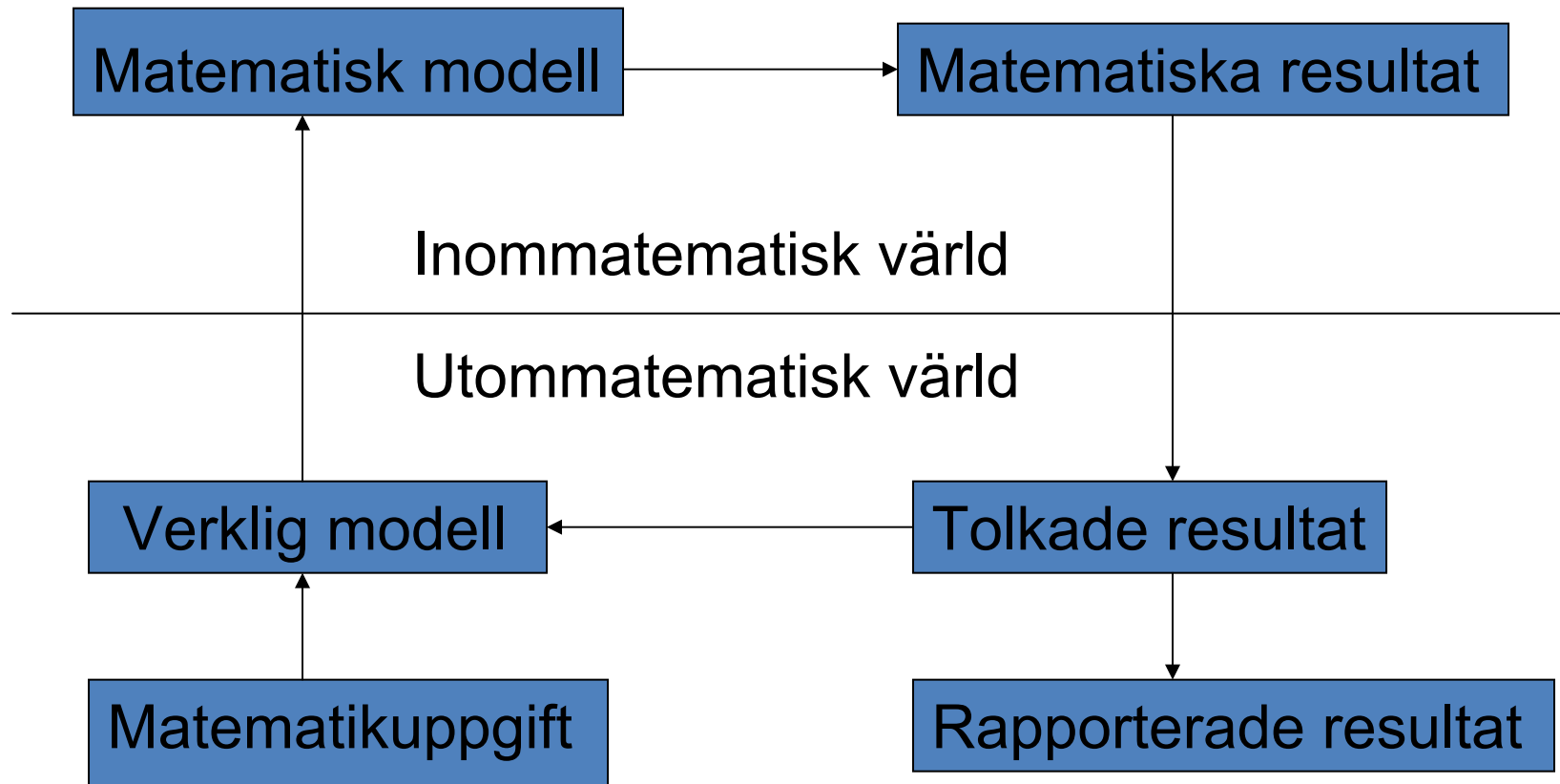
Beräkna arean av triangeln.

(OBS! figuren är ej skalenlig)



Modelleringskompetens

Matematiska modelleringsprocessen



(Står mycket om i kursplanerna)

Exempel Modelleringskompetensuppgift

- Bestäm bordsytans area



Exempel Modelleringskompetensuppgift

Anders bästa tid på 100 m löpning är 10 sekunder.
Hur lång tid tar det för honom att springa 10 000 m?

Vanlig lösning: $100 \times 10 \text{ s} = 1000 \text{ s}$



Resonemangskompetens

- Argumentering som sker på allmänna logiska och speciella ämnesteoretiska grunder

Exempel Resonemangsuppgifter

- Förklara, med hjälp av en graf, varför derivatan till en konstant funktion är noll.
- Visa att $x^4 - x^2 \geq -0,25$

Byta plats

- Välj ett tvåsiffrigt tal 84
- Låt siffrorna byta plats 48
- Beräkna skillnaden mellan det större och det mindre av de två talen $84 - 48 = 36$
- Låt siffrorna i svaret byta plats 63
- Beräkna skillnaden mellan det större och det mindre av de två talen $63 - 36 = 27$
- Låt siffrorna i svaret byta plats 72
- Upprepa så länge det går

Vad upptäcker du hos de tal du får?

Vad händer om du börjar med ett annat tvåsiffrigt tal?

UNDERSÖK!



PLATS FÖR BYTE

SAMMANFATTNING

- vilket tal man än tar i början så blir det alltid 9 i slutet.
- Uträkningen kommer alltid in på samma spår (om den inte går ut direkt) 45 eller 54 - $54 - 45 = 9$.
- Det går inte att räkna med liksiffriga tal. Då blir uträkningen 0.

◀ Tal som står bredvid varandra i uppräkningsen 1-9 går ut direkt. - med endast en uträkning.

Ex: 1 ② ③ 4 5 6 7 8 9 Tal 23

1. $32 - 23 = 9$

◀ Tal som har ett annat tal emellan sig i uppräkningsen blir alltid 18 vid första uträkningen och det behövs 5 uträkningar tills svaret blir 9.

Ex. 1 ② 3 ④ 5 6 7 8 9 Tal 42.

1. $42 - 24 = 18$

2. $81 - 18 = 63$

3. $63 - 36 = 27$

4. $72 - 27 = 45$

5. $54 - 45 = 9$

◀ De tal som har två andra tal emellan sig i uppräkningsen behöver 3 uträkningar för att svaret

• Plats för byte

Försättsblad

Klass:

F

Skola:

Jag har använt 40 minuter lektionstid för att lösa uppgiften.

