

4B

5B

Undersök ett mönster

RESONEMANG – UTTRYCKSFORMER – ALGEBRA – MÖNSTER

Avsikt och matematikinnehåll

I denna aktivitet får eleverna undersöka mönster och beskriva dem med egna ord. De kan också gå vidare till att beskriva mönstren med formler.

Förkunskaper

Aktiviteten kan användas som introduktion till algebra i steget före formalisering, men även som övning i att skapa formler.

Material

Papperskvadrater, kvadratiska markörer eller liknande, i två färger.

Beskrivning

Eleverna får mönster presenterade som de ska undersöka, bygga vidare på, beskriva med egna ord samt eventuellt också beskriva med formler.

- Använd stora lappar på tavlan eller en bild på en interaktiv skrivtavla och visa ett mönster som liknar dem i aktiviteten.
- Diskutera hur mönstret kan fortsätta. Kan det fortsätta på olika sätt?
- Låt eleverna beskriva mönstret med egna ord. De kan tänka sig att de talar i telefon med någon som inte ser mönstret men som gärna vill veta hur det är uppbyggt. Hjälpfrågor kan vara:
 - Hur många färger finns det i mönstret?
 - Hur ser den del av mönstret (mönsterrapporten) som upprepas ut?
 - Hur många lappar av varje färg finns det i den del av mönstret som upprepas?
 - Hur många upprepningar är det på bilden?
 - Hur många lappar av varje färg finns det totalt?
 - Hur många lappar av varje färg skulle det finnas totalt om mönsterrapporten upprepas tre gånger?
- Dela ut elevbladet. Om det passar elevgruppen, lägg till: Försök att skriva en formel för mönstret.

Introduktion

Mönster kan betyda en mängd olika saker. När någon säger: *Vilket vackert mönster det tyget har!* är mönstret närmast att beskriva som en dekoration eller som motsatsen till enfärgat. Man kan ha ett mönster för att klippa till ett plagg som man ska sy. Inom psykologi talar man om olika beteendemönster. Vi använder också ordet mönster som en synonym för en rutin: vi följer ett visst mönster när vi utför vissa (förutbestämda) handlingar. Tillsammans kan ni säkert komma på fler (vardagliga) betydelser av ordet mönster.

Inom matematik är mönster en regelbunden upprepning. Beroende på elevgrupp kan man välja att införa *mönsterrapport* för den del av mönstret som upprepas. Ordet mönsterrapport bör vara bekant för eleverna då det bland annat används i slöjden, som benämning på "något" som upprepas.



Uppföljning

Låt eleverna jämföra sina formuleringar. Diskutera vad som gäller om antalet kvadrater inte är delbart med 3 respektive 5.

Det första mönstret

Generella slutsatser som kan dras är exempelvis att

- antalet blå kvadrater är dubbelt så många som de röda
- de röda kvadraterna är lika många som antalet upprepningar och därmed är antalet blå kvadrater dubbelt så många som antalet upprepningar
- om man delar det totala antalet kvadrater i mönstret med 3, får man både antalet röda kvadrater och antalet upprepningar och om man dubblar det antalet får man antalet blå kvadrater
- om antalet kvadrater *inte* är jämnt delbart med 3 och man får en rest på 1 eller 2 kvadrater, så är de alltid blå
- om man subtraherar antalet röda kvadrater från totala antalet kvadrater, så är resten blå kvadrater.

Om eleverna arbetat med formler kan de ha kommit fram till följande:

Mönstret består av tre kvadrater och det kan skrivas som $(a + b) = 3$. Här är det viktigt att inse att a står för antalet blå kvadrater och b för antalet röda kvadrater i mönstret, inte för färg. Mönstret beskrivs alltså som $(a + b)$ inte som $(2a + b)$. Att det finns dubbelt så många blåa som röda kvadrater kan sedan beskrivas som $a = 2b$. Antalet upprepningar av mönstret skrivs som n gånger, där n är ett positivt heltal. Totala antalet kvadrater blir då $(a + b)n$.

Här följer ett exempel på hur formlerna kan användas. Om man exempelvis har 291 lappar att lägga ut efter detta mönster så kan man räkna ut antalet blå och röda lappar så här:

$$\begin{aligned}(a + b)n &= 291 \\ a + b &= 3 \\ \Rightarrow \\ 3n &= 291 \\ n &= 97\end{aligned}$$

Det är alltså 97 upprepningar av mönstret.

$$\begin{aligned}a + b &= 3 \\ a &= 2b \\ \Rightarrow \\ 2b + b &= 3 \\ 3b &= 3 \\ b &= 1 \\ a &= 2 \cdot 1 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}bn &= 1 \cdot n = n \\ n &= 97 \\ \Rightarrow \\ b &= 97 \\ n &= 97 \\ \Rightarrow \\ an &= 2 \cdot 97 = 194\end{aligned}$$

Om man har lagt ut 291 lappar har man alltså lagt ut 97 blå lappar och 194 röda.

Variation

Presentera andra liknande mönster fast med fler färger. Formulera uppgifter till dem.

Utveckling

Låt eleverna skapa egna mönster och göra uppgifter till dem. Låt dem lösa uppgifterna själva och sedan byta med varandra.

Ursprung

Aktivitet efter idé från Kerstin Hagland.

Att läsa

Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. (NämnamnTEMA). NCM, Göteborgs universitet.

Undersök ett mönster

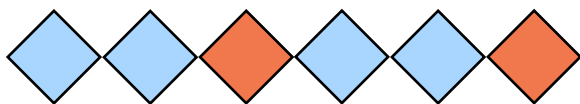
– och beskriv det

Material

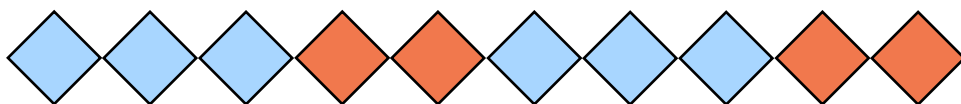
Använd papperskvadrater eller kvadratiska markörer i två färger

Gör så här

Lägg följande mönster. Lös uppgifterna och anteckna svaren.



- Fortsätt mönstret på samma sätt med 6 kvadrater till. Hur många blå finns det nu? Hur många röda?
- Hur många blå kvadrater och hur många röda finns det om mönstret är 18 kvadrater långt? Tänk först, prova sedan.
- Hur många blå kvadrater och hur många röda finns det om mönstret är 24 kvadrater långt?
- Skriv med egna ord en enkel regel som gör att man inte behöver lägga ut alla kvadrater för att veta hur många blå och röda som finns om mönstret är 123 kvadrater långt.
- Lägg följande mönster. Lös uppgifterna och anteckna svaren.



- Fortsätt mönstret på samma sätt med 10 kvadrater till. Hur många blå finns det nu? Hur många röda?
- Hur många blå kvadrater och hur många röda finns det om mönstret är 35 kvadrater långt? Tänk först, prova sedan.
- Skriv med egna ord en enkel regel som gör att man inte behöver lägga ut alla kvadrater för att veta hur många blå och röda som finns om mönstret är 270 kvadrater långt.