

# Elever skriver om matematik

*Förstår man något som man inte kan förklara? Om man inte kan sätta ord på sin kunskap är det då kunskap? I artikeln diskuteras reflektionsskrivande som ett sätt att hjälpa elever att utveckla sitt matematikspråk.*

Matematikundervisningen matas eleverna ofta med formler, definitioner och metoder. Frågan är hur stor kunskapen och förståelsen är hos en elev, som sedan inte kan förklara för någon annan vad man använder dessa fakta och metoder till.

Vi är två gymnasielärare som undervisar både i matematik och i svenska. Under vår utbildning kom vi i kontakt med två helt olika sätt att se på kunskap och inlärning. Vi upplevde att eleverna i matematikundervisningen fick det mesta givet och att de bara behövde ta emot och acceptera lektionsinnehållet. Inom svenskämnet var eleverna oftare med och skapade innehållet och fick använda sin egen kreativitet.

Den grekiske filosofen Herakleitos (540–480 f Kr.) lär någon gång ha sagt "pedagogik är inte att fylla ett ämbar, utan att tända en eld". Skillnaden mellan matematik och svenska, tyckte vi, var just denna – på matematiklektionerna fylldes kärlet medan det tändes eldar i svenskan. Vi ansåg dock inte att det skulle vara omöjligt att "tända

eldar" i matematikundervisningen men att det måste till en annan slags undervisning för att detta skulle ske. Det medförde att vi under vår praktik ville prova ett arbetssätt som används ganska ofta inom svenskämnet, nämligen reflektionsskrivande (Tängdén & Wallner, 2001).

## Reflektionsskrivande

Reflektionsskrivande är ett arbetssätt som vi kom i kontakt med när vi under vår utbildning läste svenskmetodik. Detta är en metod som har lyfts fram av bland andra Hans Johansson, som undervisar i svenska och historia, och Gunilla Molloy, som undervisar i svenska.

Hans Johansson skriver i *Elever skriver och lär om reflektionsskrivande*, som han kallar för journalskrivande. I sin undervisning använder han sig av journalen för att ha möjlighet att kommunicera med eleverna, ge korta kommentarer eller för att ställa personliga frågor. Hans Johansson betonar att han aldrig rättar elevernas journaler vil-

*Marie Tängdén och Sara Wallner är gymnasielärare i svenska och matematik, på Fryshuset Kunskapscentrum i Stockholm resp på IT-Gymnasiet i Uppsala.*

ket är mycket viktigt för att eleverna ska känna sig fria och trygga med metoden. Det viktiga i journalskrivande är inte formen utan innehållet (Johansson, 1993). Gunilla Molloy skriver i sin bok *Reflekterande läsning och skrivning* att loggboken "ger eleverna ett forum för sina åsikter och ett tillfälle till att själv reflektera över vad som ibland är 'svårt'" (Molloy, 1996, sid 14).

Vi hade inte, varken under vår utbildning eller under vår egen skoltid, kommit i kontakt med någon som har använt reflektionskrivande i matematikundervisningen. Under vår praktik, våren 2000, ville vi se huruvida elever har en förmåga att i skrift förklara och beskriva matematik. Vi ansåg att reflektionskrivande var ett bra arbetsätt för att studera detta.

Eleverna fick en varsin bok, *Boken*, och vi lät dem skriva i ungefär fem minuter i slutet av varje matematiklektion. Det första vi bad dem skriva var ett brev till oss där de presenterade sig själva. Vi betonade dock att de när som helst under lektionen fick använda *Boken* för fritt reflekterande. Med fritt reflekterande menade vi att eleverna, med ord, skulle återge det de kom att tänka på under lektionen. Det kunde vara frågor rörande matematiklektionen men också personliga tankar. Vi ville att eleverna skulle känna att det var "deras bok" och att de kunde använda den som de ville. Vi rättade aldrig det eleverna hade skrivit, vi gjorde bara en liten markering som visade att vi hade läst. Eleverna använde det fria reflekterandet till att reflektera över lektionerna och den egna prestationen. Eleverna gav ofta positiv respons till sig själva: "Jag förstod allt, tror jag", "Det gick bra att räkna och jag förstod allting". Även negativa kommentarer förekom: "Åh vad krångligt".

Reflektionskrivandet användes också för att kommunicera med oss som lärare och till att kontinuerligt utvärdera vår undervisning. Vi fick också inblick i hur eleverna kände sig under lektionerna då de ofta helt spontant uttryckte sina känslor i *Boken*: "Idag ser jag dubbelt – ont i hu-

vudet", "Det gick inte så bra idag för jag mår illa och är yr", "Det är fredag äntligen", "Trevlig helg".