Kryssa för de påståenden som du tycker stämmer:

- Lätt att förstå vad uppgiften gick ut på.
- Svårt att förstå vad uppgiften gick ut på.
- Rolig uppgift *superrolig*
- Tråkig uppgift
- Intressant uppgift
- Lätt uppgift
- Svår uppgift
- Jag fick visa vad jag kan
- Kunde inte visa vad jag lärt mig.
- Lämplig som provuppgift
- Olämplig som provuppgift
- Jag har löst uppgiften helt själv
- Jag har diskuterat lösningen med mina kamrater
- Jag har frågat läraren om hjälp
- Jag har fått hjälp av läraren

Här kan du skriva egna kommentarer till uppgiften:

Jag tycker att den var rolig och så men om den är lämplig som provuppgift vet jag inte för den kan ju ta jävult lång tid ibland (det beror ju på vilket stags tal det är.)
Jag kryssade att jag diskuterar med kamrater - det gjorde jag men inte bara utan jag räknar (tänkte en hel del själv ävå



De här siffrorna blir
siffran nio efter ett
visst antal uträkningar

Svaret på första
uträkningen är
lika med niens
multiplikationstabell

Varannat tal
niens
tabell

Den övre halvan ser lika dan ut som
den undre halvan om man sregelvänder
den ena

Läst vägrat

22	33	44	55	66	77	88	99	= 0
33	44	55	66	77	88	99	00	= 9
44	55	66	77	88	99	00	11	= 18
55	66	77	88	99	00	11	22	= 27
66	77	88	99	00	11	22	33	= 36
77	88	99	00	11	22	33	44	= 45
88	99	00	11	22	33	44	55	= 54
99	00	11	22	33	44	55	66	= 63
00	11	22	33	44	55	66	77	= 72
11	22	33	44	55	66	77	88	= 81

99	-	99	=	0
88	-	88	=	0
77	-	22	=	0
66	-	66	=	0
55	-	55	=	0
44	-	44	=	0
33	-	33	=	0
22	-	22	=	0
11	-	11	=	0

Delar
niens
tabell

81	-	18	=	63
72	-	27	=	45
63	-	36	=	27
54	-	45	=	9
45	-	54	=	9
36	-	63	=	27
27	-	72	=	45
18	-	81	=	63

63	-	36	=	27	72	-	27	=	45	54	-	45	=	9
54	-	45	=	9	54	-	45	=	9	54	-	45	=	9
45	-	54	=	9	45	-	54	=	9	45	-	54	=	9
36	-	63	=	27	36	-	63	=	27	36	-	63	=	27
27	-	72	=	45	27	-	72	=	45	27	-	72	=	45
18	-	81	=	63	18	-	81	=	63	18	-	81	=	63

Siffrorna
27 står
öppskrivet
På siffran
och sök i tabellen
så ser ni hur många
uträkningar det
blir.

99	-	99	=	0
88	-	88	=	0
77	-	22	=	0
66	-	66	=	0
55	-	55	=	0
44	-	44	=	0
33	-	33	=	0
22	-	22	=	0
11	-	11	=	0

På siffran niens tabell

Ingen ting under 12 blir nio

Efter fem uträkningar blir alla 81, 63, 27, 45, 9

Efter fyra uträkningar blir 63, 27, 45, 9

Efter tre uträkningar blir 27, 45, 9

Efter två uträkningar blir 54, 9

Efter en uträkning blir 9

Jämna siffror
kan ej bli
NIO

alla svaren
På siffran
niens
tabell

Begreppskompetens

Förtrogenhet med innebörden av ett begrepps definition. Det inkluderar förmågan att använda innebörden av ett begrepp.



Exempel Begreppskompetensuppgift (NKP MaC vt-98, uppgift 5)

Förklara, med hjälp av ett exempel, begreppet bortfall i en statistisk undersökning.



Exempel Begreppskompetensuppgifter

- Vilket är det största tal du kan få genom att addera tre av siffrorna nedan?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- Vilket tal är större, $1/3$ eller $0,3333$?
- Du ska bygga ett akvarium av glas på ca. 160 liter. Föreslå lämpliga mått. Beskriv hur du kom fram till dessa mått och rita en skiss av akvariet med måtten angivna.

0,3333 och $\frac{1}{3}$ är lika stora, om man
slår in $\frac{1}{3}$ på miniräknaren får man
0,3333. Men detta beror även på
vad $\frac{1}{3}$ är $\frac{1}{3}$ av. Ex: om det är
av en klocktimma är $\frac{1}{3}$ 0,2, om
det är av något större, blir tidsdelen större
 $\frac{1}{3}$ kan variera men ej 0,3333

Svar: Under förutsättning att $0,3333$ är ett exakt tal är $\frac{1}{3}$
större - skillnaden är $\frac{1}{30000}$. Om man däremot ser
 $0,3333$ som ett tal med fyra värdesiffror, kan det vara både
mindre och större än $\frac{1}{3}$. Då gäller: $0,33325 \leq 0,3333 < 0,33335$

K

2

Jonas Nyström E02c

Du ska bygga ett akvarium av glas på ca. 160 liter.

Föreslå lämpliga mått.

Beskriv hur du kom fram till dessa mått och rita en skiss av akvariet med måtten angivna.

Ett cylinder format akvarium vartför inte?
lite svårt att bygga men fullt möjligt teoretiskt

Formel för en cylinder: $\pi \cdot r^2 \cdot h$

vi antar att radien är 25 cm.

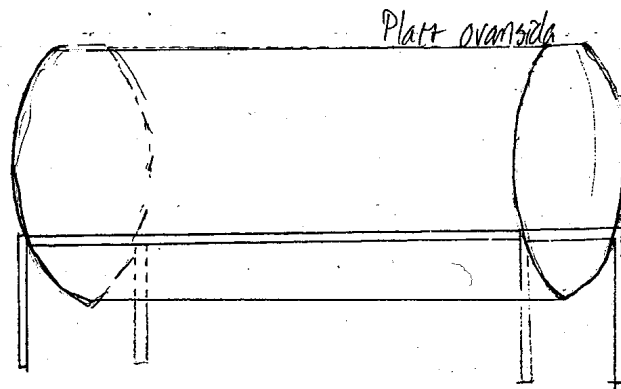
50 cm:s diameter låter ganska skapligt

Då blir höjden: $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{\pi \cdot r^2} = \frac{V}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow$

$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow h = \frac{160000 \text{ cm}^3}{\pi \cdot 25^2} \Rightarrow$$

$h \approx 81 \text{ cm}$ - låter ganska proportionellt.

vi tar 90 cm så skvalpar inte vattnet över i på
fyllnings "gubben"

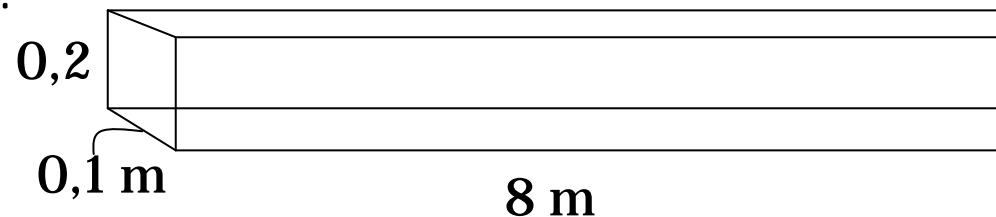


BNA!
+

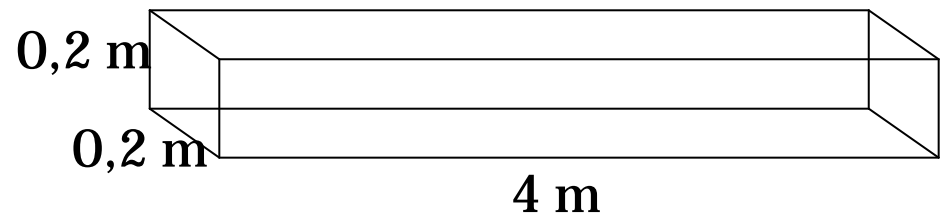
En elevlösning till akvarieuppgiften (1)

