EU-bidrag till skolgeometrin

Bengt Ulin

Här beskrivs hur ett radioprogram givit upphov till reflektion kring de geometriska begreppen area, omkrets och flikighetstal. En autentisk, praktisk, samhällsorienterande tillämpning presenteras också, en uppgift som lämpar sig väl för ett undersökande arbetssätt. Säkert kan du hitta motsvarande som passar dina elever.

Rubriken är avsiktligt missvisande, men den är sann. EU ger såvitt jag vet inga penningbidrag direkt till skolgeometrin, men i den här artikeln ska vi se att EU kan ge ett pedagogiskt bidrag.

Flikighetstal

I P1-programmet Lantbruksnytt omnämndes i somras att lantbrukare kan få EU-pengar för s k värdefulla landskapselement, om de bara uppfyller vissa villkor som ger tillräckligt med kvalifikationspoäng. Exempel på värdefulla landskapselement är ”öppna hävdberoende bäckraviner eller åbrinkar, bäckraviner”, ”åkerholmar med areal om minst 0,01 ha och högst 0,5 ha, små svårbrukade åkrar (area < 0,3 ha) och åkrar med flikiga naturgivna former”. Vi ska här intressera oss för de flikiga åkrarna. I Jordbruksverkets formulär SJVF5 l995:133, sid 30, ges följande definition:

> *Åker med flikar och gipar och renar som helt eller till största delen har en bevarad naturgiven form överensstämmande med det förhållande som gällde före jordbrukets motorisering. Åkerkantens längd är betydligt längre än omkretsen på åker vars fältform är anpassad till moderna jordbruksmaskiner. Åkerns flikighetstal får inte vara mindre än 6.*

Här mötte jag ett för mig nytt geometriskt begrepp, flikighetstalet.

***Bengt Ulin** är lektor vid Lärarhögskolan i Stockholm och lärare vid Kristofferskolan i Bromma.*

$$\text{Flikighetstal} = \text{Omkrets} / \sqrt{\text{ytan}}$$

Omkrets mäts i 100-tals meter och ytan i hektar.

Sidan i en kvadrat med arean 1 ha är ju 100 meter, så sorterna stämmer bra överens. Skulle man mäta arean i kvadratmeter så blir längdsorten riktigt nog meter.

I matematisk skrift blir alltså definitionen på flikighetstalet, f, hos en area $f = \dfrac{L}{\sqrt{A}}$

där L är omkretsen och A arean. Enligt texten i formuläret är olikheten $f \geq 6$ ett nödvändigt villkor för att en flikig åker ska vara berättigad till EU-bidrag.

I programmet klagade några lantbrukare över krångliga begrepp. Det var svårt att kontrollera om åkerns omkrets kunde vara minst ”600 gånger kvadratroten ur dess area”. Ja, så sade man och det var anledningen till att jag rekvirerade papper från Jordbruksverket. Faktiskt, i en skrift rörande kulturmiljöer och landskapselement heter det à propos flikiga åkrar:

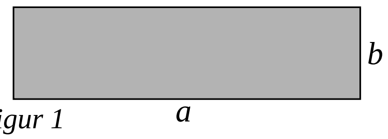
åkerns omkrets ska vara minst

$$600 \times \sqrt{\textit{åkerns yta}}$$

Faktorn framför kvadratroten är här som synes 100 gånger för stor och skulle ställa ett enormt krav på flikighet. En tabell i nära anslutning till den felaktiga definitionen ger dock korrekta exempel på minimiomkretsen då arean är given.

Låt oss nu återgå till den korrekta definitionen och studera några exempel på när areor uppfyller villkoret $f \geq 6$.

