



Karin Landtblom

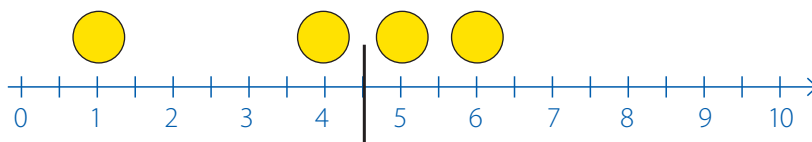
En typisk medianmorot

I artikeln *Läget? Tja – det beror på variablerna!* i *Nämnanen* 2014:1 beskrivs en del av problematiken kring lägesmått och variabler med några vanliga missförstånd som lätt kan uppstå om elever inte har begreppsförståelsen helt klar för sig. Här kommer en uppföljning.

Idenna artikel beskrivs några övningar där begreppsförståelse tränas med utgångspunkt i olika representationsformer. Följande uppgift är underlag för diskussion om lägesmått.

Karin har 4 morötter, Lasse har 5 morötter, Matilda har 6 morötter och John har 1 morot. Beskriv fördelningen av morötterna utifrån olika lägesmått.

Uppgiften kommer i artikeln att bearbetas med hjälp av en tallinje. Talen i uppgiften kan markeras med markörer på tallinjen så att det är lätt att flytta dem. Medianen kan markeras med en sticka. Ett alternativ är att lägga ut en stor tallinje på golvet och låta eleverna vara markörer för de olika talen. I det fallet kan man ta exempelvis en linjal eller ett rep för att markera medianen.

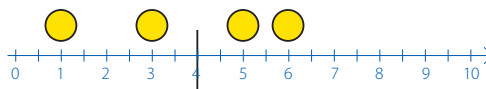


Figuren visar de fyra värdena på en tallinje. Medianen är markerad med ett streck.

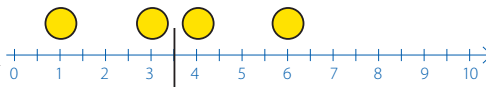
Median

Att diskutera medianen utifrån en tallinje ger större förståelse för begreppet median jämfört med att endast utgå från talserien 1, 4, 5, 6 eftersom vi på tallinjen tydligare kan se talens förhållande till varandra. I bilden ser vi medianen som en skiljelinje vilken i det här fallet fördelar hälften av värdena på var sida om sig. Hade vi haft ett udda antal tal skulle medianen istället ha markerat det mittersta talet. Vad säger då medianen om den är lika med 4,5? Jo, den markerar att vi har en förskjutning av värdena till höger på tallinjen. Men vad händer om vi flyttar en punkt ett steg till vänster på tallinjen? Eller två steg till vänster? Medianen kommer då också att förskjutas till vänster på tallinjen. Medianen säger alltså inte något om antalet morötter, utan är ett sätt att beskriva talens läge i förhållande till varandra.

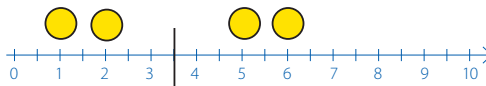
- Om talet 4 flyttas ett steg till vänster ser vi att medianen förskjuts till vänster, vilket visas i den övre av de tre tallinjerna.



- Flyttar vi sedan talet 5 ett steg till vänster ser vi att medianen hamnar exakt i mitten, mellan det lägsta och det högsta talet. Detsamma ser vi i den nedre av tallinjerna.



- Likheten i de båda nedre tallinjerna är att vi har en symmetrisk fördelning på båda sidor av medianen.

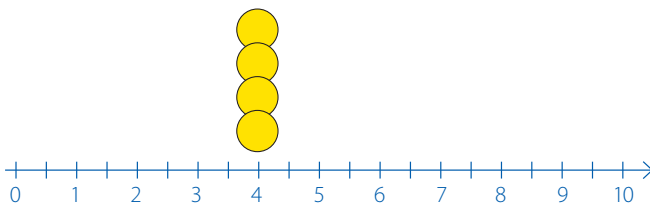


Väljer vi att beräkna medianen ser vi att $\frac{3+4}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$.

