

Att bygga, rita och tolka cirkeldiagram

Lisbeth Åberg-Bengtsson

I Nämnaren nr 2, 1999, inleddes denna artikelserie, som behandlar yngre elevers möte med grafiska representationer, med "Att bygga, rita och tolka stapeldiagram". I en andra artikel behandlas nu på motsvarande sätt cirkeldiagram.

Jag har i min forskning intresserat mig för hur elever såväl på grundskolans olika stadier som i gymnasieskolan förstår numerisk information i diagram, kartor och tabeller (dvs det som med ett lite krångligare uttryck kan kallas "grafiskt representerad kvantitativ information"). I den första artikel i denna artikelserie (Åberg-Bengtsson, 1999a) har jag utifrån resultaten i mitt avhandlingsarbete (Åberg-Bengtsson, 1998) beskrivit hur barn 7–10 år gamla hanterade stapeldiagram. Då jag vid det tillfället redogjorde för studiens bakgrund och uppläggning samt (i någon mån) för mina teoretiska grundantaganden vill jag i denna andra artikeln enbart påminna om ett fåtal detaljer.

Uppläggning och syfte

Tolv elever i årskurserna 1–3 arbetade parvis i undervisningsliknande situationer med att under min ledning konstruera och tolka några vanligt förekommande typer av diagram. Varje diagramtyp återkom vid flera tillfällen under den serie av sessioner som studien omfattade. Arbetet med mig som guidande vuxen (Rogoff, 1990, 1995) ägde således rum inom det som i den vygotskianska traditionen benämns "the zone of proximal development", ofta översatt med "den nära (eller närmaste) utvecklingszonen" (Vygotsky, 1978; 1987, se

även Wells, 1999 för en modern tolkning av begreppet). Det handlade med andra ord inte om vad barnen kunde klara på egen hand utan vad de tillsammans åstadkom i dialog med den vuxne.

Ett syfte med studien var att kartlägga vilka väsentliga aspekter av de olika diagramtyperna som barnen inkluderade i sina resonemang. Då studien gjordes utifrån ett i huvudsak sociokulturellt perspektiv (se tex Säljö, 2000) var ett andra syfte att mera direkta även belysa hur barnens diagram och deras sätt att tala om dem var resultatet av samverkan mellan en rad olika faktorer i kontexten.

Rita och förstå cirkeldiagram

Cirkeldiagram (av typ tårtbitsdiagram) introducerades omedelbart efter stapeldiagram och på liknande sätt (Åberg-Bengtsson, 1999a). Barnen fick utifrån egenhändigt insamlade uppgifter om kamrater och personal på skolan först bygga några "runda diagram" med hjälp av plastkuber i olika färger som ställdes tätt ihop i "en ring". En kub föreställde en person och varje illustrerad grupp representerades av en färg (tex gula kuber för flickor och blå för pojkar). Därefter ritade barnen av de uppbyggda konstruktionerna på stora blädderblockspapper. Indelningen av cirkelns area i sektorer gjordes i de flesta fall i deras andra runda diagram. I ett senare skede av undersökningen fick barnen även tolka och kritisera sina egna, kamraternas och några av mig ritade bilder. De fick också i en tom

Lisbeth Åberg-Bengtsson, fil dr, lärare och forskare i pedagogik vid Göteborgs universitet.

cirkel och utan hjälp av det laborativa materialet illustrera mängden flickor och pojkar i någon årskurs vid närmaste högsta-dieskola.

Resultat

Resultaten visar bland annat i vilken utsträckning barnen i sina bilder och resonemang inkluderade ett antal aspekter, som är viktiga för att konstruera och på ett adekvat sätt tolka konventionella cirkeldiagram. Under rubrikerna 1–4 nedan presenteras ett kategorisystem som är hierarkiskt i det avseendet att det successivt innefattar allt fler av dessa väsentliga aspekter. I beskrivningarna av kategorierna liksom i de avslutande reflektionerna belyses även i någon utsträckning i kontexten samverkande faktorer och då främst redskapens betydelse (dvs det konkreta materiel som användes och som var både konstruktions- och tankeredskap). För en mera ingående redogörelse hänvisas till originalarbetet (Åberg-Bengtsson, 1998).

