

Dynamiska matematikprogram

– en outnyttjad resurs

Dynamiska matematikprogram ger nya möjligheter till ett laborativt och undersökande arbetssätt där elever kan upptäcka och undersöka matematiska samband. Artikeln handlar om hur elevaktiviteter kan utformas för att tillvarata dessa möjligheter och stimulera eleverna till matematiska resonemang.

Trenden att digital teknik i form av datorer och surfplattor ökar i skolan håller i sig. Det visar bland annat Skolverkets rapport *IT-användning och IT-kompetens i skolan*. Skolverket har ett regeringsuppdrag att vart fjärde år följa upp användningen av IT i förskola, skola och vuxenutbildning. Den senaste uppföljningen gjordes år 2015 och rapporterades år 2016. Samtidigt som tillgången till IT ökar, så ökar också användandet av IT, både bland elever och lärare. Ytterligare en trend som håller i sig är att matematik är ett av de skolämnen där IT används minst. Detta gäller både bland elever och lärare. *Varför är det så?*

Den forskning som indikerar att ökad användning av IT i matematikundervisningen bidrar till ökat lärande hos elever verkar inte ha fått något större genomslag i praktiken. Det räcker alltså inte med att öka tillgången till digitala resurser – det behövs något mer. Vi vet att undervisning i sig är en komplex process och att göra en stor förändring, som exempelvis att implementera IT i undervisningen, måste få ta tid och helst ske genom kollegialt samarbete.

Hur IT används på matematiklektioner

Vad handlar då elevers IT-användande om i matematikklassrummet? I Skolverkets rapport framgår att elever använder IT för att göra beräkningar och jobba med statistik. Vi vet även att det finns en uppsjö av spel att tillgå, varav flertalet är fritt tillgängliga via internet. Vår erfarenhet är att många spel handlar om ren färdighetsträning där uppgifterna inte skiljer sig markant från de som normalt ges i boken.

Det går att använda datorn på ett helt annat sätt. Idag finns dynamiska matematikprogram, exempelvis Geogebra, som gör det möjligt för eleverna att själva undersöka och upptäcka många matematiska samband. Detta i sin tur ger nya möjligheter att locka eleverna till matematiska resonemang, inte minst när det gäller att formulera och undersöka egna hypoteser. Thomas Lingefjärd och Jonas Hall har i ett flertal Nämnarenartiklar gett smakprov på vilken fantastisk tillgång denna typ av program kan vara, både för lärare som ett demonstrationsverktyg och för elever att arbeta med. Viktiga frågor blir nu hur elevuppgifter ska formuleras och klassrum organiseras för att skapa tillfällen för givande matematiska resonemang.

Datorbaserade elevaktiviteter

Vi har haft, och har fortfarande, förmånen att arbeta tillsammans med matematiklärare i olika skolutvecklings- och forskningsprojekt. I dessa projekt har vi arbetat med att utveckla och testa datorbaserade elevaktiviteter där elever kan kommunicera i och om matematik samt utöva matematiska resonemang. De främsta målen med aktiviteterna är att eleverna ska:

- ◇ ges möjlighet att undersöka, upptäcka och befästa olika matematiska begrepp och samband
- ◇ ges möjlighet att göra kopplingar mellan olika representationsformer, som exempelvis grafisk och algebraisk representation
- ◇ erbjudas möjligheter att träna kommunikations- och resonemangsförmåga i matematik
- ◇ lära sig använda ett dynamiskt matematikprogram så att detta blir ett verktyg för dem att använda även i andra matematiska situationer.

I elevaktiviteterna varvas datorinstruktioner med olika typer av uppgifter kring ett specifikt matematiskt innehåll. Vid design av datorbaserade uppgifter uppstår ofta frågan om elever själva ska göra de konstruktioner som behövs eller om de ska få tillgång till sådana som är färdiggjorda. Vi har valt att i möjligaste mån låta elever göra egna konstruktioner så att de därigenom lär känna både programmet, i det här fallet Geogebra, och den bakomliggande matematiken. Vidare, för att eleverna ska kommunicera matematik med varandra, är det viktigt att de arbetar parvis vid *en* dator så att de resonerar utifrån en gemensam skärmbild.



Ett exempel: Hur växer en solros?

På nästa sida ges ett exempel på delar av en elevaktivitet som handlar om exponentialfunktioner och som utgår från en "verklig" situation med en växande solros. Elevbladet inleds med instruktioner om hur man skapar glidare. Dessutom anges vilken steglängd samt vilket minsta respektive största värde respektive glidare ska vara inställda på. För glidare a väljs t ex minsta värdet till 1 för att eleverna inte ska använda Geogebra i uppgiften 5a.

Vi har valt att använda datorikoner (🖨️) för att markera datorinstruktioner. Oftast använder vi tomma rutor istället för linjer då eleverna uppmanas att göra beräkningar, formulera gissningar, ge beskrivningar eller förklaringar. På så vis kan de själva välja på vilket sätt de vill uttrycka sig: med ord, symboler, bilder, grafer etc. Av utrymmesskäl är de tomma rutorna borttagna här.