## Svårt att förklara matematik

Vi använde även *Boken* för ett mer styrt reflektionskrivande där vi gav dem uppgifter att svara på. Uppgifterna gick ut på att de skriftligt skulle beskriva matematiska begrepp och operationer. Bland annat fick eleverna i uppgift att förklara för ett barn i femårsåldern vad addition är och att förklara begreppet derivata.

När vi läste i deras böcker såg vi att många elever hade svårt att förklara begreppet addition. En elev skrev: "Addition är när man har t ex ett äpple och man får ett till äpple. Du har då två äpplen. Du har adderat de två äpplena". En annan skrev: "Om man har två bilar och så får du en bil till, då har du ju tre stycken bilar. Det är plus. Man har t ex två saker och så får man något mer. Det är plus". Handlar addition endast om att få saker?

Eleverna hade även svårt att förklara vad derivata är. En elev förklarade begreppet på följande sätt: "Derivatans används för att ta reda på hastigheten i en viss tid på något." Denne elev fick betyget Väl Godkänd på det prov de hade på avsnittet om derivata. Har den här eleven egentligen kunskap om begreppet derivata?

Andra elevsvar som vi fick på den här frågan var: "Med derivata kan du kolla vad lutningen för en viss punkt är i t ex andragradsekvation (funktion)", "Derivatans är ett sätt att räkna ut saker. T ex hur fort en bil åker efter en viss tid. Man kan även räkna ut hur mycket det kommer att kosta att tillverka ett visst antal av en produkt". Eleverna fick bra betyg på provet om derivata trots deras väldigt torftiga förklaringar av begreppet. Vad beror det på? En av orsakerna tror vi kan vara det sätt som läroböckerna är skrivna på.

Begreppet derivata introduceras i elevernas lärobok på följande sätt. De flesta böcker använder en liknande presentation.

Det gränsvärde som differenskvoten

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

närmar sig då  $h$  går mot 0 kallas *derivatan* av funktionen  $y = f(x)$  i punkten  $x = a$  och kan tecknas  $f'(a)$  och utläses "f prim a", dvs

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Det är kanske inte så konstigt att eleverna har svårt att förklara begreppet!

## Matematisk terminologi

Under våra praktikperioder auskulterade vi på många matematiklektioner där olika läromedel användes. Gemensamt för dessa är att språket i dem skiljer sig betydligt från elevernas vardagsspråk. Språket i läromedlen är faktaspäckat och kortfattat. Författarna använder sig av mycket precisa ord och symboler som gör att texten blir komprimerad. Detta sätt att uttrycka sig fungerar dåligt när man vänder sig till elever som inte behärskar begreppen. Howard Gardner skriver i *Så tänker barn – och så borde skolan undervisa*.

*En stöttesten av stor betydelse inom matematikinläringen handlar om den precisa meningen av ord. I normal konversation ges man avsevärd frihet i hur man använder sina ord och denna frihet bidrar till humorn och kryddan i dagligt samtal. Men en sådan brist på precision kan vara fatal på matematikens område.*

(Gardner, 1992, sid.165)

Användningen av "den precisa meningen av ord" inom matematiken gör att eleverna läser sig då de själva ska skriva matematik, de förlorar sitt vardagliga språk. De behärskar inte det precisa språket och tror

inte att de kan använda sig av sitt vardagliga språk då det skiljer sig så mycket från lärobokens. Man måste lära sig att först formulera sig på sitt eget språk innan man kan anamma ett annat språk. Detta kan man läsa om i *Algebra för alla* ur Nämna- ren TEMA-serien.

*Elever som saknar ett väl utvecklat vanligt språk [vår kurs.] beträffande matematiska begrepp och samband får naturligtvis svårt både att förstå problemet och att formulera det matematiskt.*

(Bergsten m fl, 1997, sid 58)

*Att kunna uttrycka aritmetik med hjälp av det egna språket är en nödvändighet för att kunna utveckla det matematiska språket [vår kurs.]. Genom att formulera samma aritmetiska samband på olika sätt ökar förmågan att formulera samband utifrån olika problemsituationer. Att inte enbart teckna tal och operationer utan också muntligt uttrycka dem är en viktig prealgebraisk del i matematikundervisningen, även när många operationer är automatiserade. Risken finns annars att betydelsen och begreppet har gått förlorade, och att operationerna inte fungerar när man skall operera med okända tal.*