1. Ett antal enheter avsedda att räkna är grupperade längs periferin

När elever konstruerade bilder inom ramen för denna kategori ritades en cirkel vars periferi bestod av små fyrkanter som var och en förställde en kub/person. De utritade elementen representerar således i förhållandet ett till ett den mängd individer som skulle illustreras (tex eleverna i en klass). Undergrupper (tex flickor och pojkar) utgör sammanhållna segment. Som framgår av figur 1 bemödade sig eleverna dock här inte om att göra fyrkanterna lika stora.

Det finns även exempel på att elever som redan inledningsvis själva ritade bilder, som placerades i hierarkiskt högre kategorier, resonerade om figur 1 på ett sätt som kännetecknar kategori 1. Det viktiga var att enheterna, det vill säga antalet individer/kuber, kunde räknas.



Figur 1. Veras (åk 2) och Oscars (åk 1) första "runda diagram". Den övre cirkelbågen visar antalet pojkar och den undre antalet flickor i en grupp elever. Kategori 1.

Monica och Patrik, som jämförde Veras och Oskars diagram (fig. 1) med sitt eget, uttryckte först att det inte hade någon betydelse att de utritade enheterna var olika stora. När jag sedan pressade dem på den punkten förde Monica in en (i detta sammanhang) ovidkommande storhet i resonemanget, nämligen individens storlek:

Monica: *Rutorna [i deras eget diagram] dom är lite mer noga ... [pekar sedan på de olika stora fyrkanterna i diagrammet avbildat i figur 1] en sån stor, en sån stor, en sån stor, en sån stor och en sån stor.*

Lisbeth: *Har det nån betydelse hur stora rutorna är?*

Patrik: *Nä inte...*

Monica: *Bara man får plats med dom ... [...]*

Lisbeth: *Vad har det betydelse för? ... Om man gör dom noga, precis lika stora eller om man råkar få det så här..vad har det för betydelse?*

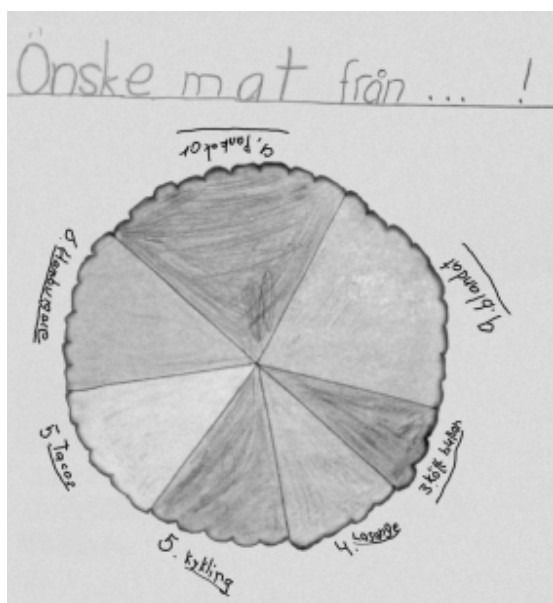
Monica: *En liten pojke kanske dom tror då..*

Inget av barnen i undersökningen nämnde något om att proportionerna mellan grup-

pernas storlek skulle bli förvrängda om ett icke enhetlig mått används, vilket med tanke på deras ålder naturligtvis inte är något att förvånas över.