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

först tänkte jag att jag hade 160 kubikdecimetrar som stod i en rad bredvid varann, men då fick akvariet väldigt konstig form så jag tog hälften av kubikdecimetrarna och ställde dem ovanpå de andra då såg det ut så här:

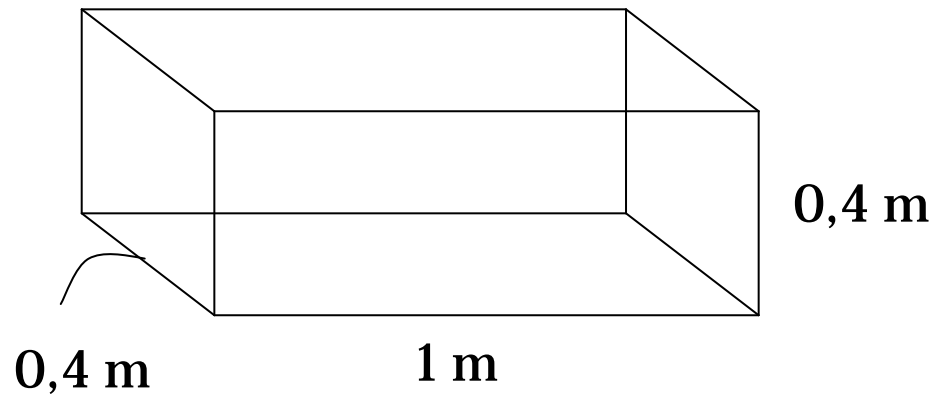


hmmm... fortfarande ganska konstig form, så jag bestämde mig för att dela det på mitten igen och ställa den ena delen bakom den andra då blev resultatet följande....



En elevlösning till akvarieuppgiften (2)

... nej, det passade fortfarande bäst för ålar, och den här gången delade jag akvariet i 4 lika långa delar (1m), för att sedan ställa 2 delar ovanpå de andra två och då fick jag till denna form....



och då var jag äntligen nöjd.

Exempel

Begreppskompetensuppgift

Ge ett förslag på hur en tärning kan se ut som vid kast har

- a) så stor sannolikhet som möjligt att ge händelsen 6 (bara en sida får ha siffran sex)?
- b) så liten sannolikhet som möjligt att ge händelsen 6 (bara en sida får ha siffran sex)?

Exempel

Begreppskompetensuppgift

Välj ut fem tal (de behöver inte vara olika tal) mellan 0 och 10 så att skillnaden mellan medelvärdet och medianen av talen blir så stor som möjligt.

Kommunikationskompetens

Förmågan att kunna kommunicera om matematiska idéer och tankegångar såväl muntligt som i skriftlig form.



- Med lösningar till ekvationer menas vanligen tal som uppfyller vissa villkor.
- Till exempel är talet 3 en lösning till tredjegrads ekvationen $x^3 - 27 = 0$.
- Vad menas med lösningar till differentialekvationer?



Exempel Kommunikationskompetensuppgift (NKP MaC vt-97, uppgift 11)

En kompis till dig, som läser samma mattekurs som du, kommer fram till dig och säger "Jag fattar inte ett dugg av det här med derivata".

Hjälp din kompis genom att förklara vad derivata är. Förklara så utförligt du kan och på så många sätt du kan.

*Du ska inte härleda eller beskriva
deriveringsreglerna.*



Ett elevsvar

En derivata är en förändring

En oändlig förändring som varken har slut eller början

*En derivata kan vara rak, brant sluttande eller behagligt
kurvig*

*Den låter sig aldrig avläsas i helfigur, utan tillåter endast
intima närbilder*

*Derivatans är förutom ett matematiskt mysterium även ett
filosofiskt sådant*



Ett annat elevsvar

Derivatan är ett smart sätt

på vilken förändring märks lätt.

Hur mycket lutar det i kurvan på en plats?

Hur många klubbor tillverkas i timmen av Mats?

Hur mycket ökar farten hos en tant?

Med vilken hastighet ökar farten hos en trafikant?

*Man kan använda den på många sätt inom matten,
men hur man gör, det vete katten.*

Din lärare hävdar att du av den för mycket nytta.

Får jag det i mitt liv, skall jag till månen flytta.



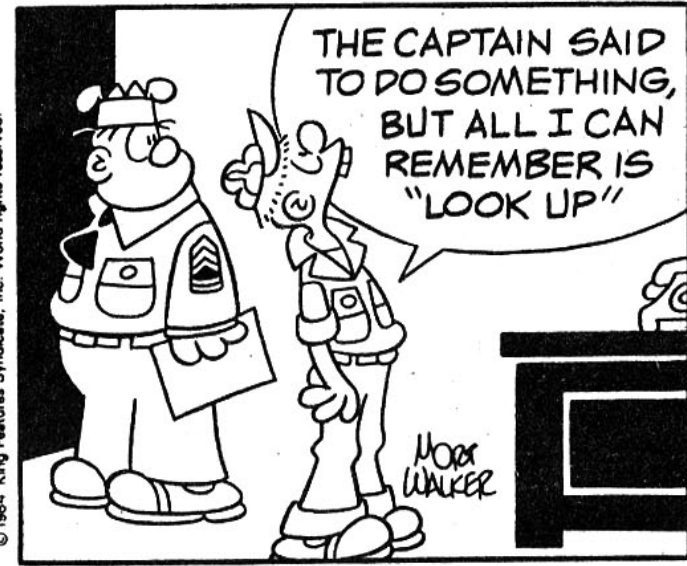
Matematik B: Efter avslutad kurs skall eleven kunna ... lösa linjära olikheter ... med grafiska och algebraiska metoder

1. Lös olikheten $4x + 3 < 2x + 9$
2. Lös olikheten $4x + 3 < 2x + 9$ med algebraisk metod
3. Lös olikheten $4x + 3 < 2x + 9$ och markera resultatet på en tallinje
4. I figuren har graferna till $y = 4x + 3$ och $y = 2x + 9$ ritats. Markera på x-axeln var $4x + 3 < 2x + 9$
5. Ange ett heltal x för vilket $4x + 3 < 2x + 9$
6. Vilket alternativ är billigare, månadskort eller enstaka biljetter, för bussresor mellan Skellefteå och Umeå?
7. Markera på en tallinje de tal x för vilka $x + 1 > x^2 - 1$
8. Skriv en olikhet som har $x < 1$ som lösning.
9. Skriv en olikhet på formen $ax + b < cx + d$ som har $x < 1$ som lösning



- Vad betyder det att kunna matematik?
- Hur lär man sig matematik?
- Kompetensmodellen kan hjälpa oss i riktning mot en mer mångsidig, medveten, effektiv och balanserad matematikundervisning
- Design av uppgifter: vad kan varieras, och hur?

