

## MATEMATISK MODELL – SANNOLIKHET

## Avsikt och matematikinnehåll

Hur kan man bestämma antalet fiskar av ett visst slag i en sjö? Hur kan man bära sig åt för att få en ganska säker uppskattning då det inte är praktiskt möjligt att räkna alla?

En metod som förekommer i sådana sammanhang kallas ibland fångst–återfångst-metoden (capture–recapture) och den kommer eleverna att få stifta bekantskap med. Metoden är ett exempel på en matematisk modell och i arbetet med den får eleverna bl a använda sig av problemlösning och resonemang kring sannolikhet.

## Förkunskaper

Grundläggande procenträkning.

## Material

Varje grupp behöver ett paket stora vita bönor, en rymlig skål, ett decilitermått och en vattenfast färgpenna.

## Beskrivning

I en artikel i Göteborgs-Posten beskrevs hur ett forskarlag i närmare fem år hade studerat skogsharar på några utvalda skärgårdsöar på Västkusten. En av forskarna berättade hur de bar sig åt för att ta reda på hur många harar det fanns vid olika tidpunkter.

Metoden att räkna antalet harar var enkel, men krävde en del arbete. Med drevkarlar och nät, eller med fällor betade med äpplen, fångades en del av öns harar. Varje fångad skogshare märktes med färgade plastremsor i öronen, en metod som varken är smärtsam eller farlig för djuret. Tack vare plastbitarna kunde försöksledarna med kikare sedan följa hararnas vidare öden och äventyr. Varje observation antecknades och när protokollet slutförts gick det att med god säkerhet räkna ut antalet harar på ön genom följande resonemang:

Låt oss anta att forskarna hade sett tio märkta och fyrtio omärkta harar. Då var andelen märkta harar 10 av 50, dvs 20%. Det motsvarade en märkt på fem observerade. Har man från början fångat och märkt 27 skogsharar så borde det således finnas 5 gånger 27, dvs 135 harar på ön.

I aktiviteten på elevsidan ersätts hararna av fiskar, vilka i den här aktiviteten får representeras av vita bönor. Mera formelmässigt kan vi då resonera kring andelar med följande benämningar:

$M$  = totala antalet märkta fiskar

$N$  = totala antalet fiskar

$m$  = antalet märkta fiskar i återfångsten

$n$  = antalet fiskar i återfångsten

Om andelen märkta fiskar i återfångsten är  $p$  så är  $p = \frac{m}{n}$ .

Denna andel bör ju vara lika stor som andelen märkta i hela sjön, dvs  $p = \frac{m}{n} = \frac{M}{N}$ .

Totala antalet  $N$  blir då  $N = M \cdot \left(\frac{n}{m}\right)$ .

## Introduktion

Berätta om forskarna som hade studerat skogsharar. Avgör hur långt du ska berätta och ställ sedan frågan:

*Tänk er att ni ska bestämma antalet fiskar av ett visst slag i en sjö. Hur kan ni bära er åt för att få en ganska säker uppskattning eftersom det inte är möjligt att ta upp och räkna alla fiskarna?*

Låt bönor och övrigt material finnas till hands men låt varje elevgrupp börja med att diskutera hur de skulle kunna bära sig åt för att ta reda på antalet fiskar som efterfrågas. Avgör när det kan vara lämpligt att dela ut elevsidan. Vissa grupper kanske inte alls behöver den, medan andra är i stort behov av att få den hjälp och vägledning som finns där.

## Uppföljning

Efter genomförd aktivitet kan det vara spännande att jämföra hur grupperna löste problemet. Diskutera gärna att detta är ett modellexperiment som har sina begränsningar. Vilka faktorer eller omständigheter kan det finnas i verkligheten som gör att resultatet kanske inte alltid blir helt tillförlitligt? Hur kan försöket göras så säkert som möjligt?

## Variation

Gör ett antal oberoende upprepningar och se hur medelvärdet av resultaten på de genomförda försöken förändras, t ex genom att rita en graf med medelvärdet av genomförda försök som funktion av antalet försök.

## Erfarenheter

Arbetet underlättas mycket om man redan från början märker bönorna på båda sidorna.

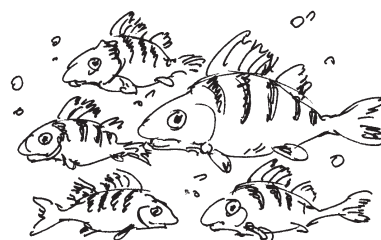
## Ursprung

Aktiviteten finns publicerad som 6G i Uppslagsboken.

## Att läsa

Emanuelsson, G. (1983). Hur räknar man harar? *Nämnanen* 9(4), 51.

Paulos, J.A. (1992). *Förstå siffror*. Stockholm: Natur och Kultur.



# Räkna abborrar



I små insjöar kan man ibland finna jämnstora småabborrar, "tusenbröder". Tänk er att ni vill bestämma antalet sådana i en sjö. Hur kan ni bära er åt?

## Material

En paket stora vita bönor, en rymlig skål, ett decilitermått och en vattenfast färgpenna.

## Gör så här

- Töm bönorna i skålen.
- Ta upp 100 till 150 bönor och färgmärk dem på båda sidorna. Anteckna hur många bönor som märktes. Detta kallas för fångsten.
- Lägg tillbaka de märkta bönorna och blanda om ordentligt.
- Ta därefter upp en deciliter bönor. Detta kallas för en återfångst.
- Räkna både antalet märkta bönor,  $m$  och det totala antalet bönor,  $n$  i återfångsten. För in värdena i tabellen. Beräkna för varje återfångst förhållandet,  $p$ , mellan antal märkta och det totala antalet bönor.

	Antal märkta bönor i återfångsten, $m$	Antal bönor i återfångsten, $n$	Förhållandet mellan märkta och totala antalet bönor i återfångsten, $p$
Fångst 1			
Fångst 2			
Fångst 3			
Fångst 4			
Fångst 5			
Fångst 6			
Fångst 7			
Fångst 8			
Fångst 9			
Fångst 10			
		Medelvärde:	



Hur många abborrar finns det i sjön enligt försöket? Beskriv hur ni kommit fram till resultatet.