2. Ett antal enheter av samma storlek avsedda att räkna är grupperade längs periferin

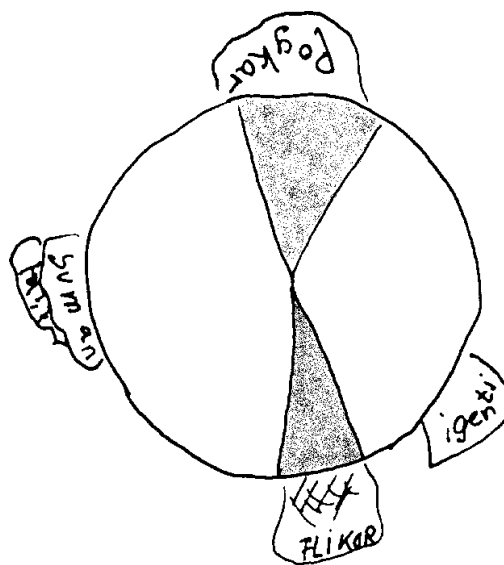
Även här ritades varje kub/individ ut längs cirkelns periferi och med de olika delgrupperna samlade så att de utgjorde var sin del av cirkelbågen. Skillnaden mot kategori 1 är att i kategori 2 är att enheterna nu är av samma storlek. Genom att lägga plastkuberna tätt i en cirkel på papperet och noggrant rita av exempelvis den yttre konturen bildades en liten båge vid varje kub. På så sätt erhöles en "standardiserad" mät-enhet (kubens sida). Konstruktioner av detta slag kan, i motsats till vad som var fallet i kategori 1, direkt användas för att introducera proportionella sektorer (fig. 2). Även i denna kategori var det dock fortfarande viktigt för barnen att antalet individer i varje sektor gick att räkna. Om så inte var fallet, måste det exakta antalet skrivas ut för att diagrammet skulle vara meningsfullt, ansåg de. Ofta gjordes, som framgår av figur 2, båda delar.



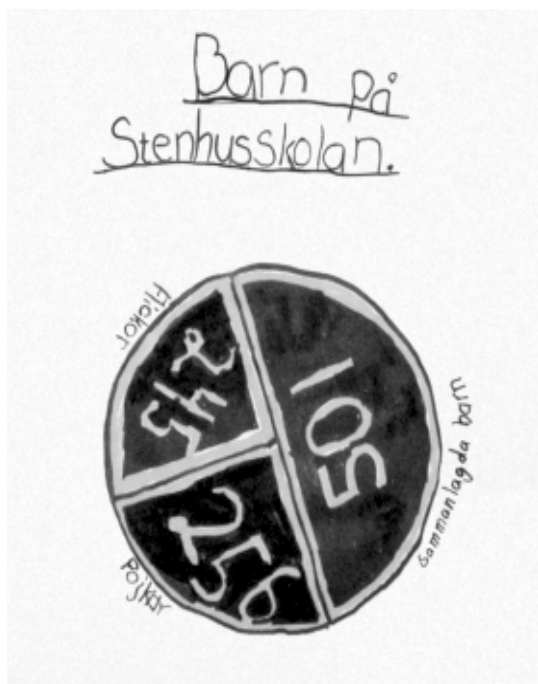
Figur 2. Joanna (åk 3) och Tommy (åk 2) ritade ett runt diagram genom att noga rita av kubernas yttre konturer. Kategori 2. (Sektorerna ritades senare.)

3. Sektorer eller segment är proportionella mot de avbildade mängdernas storlek

I kategori 3 ritade eleverna (åtminstone approximativt) proportionella sektorsliknande områden och resonerade i termer av större och mindre "tårtbitar" utifrån storleken av de illustrerade grupperna. När eleverna tvingades tolka färdiga cirkeldiagram eller i studiens senare skede rita diagram utan att i förväg ha byggt upp dem med hjälp av plastkuberna, föreföll detta sätt att resonera ligga tämligen nära till hands. Exempel på hur gruppstorlekar visades proportionellt ges i figurerna 3 och 4. I båda fallen har den något större pojkggruppen tilldelats en lite större del av cirkeln än flickgruppen. I de sifferuppgifter barnen hade tillgång till fanns också under rubriken Tillsammans angivet det totala antalet elever varje årskurs. Detta föranledde några par att tilldela totalgruppen en egen sektor som då följaktligen blev den största. De något yngre eleverna som ritat diagrammet i figur 3 fick dessutom en fjärde tårtbit "som blev över".