Hur växer en solros?

 Mata in formeln $f(x) = C \cdot a^x$:

Inmatningsfält: $f(x)=C \cdot a^x$

- 1 a) Vilka värden ska ställas in på glidarna C och a för att grafen till solrosen som är 50 cm från början och växer med 30 % per vecka ska visas?

$C =$ _____ $a =$ _____ Formeln blir alltså: _____

-  Ställ in glidarna C och a på de värden du valt ovan!
 Lägg in en punkt på grafen (se till att punkten "fäster" vid grafen).
 Flytta punkten så att punktens x -koordinat blir 4.

b) Vilken är punktens y -koordinat? _____

c) Beskriv med egna ord vad ditt svar i uppgift 1b egentligen säger om solrosen.



d) Använd formeln du kom fram till i uppgift 1a för att kontrollera ditt svar i uppgift 1b.

-  Ställ in glidarna C och a så att grafen till en solros som är 30 cm från början (1 juni) och växer med 40 % per vecka visas.

2. Bestäm solrosens längd efter 3 veckor



- a) med hjälp av punkten A: _____
b) genom att göra en beräkning.

Nu lämnar vi exemplet med solrosor och studerar hur grafen till den allmänna exponentialfunktionen $f(x) = C \cdot a^x$ beror av värdena på C och a .

-  Ställ in glidaren a på 2.
 Dra i glidaren C så att värdet på C varierar.


3. a) Beskriv med egna ord hur man kan se värdet på C i grafen.

b) Förklara *varför* värdet på C kan ses på detta sätt.

-  Ställ in glidaren C på 50.
 Dra i glidaren a så att värdet på a varierar.

4. a) Beskriv med egna ord hur värdet på a påverkar grafen.

b) Förklara *varför* värdet på a påverkar grafen på detta sätt.

-  Ställ in glidaren a på 1 och variera värdet på glidare C .
c) Beskriv hur grafen ser ut.
d) Förklara *varför* den ser ut som den gör.


5. Hur tror ni att grafen kommer att se ut då värdet på a är mellan 0 och 1?

a) Gör en grov skiss i rutan nedan (utan att använda GeoGebra).

b) Förklara hur ni kom fram till er gissning.

-  Högerklicka på glidare a . Välj "Egenskaper" och därefter "Glidare" och ändra inställning enligt:

Intervall		
Min: 0	Max: 3	Steglängd: 0.1

-  Ställ in glidare a på ett värde mellan 0 och 1.

c) Jämför er gissade graf ovan med grafen i Geogebra. Förklara eventuella skillnader!

Utdrag från en elevaktivitet.

Exemplet illustrerar tre viktiga uppgiftstyper:

- ◇ Uppgifter som ska lösas på olika sätt, dels traditionellt med papper och penna och dels genom att utnyttja de möjligheter ett dynamiskt matematikprogram erbjuder. Detta för att ge elever möjlighet till en djupare förståelse för den matematik som behandlas, se uppgift 1 och 2 i exemplet.
- ◇ Uppgifter där elever med hjälp av dator undersöker ett matematiskt samband som de sedan ombeds att beskriva och eventuellt även förklara skriftligt, se uppgift 3 och 4 i exemplet.
- ◇ Uppgifter som uppmanar elever att både gissa, testa, jämföra och förklara. Efter att eleverna har formulerat och motiverat en hypotes testar de den med datorns hjälp. När jämförelsen mellan hypotesen och datorns feedback visar att något inte stämmer gäller det att hitta en förklaring. Detta leder ofta till givande matematiska resonemang, se uppgift 5 i exemplet.

Resurser

Att utforma bra elevaktiviteter som fungerar i klassrummet är långt ifrån enkelt; här krävs det kollegialt samarbete. På www.kau.se/geogebra finns datorbaserade aktiviteter som vi har utvecklat tillsammans med lärare. Aktiviteterna har använts i undervisningen och reviderats åtminstone en gång. För att underlätta för andra lärare att sätta sig in i och använda de olika elevaktiviteterna finns en lärarguide till varje aktivitet.

LITTERATUR

- Ahmet, G. & Lingefjärd, T. (2015). *Ett undersökande arbetssätt och problemlösning med Geogebra*. Nämnaren 2015:2.
- Brunström, M. & Fahlgren, M. (2015). Designing prediction tasks in a mathematics software environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 22(1), 3–18.
- Hall, J. & Lingefjärd, T. (2012). *Vad varje matematiklärare borde kunna. Geogebra för nybörjare, del 2*. Nämnaren 2012:3.
- Skolverket. (2016). *IT-användning och IT-kompetens i skolan*. Stockholm.
- Svedbro, J. (2017). *Vilse i app-djungeln*. Nämnaren 2017:1.