Exempel 1 *Vi börjar med en rektangulär åkerform som alltså inte har några flikar alls och inte kan komma ifråga för bidrag (figur 1). Vi frågar oss: Hur lång ska en rektangel vara i förhållande till bredden för att uppfylla olikheten* $f \geq 6$*?*



figur 1

Villkoret uppfylls då $2a + 2b \geq 6\sqrt{ab}$
Vi sätter a = kb och kommer till olikheten

$$k + 1 \geq 3\sqrt{k}$$

Kvadrering och behandling av en andragradsekvation ger lösningen

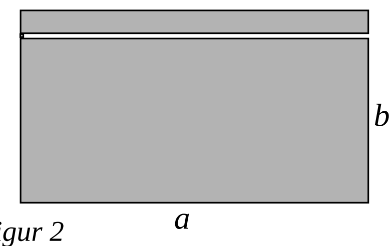
$$k_1 \geq 0{,}5(7 + \sqrt{45}) \approx 6{,}85$$

$$0 < k_2 \leq 0{,}5(7 - \sqrt{45}) \approx 0{,}146$$

där k_2 *naturligt nog är inverterade värdet av* k_1*.*

De två rötterna innebär en och samma lösning, den längre sidan får inte vara nämnvärt kortare än ca 7 gånger bredden.

Exempel 2 *Vi utgår från en rektangel med längd a och bredd b och förser den med en smal slits som i figur 2. Vi låter slitsens längd (parallell med a) vara försumbart mindre än a och låter dess bredd (parallell med b) vara försumbart liten.*



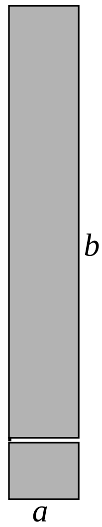
figur 2

Med a = kb erhåller vi (så när som på försumbara storheter) olikheten

$$4kb + 2b \geq 6\sqrt{kb \cdot b}$$

varav $2k + 1 \geq 3\sqrt{k}$
På samma sätt som förut får man lösningarna $k \geq 1$ *och*
$0 < k \leq 1/4$

Figur 2 (med k = 1,5) duger alltså bra. I figur 3 är k = 0,2.



figur 3

Exempel 3 *Låt oss nu se på ett mer realistiskt område av E-typ (figur 4). Med figurens beteckningar (varvid* $k < 1$ *) får vi olikheten*

$$2a + 2a + 3 \cdot \frac{2a}{3} + 2ka \geq 6\sqrt{2a \cdot a - \frac{2a}{3} \cdot ka}$$

dvs $3 + k \geq 3\sqrt{2 - \frac{2k}{3}}$

Kvadrering ger

$k^2 + 12k - 9 \geq 0$

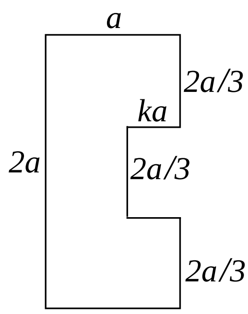
med lösning

$k \geq \sqrt{45} - 6 \approx 0{,}6708$

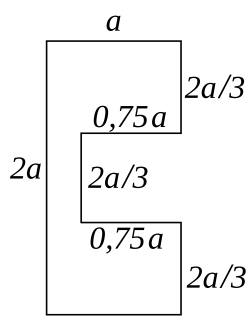
och svaret blir

$0{,}671 \leq k < 1$

Figur 5 visar areans form för k = 0,75.



figur 4



figur 5

Samhällsorientering

Utöver den samhällsorientering som ett studium av det här slaget kan ge våra elever kan begreppet flikighet ge något som är av större värde i undervisningen. Det kan inbjuda eleverna att individuellt eller i grupp undersöka villkoret $f \geq 6$ på områden som de själva ritar upp, helst av realistiskt slag. Det blir en arbetsuppgift där eleverna kan använda dels sin fantasi för att finna flikiga former, dels sin förmåga att beräkna och skilja på area och omkrets.

Som lärare kan man ibland ha svårt för att motivera eleverna till att lösa olikheter. Det blir mest eller uteslutande olikheter för att bestämma tecknet på polynom. Här möter eleverna en praktisk tillämpning, visserligen byråkratisk, men inte desto mindre autentisk.