Figur 3. Veras och Oscars försök att utan kuber konstruera sektorer. Kategori 3.



Figur 4. Joanna och Tommy ritade ett diagram där halva cirkeln tilldelades totalgruppen. Kategori 3.

4. De proportionella delarna utgör tillsammans helheten

Till skillnad mot vad som var fallet i kategori 3 inkluderas här delarna i helheten. Såväl det konventionella cirkeldiagrammet (fig. 5) som det lite mer originella "lövdiaagrammet" (fig. 6) kan placeras inom kategori 4 eftersom i båda fallen ett antal (approximativt) skattade proportionella delar tillsammans utgör helheten (dvs. totalgruppen). Sarah och Allan fick visserligen en bit över, när de först skissade på sin bild (fig. 6) men löste snabbt problemet genom att utan större diskussion anpassa lövets storlek:

Sarah: *Om detta är "skolskjuts" till exempel...[visar på ett område i lövet].*

Allan: *Nä, skolskjuts är där..*

Sarah: *Ja..allt detta är "skolskjuts"... detta är "annat sätt" ... och detta är.."gick"..[pekar på eller ri-*

tar i olika områden med Allans deltagande].

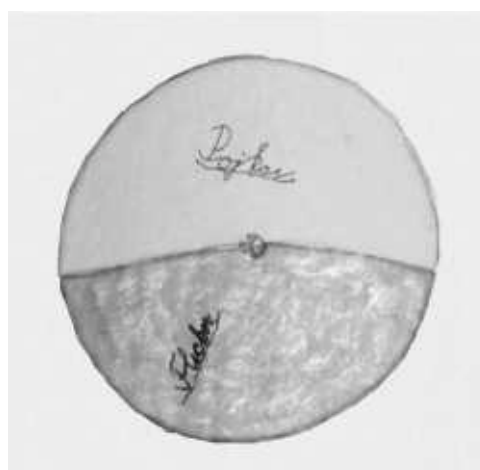
Lisbeth: *Och det här då?*

Sarah: *Ingenting...*

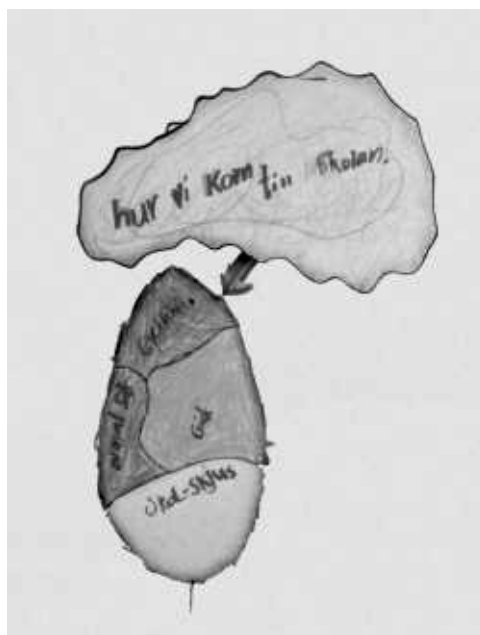
Lisbeth: *Blev det över?*

Sarah: *Ja, fast det är bara till att göra mindre blad...*

Allan: *[Avgränsar bladet till lämplig storlek].*



Figur 5. Monicas och Patriks (båda åk 3) tämligen konventionella cirkeldiagram. Kategori 4.



Figur 6. Sarah (åk 2) och Allan (åk 1) illustrerade på detta sätt hur deras kamrater kom till skolan. Kategori 4.