(Bergsten m fl, 1997, sid 58)

Under våra auskultationer märkte vi även att matematiklärare ofta använder sig av ett skriftspråk som liknar språket och stilen i läroboken. På tavlan skrivs många symboler och få ord. Det är ovanligt att läraren skriver fullständiga meningar eller en sammanhängande text på tavlan under en matematiklektion. Vi anser att om vi lärare vill att eleverna ska kunna redogöra skriftligt för sina tankegångar måste vi föregå med gott exempel och själva formulera fullständiga meningar. För att öka förståelsen för de matematiska begreppen måste vi lärare göra en koppling till det vardagliga språket. Detta för att eleverna själva ska våga använda sitt vardagsspråk även inom matematikämnet.

## Utveckla elevernas matematiska språk

Det behövs naturligtvis ett matematiskt språk i matematikundervisningen men man kan inte kräva att eleverna ska förstå och kunna använda det innan de har fått lära sig det. Detta medför att innan eleverna har lärt sig språket kan inte heller läraren använda det. Det matematiska språket måste gradvis föras in i matematikundervisningen för att överbrygga de klyftor som finns mellan elevernas språk, lärobokens språk och lärarens språk.

Man måste öva eleverna i att använda ett matematiskt språk för att de ska kunna få en möjlighet att tänka matematiskt och för att undervisningen ska bli meningsfull. Att ha övningar som fokuserar på språket mer än på själva lösningen av uppgiften är en väg att nå detta. Reflektionsskrivande är ett sätt att införa en större språkanvändning inom matematikundervisningen, men det finns förstås andra möjligheter.

Man skulle kunna använda sig av exempelvis ordkunskapsövningar där symbolerna och begreppen förklaras och sätts in i sitt sammanhang. Ett annat sätt att öka förståelsen är att använda sig av etymologi, det vill säga att tillsammans med eleverna ta reda på ordens ursprung, härledning och historia. När eleverna börjar behärska det matematiska språket kan de matematiska diskussionerna få allt större utrymme under lektionerna.

Vi anser att en ökad språklig säkerhet också ökar möjligheterna till grupparbeten och ämnesövergripande projekt. Framför allt kan eleverna få ett bättre självförtroende inom matematiken, vilket vi har sett att många saknar idag. Kanske beror det på att matematik är det enda ämne där eleverna inte har ett användbart språk. Det egna språket vågar de inte använda och det matematiska språket behärskar de inte.

Denna artikel grundar sig på våra iakttagelser som lärarstuderande men även

nu, som undervisande lärare, stöter vi på samma reaktioner och resultat. Vi förklarar för våra elever vikten av att använda sitt eget språk för att öka förståelsen för matematik. Vi har bland annat låtit dem förklara sina uträkningar skriftligt med egna ord och i början av lektionerna låtit dem reflektera skriftligt över begrepp från tidigare lektioner. Många gånger får vi reaktionen "Jag vet hur man gör, men jag kan inte förklara det!" men när de väl kommer över den barriären kan vi se hur den matematiska förståelsen ökar genom dessa övningar.

I kursplanen för matematik lyfter man fram att eleverna ska lära sig att "redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt" (Skolverket, 2000). Vi anser att man inom den mer traditionella matematikundervisningen inte möjliggör detta. Det måste till nya arbetssätt för att vi ska kunna uppnå målen med matematiken i skolan.

Reflektionsskrivandet är ett sätt att införa språkanvändande i matematikundervisningen.

### REFERENSER

- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla. Nämnaren TEMA*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Gardner, H. (1992). *Så tänker barn – och så borde skolan undervisa*. Jönköping: Brain books.
- Johansson, H. (1993). *Elever skriver och lär – exempel på utvecklande arbetsformer i klassrummet*. Stockholm: Bonnier utbildning.
- Molloy, G. (1996). *Reflekterande läsning och skrivning*. Lund: Studentlitteratur.
- Skolverket (2000). *Kursplan i matematik*. [Elektronisk] Tillgänglig: <<http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0001&infotyp=17&skolform=11&id=3873&extraId=2087>> [2003-05-26]
- Tängdén, M. & Wallner, S. (2001). *Om elevers skrivande i matematik*. [Elektroniskt] Tillgänglig: <[http://www.student.ilu.uu.se/ILU\\_portal/exjobbwww/GyA0183.doc](http://www.student.ilu.uu.se/ILU_portal/exjobbwww/GyA0183.doc)> [2003-05-26]