Språk och uppgifter



© 1984 King Features Syndicate, Inc. World rights reserved.

En lärarkommentar till nationella prov

För godkänt på provet borde det finnas sifferuppgifter (uppställda) motsvarande 12 poäng , så att invandrare som inte läser svenska snabbt eller som inte förstår svenska bra och inte är särskilt bra på matematik skulle få chans att klara kursprovet. Jag har många elever som inte hann med varken på del 1 eller del 2. Tiden var för knapp för många långsamläsande invandrarelever.



En annan lärarkommentarer till nationella prov

Jag tycker även att det är allt för mycket text på vissa uppgifter. Alla med ickesvenskt modersmål har stora problem med att förstå vad de skall göra. Elever med koncentrations-svårigheter har också problem med att förstå uppgifterna då koncentrationen inte räcker för att läsa hela uppgiften. Dessa faller inte på sina matematiska brister utan på språkliga brister. Det är inte tanken.



Visa att $f'(x) \geq 0$ för alla x om $f(x) = Ax^5 + Bx^3$ och A och B är positiva konstanter.

David tränar pilkastning. Varje pil kan ge högst 10 poäng och minst 0 poäng. Hans mål är att han ska bli så säker att hans medelvärde kommer över 7 poäng på fem kastade pilar.



- I första omgången får han följande resultat: 8, 8, 3, 6, 0. Vilket är då hans medelvärde?
- Den andra omgången börjar med att de tre första pilarna hamnar på 8, 9 och 6. När David kastat även den fjärde och femte pilen är hans medelvärde precis 7. Vilka poäng kan David ha haft på pil 4 och 5 för att detta ska stämma?

AFTONBLADET

Botniabanans fågelfejd fortsätter i domstol

Taigasädgåsen står i centrum när banan diskuteras

På ena sidan står Banverket. På andra sidan står ornitologer och markägare. Och mitt emellan står –en gås. Det är dags igen för Botniabanans att tas upp i miljödomstolen.

Botniabanans hur och var fortsätter. I tre dagar med start på torsdagen kommer Banverket, Degerunds markägare och ornitologer att mötas i Rådhuset för att vädra sina åsikter om den omdiskuterade bansträckningen. Det som ska prövas är om Banverket kan gå igenom det skyddsutvärda Natura 2000-området utan att ta död på det känsliga djurlivet där.

Olika åsikter om fåglar

Verket anser att det är möjligt och har anlitat fågelexperter för att visa att det går. Något som har fått markägare och olika ornitologer att skrika högt. De anser att det inte finns en chans att fågellivet kan klara en Botniabana.

Taigasädgåsens nattliv het fråga

I centrum för diskussionen finns Taigasädgåsen. Den ena sidan säger att den känsliga fågeln kommer att försvinna och den andra sidan säger att den kommer att klara sig utmärkt. Ornitologiska sakkunniga säger att gåsens nattliga viloplats är i fara medan Banverket säger att de har försörjt för fågelns mat- och vattenbehov.

Botniabanans skulle ha varit klar förra året. Det nya datumet ligger på 2010.

[Frida Sjödin](#)

Publicerad: 2007-02-13

3. Läs igenom artikeln. Den rör en tvist om Botniabanans påverkan på naturen.
- 3a Ge två exempel på hur Botniabanans framfart kan påverka naturen. (G)
- 3b Försök leva dig in i vilka argument Banverket, markägarna och ornitologerna (fågelkunniga) har för respektive emot att Botniabanan dras genom ett skyddsvärt naturområde. Du ska skriva ett argument vardera från (VG/MVG)
 - en som äger marken som Botniabanan ska byggas på
 - en som ansvarar för Botniabaneprojektet
 - en som är ornitolog, dvs fågelkunnig(Svaren finns inte direkt i texten, utan du måste fundera själv)

Parszyk (1999)

- En stor del av de flerspråkiga eleverna har svårigheter att förstå själva uppgiften på grund av att de inte förstår orden.
- Endast 3 av de 24 flerspråkiga elever som deltog i hennes undersökning löste nedanstående uppgift korrekt. Eleverna förklarade sedan i intervjuer varför de tyckt uppgiften varit svår att lösa.

Ett arv ska delas lika mellan tre arvingar. En av arvingarna skänker sin tredjedel till sina fyra barn, så att var och en får lika mycket. Hur stor del får varje barn?

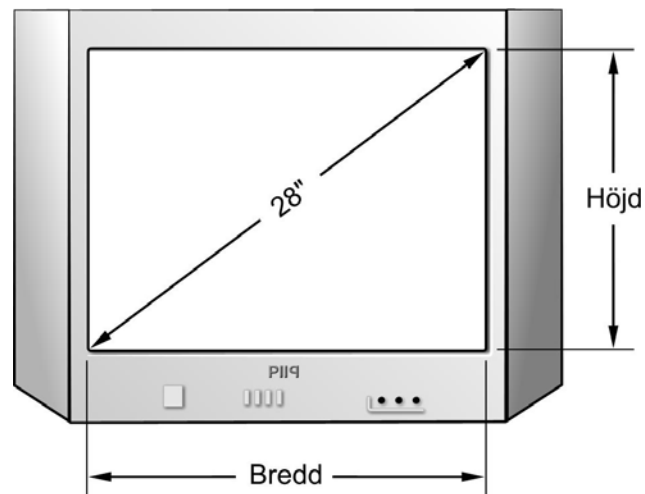
Parszyk (1999)

Ett arv ska delas lika mellan tre arvingar. En av arvingarna skänker sin tredjedel till sina fyra barn, så att var och en får lika mycket. Hur stor del får varje barn?

- "Jag förstår inte texten. Det är ju bara en arving. Dom skänker bara till en. Dom snackar bara om en arving. Kan inte räkna."
- "Hur vet man hur mycket en arv är. Hur får man fram siffrorna. Jag vet inte."
- "Det här var svårt. Det är ju bara bokstäver. Inga siffror ju. Inget att räkna med. Okey det är 100. Okey 33 får man räkna. 33 delat i fyra och det blir 11 nånting. Vad är skänker?"

15. De två vanligaste bildformaten för en tv-apparat är *standardformat* och *bredbildsformat* (*wide-screen*). För att beskriva storleken på en tv-apparat används längden av bildskärmens diagonal mänt i tum, se figur. En tum är ungefär 2,54 centimeter.

Exempel: Ett vanligt format på en tv är 28" (28 tum).



En tv i *standardformat* har en bildskärm där bredden är $\frac{4}{3}$ av höjden.