Sammanfattning

Kategorisystemet är hierarkiskt i det avseendet att det successivt inkluderar allt fler för diagramförståelsen väsentliga aspekter. På liknande sätt som framgick beträffande stapeldiagram i del 1 av denna artikelserie (Åberg-Bengtsson, 1999a) återfinns även för cirkeldiagram en skiljelinje mellan kategorierna 2 och 3. Eleverna hanterade de illustrerade mängderna som något som var avsett att antingen räknas (kategorierna 1–2) eller skattas (kategorierna 3–4). I de två hierarkiskt sett lägsta kategorierna ritades varje enhet ut och eleverna uttryckte att det var viktigt att de avbildade antalen framgick. Den inbördes skillnaden mellan kategori 1 och 2 är att i den senare ritades enheter av samma storlek. I de båda högsta kategorierna (3 och 4) fokuserade eleverna på proportionen mellan sektorerna, varvid helheten omfattade delarna enbart i kategori 4.

Avslutande reflektioner

I artikeln om stapeldiagram framhöll jag att utformningen och tolkningen av diagrammen i hög grad var beroende av den kontext där de tillkom. Även denna gång kan vi notera hur det använda laborativa materielelet (dvs de små plastkuberna) i hög grad kom att medverka till resonemang och bilder som återfinns i de två lägsta kategorierna, där varje enhet var avsedd att räknas. Det kan också noteras att när eleverna inte längre hade tillgång till dessa plastkuber resonerade de istället direkt i termer av proportioner.

Frågan som naturligtvis inställer sig är hur man då lämpligen introducerar cirkeldiagram för våra yngre elever. Att vara konkret och åskådlig i sin undervisning, särskilt när man arbetar med nya och abstrakta begrepp, är väl något som varje lärare eftersträvar. Samtidigt förefaller det som just det laborativa materielelet som an-

vändes i min studie tenderade att styra eleverna mot de hierarkiskt sett lägre kategorierna. Detta skall, som jag ser det, naturligtvis inte tolkas som att man ska undvika allt som till en början kan resultera i mindre avancerade sätt att rita diagram. Som jag tidigare framhållit är dessa sätt att hantera diagrammen inte direkt felaktiga utan snarare ofullständiga. De aspekter som fokuseras i de lägre kategorierna kan kanske istället för att förkastas användas för att bygga upp en mera fullständig diagrambild. Låt mig ta ett exempel.

Ibland berättas det för mig hur klasser byggt cirkeldiagram med hjälp av konkreta föremål, exempelvis elevernas skor. De som har sportskor bildar en grupp, de som har grövre kängor en annan osv. Alla högerskor läggs i en cirkel och ritas av. Denna bild, som säkerligen är intressant för eleverna, blir med största sannolikhet en konstruktion som faller inom kategori 1 (jmf fig. 1), dels eftersom eleverna har olika skonummer, dels då en känga av visst nummer antagligen har större yttermått än en sportsko i samma nummer, osv. I ett nästa steg skulle jag då vilja föreslå att en mät-enhet iordningställs, till exempel en ”standardskosula” (som kan mångfaldigas i erforderlig antal) eller att något enkelt materiel som redan finns (liknande plastkuberna i min studie) plockas fram. Med hjälp av detta enhetliga mått ritas en ny cirkel (kategori 2), som sedan kan användas för att konstruera proportionella sektorer (se fig. 2). Även många yngre elever kan säkerligen förstå att det blir missvisande att använda den första bilden som utgångspunkt för sektorer om man vill visa andelen elever som har de olika skotyperna. Vid ett sådant förfaringssätt får man, när sektorerna är utritade, ett diagram där delarna tillsammans utgör helheten (kategori 4), vilket är den bild vi slutligen vill att eleverna ska kunna hantera och förstå. En diskussion med eleverna runt detta kan kanske medföra att man undviker att de hamnar i de dilemman kategori 3 kan innebära.