En tv i *bredbildsformat* har en bildskärm där bredden är $\frac{16}{9}$ av höjden.

Utgå från två tv-apparater som båda har samma storlek, dvs. bildskärmens diagonal är lika stor för båda apparaterna, men där den ena är i standardformat och den andra i bredbildsformat.

Bestäm vilket format som ger den största bildskärmsarean.

10. Det svenska damlandslaget i fotboll gjorde succé i oktober 2003 genom att ta silver i VM. Av truppens 20 spelare kom 6 från Umeå IK, lika många från Malmö FF och övriga från fyra andra klubbar.

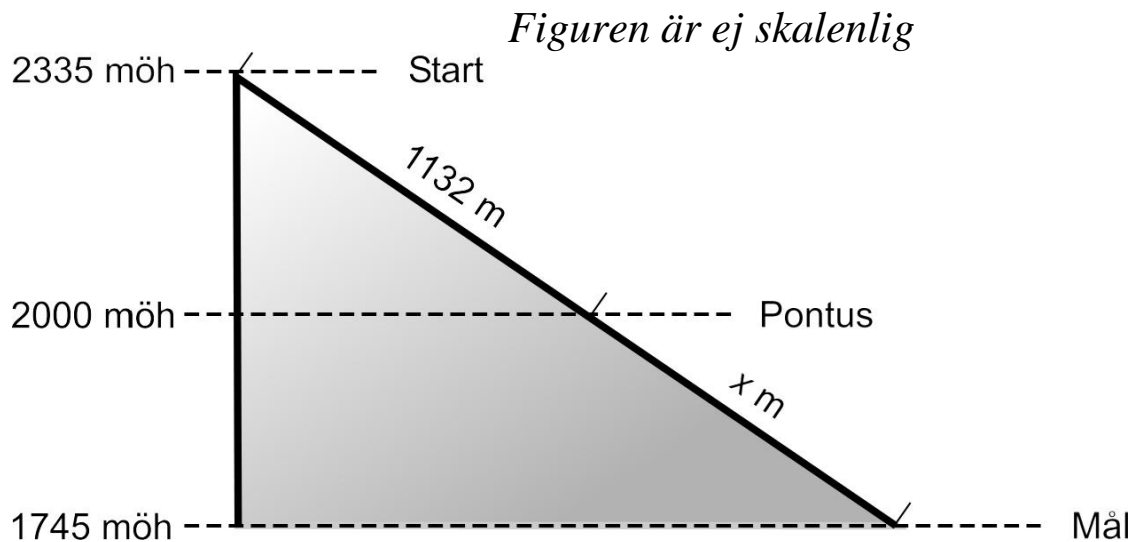
Vid ett tillfälle under VM skulle två spelare slumpmässigt plockas ut till ett dopingtest.

- a) Hur stor var sannolikheten att den första spelaren som skulle dopingtestas kom från Umeå IK? *Endast svar fordras*
- b) Hur stor var sannolikheten att båda spelarna som skulle dopingtestas kom från Umeå IK?



- Vi har 20 kulor i en burk. Sex stycken är röda och lika många är blå. Övriga kulor är svarta, vita, gula och bruna. Vi drar två kulor slumpmässigt ur burken.
- Hur stor är sannolikheten att den första kulan är röd?
- Hur stor är sannolikheten att båda kulorna är röda?

I alpina VM 2005 vann Anja Pärson tävlingen i Super-G i en bana som förenklat kan beskrivas av figuren nedan. Banan startar på höjden 2335 meter över havet (möh) och har en fallhöjd på 590 meter.



Pontus står vid en liftstation en bit upp i banan och tittar på tävlingen. Hans höjdmätare visar att han är på 2000 meters höjd över havet. På en skylt vid liftstationen står det att liften går 1132 meter upp till startområdet, se figuren.

Hur långt har tävlingsåkarna kvar att åka ner till målet när de passerar Pontus?

I alpina VM 2005 vann Anja Pärson tävlingen i Super-G i en bana som förenklat kan beskrivas med en rät linje. Banan startar på höjden 2335 meter över havet och har en fallhöjd på 590 meter.

Pontus står vid en liftstation en bit upp i banan och tittar på tävlingen. Hans höjdmätare visar att han är på 2000 meters höjd över havet. På en skylt vid liftstationen står det att liften går 1132 meter upp till startområdet.

Hur långt har tävlingsåkarna kvar att åka ner till målet när de passerar Pontus?



Exempel på studier

- Uppgifter där språket spelar störst roll har analyserats för att söka efter kritiska språkliga drag som kategoriserar dem (Nyström, 2008)..
- Ett sådant drag som framträder är komplexitet i textstrukturen och nedanstående exempel kan belysa den kategorin av uppgifter

Man vägde en delfin och sa sedan att vikten, avrundad till närmaste hela tiotal kg, var 170 kg. Skriv ner en vikt som kunde ha varit delfinens verkliga vikt.

Mål att uppnå

Eleven skall ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs för fortsatt utbildning.

Inom denna ram skall eleven

- Ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform
- Kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slumpsituationer
- Etc.



Språk och matematik – några olika utgångspunkter

- Finns det en matematisk kompetens som inte är språklig?
- Språksvårigheter och lärande i matematik
- Språkets roll i lärandet
- Teoretiska språkliga perspektiv
- Kommunikativ kompetens
- Matematiken är ett språk
- Matematikuppgifter som språkgenre
- Minimalistiska ideal, kompakta texter

Läsförmåga och matematikkunnande

- Starkt samband mellan matematikkunnande och läsförmåga
- Kausalitet?
- Speciell sorts läsförmåga för matematiska texter; att fokusera på symboler i en text (Magnus Österholm)
- Samband mellan läs- och skrivsvårigheter, dyslexi och lärande i matematik (Görel Sterner och Ingvar Lundberg)



Språkets roll i lärandet (Marit Johnsen Høines)

- Språk betraktas inte som resultat av begreppsutvecklingen, utan som en del av själva begreppet. Språk och tanke utvecklar sig dialektiskt. Att uttrycka sig är en viktig del av begreppsutvecklingen. Genom att använda språket utvidgar och utvecklar vi begreppsinnehåll och begreppsuttryck (språk). Det visar sig svårt eller omöjligt att utveckla ett begreppsinnehåll utan att utveckla ett språk som täcker det. (Vygotsky)
- Begreppsinnehåll och begreppsuttryck hänger nära samman. Dessutom lägger vi vikt vid att de är beroende av varandra och påverkar varandra. (Saussure)

Kommunikativ kompetens

- Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer
- En viktig aspekt av kunnandet är elevens förmåga att uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt med hjälp av det matematiska symbolspråket och med stöd av konkret material och bilder

Olika "språk" i matematikuppgifter

- Matematiska symboler ($+$, $-$, $=$, \int , $<$)
- Matematiska ord (hypotenusan, täljare, ekvation)
- Vanliga ord
- Vanliga ord som används på ett matematikspecifikt sätt (*Bestäm ekvationen för linjen som är inritad i koordinatsystemet*)

Exempel

- Triangel (jfr trekant eller trehörning)
- Ekvation (jfr "ligning" och "equation")
- Lös ekvationen

$$x + 11 = 23$$

Matematiken är ett språk

- Matematiken är ett språk som beskriver sammanhang mellan föremål utan att man behöver känna till de enskilda föremålen egenskaper
- För ungefär tre hundra år sedan utvecklade matematiken ett eget språk, ett distinkt internationellt språk

Minimalistiska ideal, kompakta texter

- Ökad läsbarhet medför ofta längre text
- Röst handlar om hur texten förmår engagera läsaren i läsandet. I en text med röst distanserar sig inte författaren från läsaren utan vill istället tala direkt till honom/henne. Ett sätt att åstadkomma denna närhet är att förse texten med aktivitet (activity) talspråkighet (orality) och anknytning (connectivity).
- Kausalitet - handlar om all form av orsak – verkan i texten, alltså även syfte och liknande.

Kausalitet

- Kausalitet handlar om all form av orsak – verkan i texten, alltså även syfte och liknande.
- En ökad kausalitet kan åstadkommas med olika textåtgärder:
- Användning av vissa ord och uttryck som uttrycker kausalitet:
 - Samordnande konjunktioner, t.ex. *för* (orsak), *så* (följd)
 - Adverbiella uttryck, t.ex. *därför*, *nämligen*, *av det skälet*
 - Lexikaliska uttryck, t.ex. *följden blev*, *det beror på*

Kausalitet (2)

- Fler identiska och modifierade referensbindningar. Med identiska referensbindningar avses upprepningar av viktiga begrepp, t.ex. sjukdomen – sjukdomen. Modifierade referensbindningar refererar tydligt men utan att vara identiska.
- Kortare meningar. Detta ökar inte kausaliteten i sig, men kan möjliggöra tydligare samband.
- Ser en ung läsare samband, orsak och verkan? Kan han/hon finna svar på "varför"-frågor?

Röst

- Begreppet röst handlar om hur texten förmår engagera läsaren i läsandet. I en text med röst distanserar sig inte författaren från läsaren utan vill istället tala direkt till honom/henne. Ett sätt att åstadkomma denna närhet är att förse texten med aktivitet (activity) talspråklighet (orality) och anknytning (connectivity).
- Aktivitet går ut på att göra texten mer dynamisk, genom
 - konkreta aktivitetsverb
 - aktiv form
 - fullständiga meningar
 - bestämda pronomen

Röst (2)

- Talspråklighet innebär att språket skall präglas av det muntliga uttryckssättet. Inslaget av talspråkighet kan ökas genom bland annat
 - användning av kortare meningar
 - ordval från talspråk
 - mer dialog
 - formuleringar som vänder sig direkt till läsaren
 - att personerna i texten får tänka högt
- Anknytning går ut på att skapa närhet mellan läsaren och texten. Det kan ske genom att författaren
 - vänder sig direkt till läsaren
 - återger känslomässiga utrop och uppmaningar från personerna i texten
 - låter personerna i texten tänka högt
 - tydliggör relationer mellan de olika personerna i texten

Olika versioner av en text

- Regeringen utarbetar förslag till nya lagar. När lagförslaget har blivit godkänt av kunniga jurister, bestäms den nya lagen av riksdagen.
- Regeringen utarbetar förslag till nya lagar. Eftersom det är ett ganska svårt arbete, får de hjälp av kunniga jurister. När lagförslagen är klara, bestämmer riksdagen om vi ska ha de nya lagarna eller inte.

Olika versioner av en text

- Det är ministrarna i regeringen som arbetar fram förslag till nya lagar. De får hjälp av kunniga jurister att skriva ner sina förslag. När ministrarna är klar, lämnar de förslagen till riksdagen. Sedan är det medlemmarna i riksdagen som bestämmer, om vi ska ha lagarna eller inte.
- Det är ministrarna i regeringen som arbetar fram förslag till nya lagar. De får hjälp av kunniga jurister att skriva ned förslagen, eftersom det kan vara ganska svårt ibland. När ministrarna är klara lämnar de förslagen till riksdagen. Sedan är det medlemmarna i riksdagen som bestämmer, om vi ska ha de nya lagarna eller inte.

Ett exempel

- Efter att man byggt en ny väg minskar den genomsnittliga tiden att färdas med buss från en stad till en annan från 25 minuter till 20 minuter. Hur stor är det procentuella minskningen i restid mellan de två städerna?

Avslutande kommentarer

- Öppenhet för olika tolkningar: Vilken fråga tror jag att jag ställt och vilken fråga försöker eleven svara på?
- Medvetenhet om komplexiteten i det matematiska språket
- Begreppsbyggnad och språk hänger ihop
- Kan man "leka" med det matematiska språket?
- Socialisering till ett vedertaget språkbruk

Peter Nyström
Beteendevetenskapliga mätningar
Umeå universitet



ET
ADDET:

N
E



Foto: GETTY IMAGES

Höjden på buken är avgörande.

**MÄT DIN
MAGE -
OCH LEV
LÄNGRE**

SIDAN 8



SSON



...det känns väldigt
jobbigt, på en skala
från ett till tio

Fem grundfrågor

- Vad är bedömning?
- Varför ska bedömning ske?
- Vad ska bedömas?
- Vem ska bedöma?
- Hur kan bedömning ske?

Bedömning?

- "Assessment is the process of gathering, interpreting, and synthesizing information to aid decision making [in the classroom]." (Airaisian, 2001, sid. 16).
- Alltså: Bedömning är att skaffa belägg för att fatta beslut

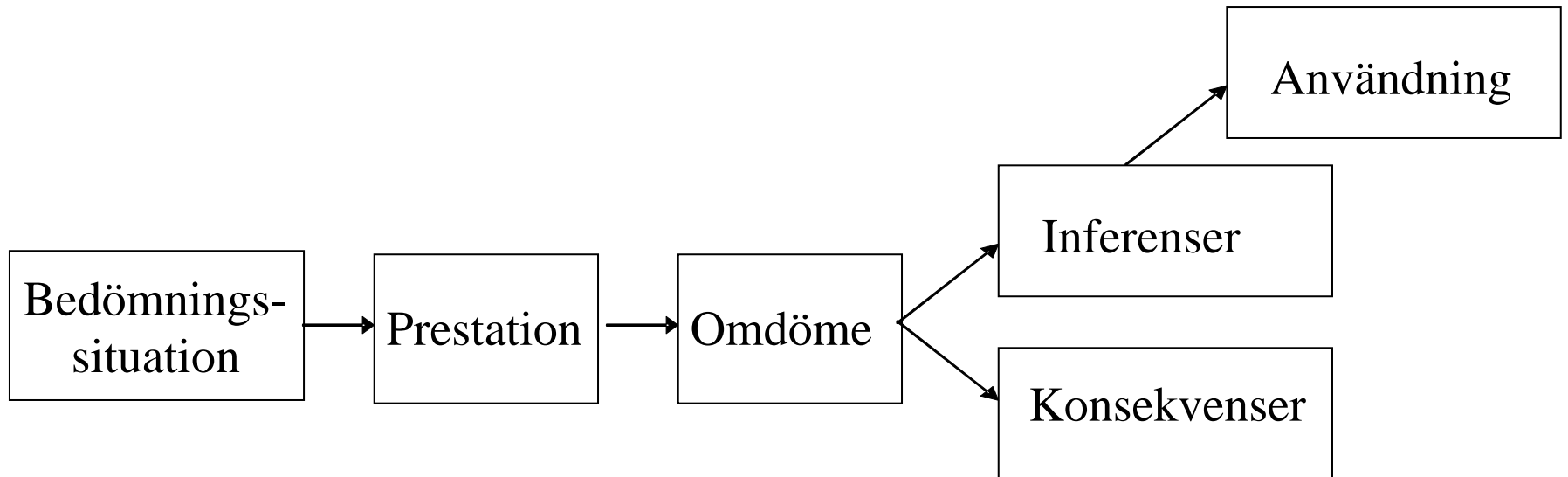
Om bedömning handlar om att skaffa belägg för att fatta beslut