Beträffande "lövdiagrammet" (fig. 6) kan konstateras att trots att samtliga aspekter som karaktäriserar kategori 4 är representerade så saknas andra väsentliga egenskaper som "riktiga" cirkeldiagram uppvisar. Till exempel finns förstås inte medelpunktsvinklar, radier och cirkelbågar. Man bör således vara uppmärksam på att de egna lösningar som barnen ofta fantasifullt hittar på kan tjäna sitt syfte i ett sammanhang men eventuellt vara oanvändbara som utgångspunkt för fortsatt arbete med diagramtypen ifråga. För en mera noggrann konstruktion av segment och sektorerna är lövet svårt att arbeta vidare med. Det konventionella cirkeldiagrammet erbjuder däremot lättare sådana möjligheter genom att man exakt kan beräkna och konstruera medelpunktsvinklar.

Detta bör dock, skulle jag bestämt vilja hävda, för det stora flertalet elever få vänta till högre årskurser, men pröva gärna att redan med de små barnen bygga och rita cirkeldiagram utifrån enklare premisser! Givetvis skall det angreppssätt som presenterats här enbart ses som ett exempel. Eftersom diagramtypen som sådan bygger på att visa förhållandet mellan delar i en helhet, skulle jag avslutningsvis dock vilja framhålla vikten av att sektorerna konstrueras så noggrant att jämförelser i termer av större/mindre eller flera/färre blir meningsfulla.

Om olika typer av diagram

Jag har i min första artikel i denna serie (Åberg-Bengtsson, 1999a) konstaterat att stapeldiagram i många avseenden är tämligen lätta och att de därför kan introduceras tidigt. Som framgått ovan vill jag också hävda att våra yngre elever även kan lära sig använda och förstå de mest väsentliga aspekterna av cirkeldiagram på avsett sätt. I kommande nummer av *Nämnamnaren* fortsätter jag att berätta om hur barnen hantlade figur- respektive linjediagram samt de didaktiska implikationer jag vill peka på utifrån resultaten.

Litteratur

- Ottosson, T. & Åberg-Bengtsson, L. (1995, augusti). Children's understanding of graphically represented quantitative information. Paper presenterat vid The 6th EARLI Conference, Nijmegen, Nederländerna.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social contexts*. New York: Oxford University Press.
- Rogoff, B. (1995). Observing sociocultural activity on three planes: Participatory appropriation, guided participation, and apprenticeship. I J. V. Wertsch, P. d. Rio, & A. Alvarez (Red.), *Sociocultural studies of mind*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech (N. Minick, Trans.). I R. W. Rieber (Red.), *The collected works of L. S. Vygotsky. Volume 1*. New York: Plenum Press.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Åberg-Bengtsson, L. (1992). Förstår barn diagram? *Nämnamnaren*, 19(4), 19–23.
- Åberg-Bengtsson, L. (1994). Elevers svårigheter att tolka data i diagram och kartogram. *Nämnamnaren*, 21(3), 32–37.
- Åberg-Bengtsson, L. (1996). Elevers förståelse av diagram: Några erfarenheter från ett forskningsprojekt. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson, & R. Ryding (Red.), *Nämnamnaren TEMA: Matematik – ett kommunikationsämne* (s. 193–203). Mölndal: Nämnamnaren.
- Åberg-Bengtsson, L. (1998). *Entering a graphicacy society: Young children learning graphs and charts*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Åberg-Bengtsson, L. (1999a). Att bygga, rita och tolka stapeldiagram. *Nämnamnaren*, 26(2), 27–32.
- Åberg-Bengtsson, L. (1999b). Dimensions of performance in the interpretation of diagrams, tables, and maps: Some gender differences in the Swedish Scholastic Aptitude Test. *Journal of Research in Science Teaching*, 36, 565–582.