- Belägg för vadå?
- Beläggens "styrka"?
- Beläggens "kommunicerbarhet"?
- Bedömning av något konkret eller något osynligt?

Belägg för kompetenser

Kompetens	G	VG	MVG
Begrepp			
Problem- lösning	X X X X X	XX	
Kommuni- kation	X X X	XX X X	

Bedömningsprocessen





- Bedömningssituationen skapar möjligheter och sätter gränser
- Design är avgörande!
- Omdömen baseras på det som kan observeras
- Omdömen används alltid för inferenser som går bortom det som observerats
- Bedömningssituationen, omdömen etc har alltid konsekvenser

Ur *Zen och konsten att sköta en motorcykel* (Robert M. Pirzig)

"Tanken dök upp på nytt. *Kvalitet?* Det låg något irriterande, rentav mycket irriterande i frågan. Han funderade på den saken, och funderade sedan litet till, och tittade sedan ut genom fönstret och funderade sedan litet till. *Kvalitet?*

Kvalitet ... visst vet man vad det är för något, men samtidigt vet man det inte.

Så uppenbarligen måste en del saker vara bättre än andra ... men vad är det då som gör dem "bättre"?"



- Bedömning handlar om belägg för att fatta beslut
- Ju viktigare beslut desto viktigare att beläggen är starka, tydliga, kommunicerbara, försvarbara etc.
- Om ett enskilt litet beslut blir "fel" kan det rättas till, men om dett enskilt stort beslut blir "fel" så kan det få stora konsekvenser

Bedömningars kvalitet

- För att göra bedömningar av hög kvalitet krävs svar på följande:
 - Vad är syftet med bedömningen?
 - Vad menas med "bra" bedömningar?
 - Vilka lärandemål handlar bedömningen om?
 - Vilken kunskapssyn utgår bedömningen från?

Syftet är avgörande

- Bedömning handlar om belägg för att fatta beslut, ju viktigare beslut desto viktigare att beläggen är starka, tydliga, kommunicerbara, försvarbara etc.
- Om ett enskilt litet beslut blir "fel" kan det rättas till, men om ett enskilt stort beslut blir "fel" så kan det få stora konsekvenser

Bedömningars syften

- Ge information som underlag för olika beslut
- Konkretisering av mål och kriterier
- Främja lärande och utveckling hos den som bedöms och den som bedömer

Nationella prov

- Syftet med det nationella provsystemet skall vara att
 - bidra till ökad måluppfyllelse för eleverna,
 - förtydliga målen och visa på elevers starka och svaga sidor,
 - konkretisera kursmål och betygskriterier
 - stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
 - ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapsmålen nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå
- Proven är inte utformade så att de prövar elevens kunskaper mot alla uppställda mål.

Vad tycker du?

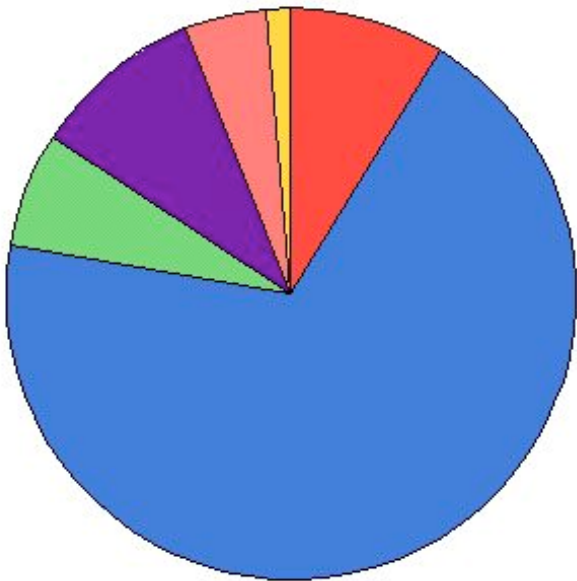
- Behöver vi nationella prov?
- Vad kan vi åstadkomma med nationella prov?
- Uppnår de nationella proven sina syften?

Proven
styr

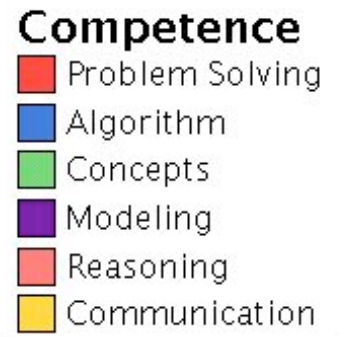
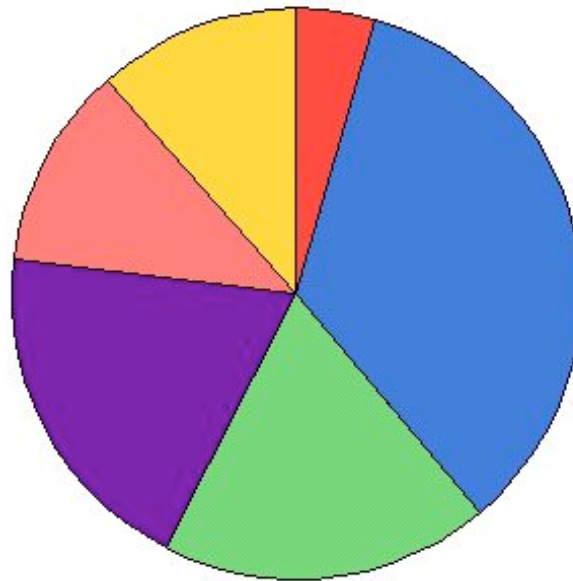
...men
vart?



TMT



NCT



Två klassiska kvalitetsbegrepp i samband med bedömningar

Validitet

- Att bedöma det man vill bedöma och inte annat
- Hög validitet innebär minimering av systematiska fel
- Två grundläggande hot: "construct-irrelevant variance" och "construct underrepresentation"

Reliabilitet

- Bedömningens tillförlitlighet
- Hög reliabilitet innebär minimering av slumpmässiga fel
- Tre grundläggande hot: "person-by-task interaction", "inter-rater variation" och "temporal instability"



Kriterier för bra bedömningar

- Konsekvenser
- Samstämmighet
- Rättvisa och likvärdighet
- Överföring och generaliserbarhet
- Innehållslig kvalitet
- Kognitiv komplexitet
- Innehållslig täckning
- Språklig nivå och kvalitet
- Meningsfullhet
- Användbarhet och kostnad

Lärandemål

- För att kunna utvärdera kvaliteten hos en bedömning, och för att kunna designa och genomföra bra bedömningar, så krävs en explicit tolkning av målen
- Olika aspekter av mål
 - Uttryckta, antydda och framväxande mål (Graybill, 1998)
 - Avsedda, implementerade och uppnådda mål (TIMSS)
 - Generella och specifika mål
 - Mål för skolan och mål för eleven
 - Strävansmål och uppnåendemål



Innehålls- och processmål

Kompetenser

Kunskapssyn

- Vad är kunskap och lärande?
Här finns generella synsätt, men också skillnader mellan ämnen.
- Vad kännetecknar olika kunskapskvaliteter eller kunskapsnivåer i ett ämne?
- Hur kan kvaliteten hos någons kunskaper och kompetenser studeras? Hur visar sig kompetens?

Correct answers are easy to see, it's hard to see productive struggling! (David Hammer)



Eleven skall ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs för fortsatt utbildning. Inom denna ram skall eleven

- Ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform



Hur?

- Bedömningssituationen påverkar utfallet: enskilda bedömningstillfällen är alltid osäkra
- Mer systematik och mindre "magkänsla"
- Vad ger bedömningen belägg för?

De nationella provens utformning

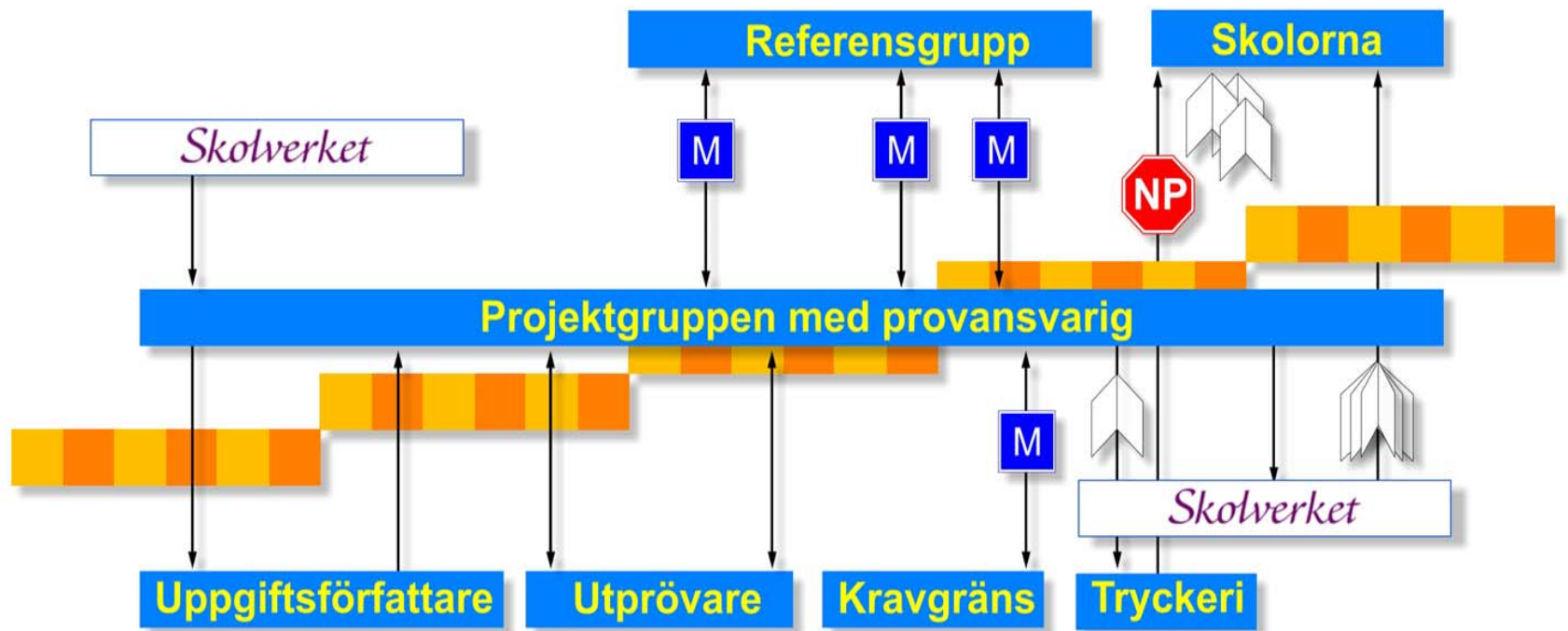
- Två delar
- Olika uppgiftstyper
- Innehållslig täckning, samstämmighet
- G- och VG-poäng, kravgränser
- MVG-bedömning
- Bedömningsanvisningar
- Aspektbedömning
- Resultatinsamling, återkoppling



Provkonstruktionsprocessen

- Utgångspunkt i styrdokumentet, samstämmighet
- Lång process
- Förankring hos aktiva lärare
- Utprovningar
- Utmaningar





Särskilt intressant är

- Uppgiftskonstruktion
- Granskning av uppgifter
- Kategorisering av uppgifter
- Kravgränssättning
- Resultatinsamling



Exempel på utvärdering av hur proven fungerar

- Resultat av lärarenkäter?
- Hur olika rättar lärare?
- Könsskillnader?
- Programskillnader?
- Skillnader mellan provversioner?

Sammanfattning/slutsatser (1)

- Vad ska bedömas?
 - Det viktiga
- När ska bedömning ske?
 - Inför alla beslut
- Vad är syftet med bedömningen?
 - Lärande
- Vem ska bedöma?
 - Läraren
 - Eleven, sig själv och andra



Hur ska bedömning ske?
– Det finns ingen Metod

Inre eller yttre egenskaper

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = \infty$$



Sammanfattning/slutsatser (2)

- Bedömning är komplext och kräver kunskap, engagemang och reflektion
- Bedömning är en viktig del av undervisning och lärande
- Komplexa mål kräver komplexa bedömningssituationer, och olika
- Design (uppgiftskonstruktion) är viktigt
- Bedömningssituationen påverkar utfallet: enskilda bedömningstillfällen är alltid osäkra
- Mångfald, allsidighet
- Angeläget med fokus på fyra områden
 - Bedömningens syfte
 - Hur är en bedömning när den är bra?
 - Vilka mål är viktiga att bedöma?
 - Hur ser kunnandet ut, och hur visar det sig?
- Angeläget att utveckla återkopplingen (feed-back)