Den här övningen kan utföras på olika sätt. Vi kan som i det här exemplet starta i ett givet läge och sedan flytta punkter för att medianen ska bli högre eller lägre. Vi kan även utgå från en given median, till exempel 7, och sedan låta ett visst antal elever placera sig så att de illustrerar den medianen.

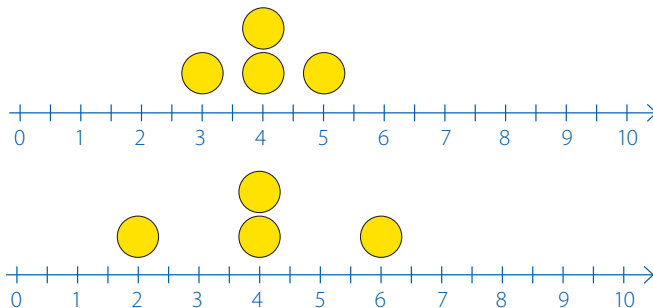
Medelvärde

Om vi går vidare med medelvärdet så kan vi genom att fördela morötterna jämnt mellan fyra elever komma fram till ett medelvärde. Till skillnad från medianen som säger något om hur värdena är fördelade så visar medelvärdet talens genomsnittliga värde. I vårt fall får vi att medelvärdet är lika med 4 eftersom 16 morötter fördelas lika mellan fyra personer. Detta kan illustreras på tallinjen på följande sätt.

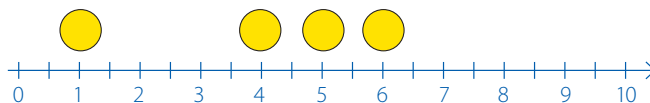


Ett svar av detta slag behöver inga uträkningar, om alla har lika mycket så motsvarar det medelvärdet.

Om vi går vidare och låter eleverna föreslå andra placeringar som ger samma medelvärde brukar elever likt en gungbräda föreslå att om en person ger en annan person en morot så kommer vi fortfarande att ha balans. Detta resonemang kan fortsätta i flera steg. Låter vi eleverna stå på tallinjen kan vi låta dem hålla i ett antal morötter. När de sedan byter platser med varandra och någon ger en morot till en annan person blir det tydligt att helheten är viktig när vi diskuterar medelvärde.



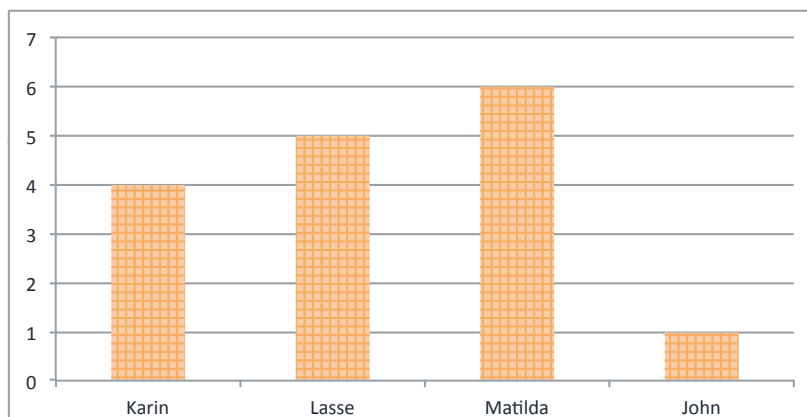
Om "tvåan" ger en morot till en av "fyroarna" så kommer vi att få följande fördelning, vilket motsvarar de ursprungliga talen från uppgiften.



Den här övning ger en annan ingång för att resonera om medelvärde utan att eleverna behöver starta i en beräkning. Vill vi så kan vi nu pröva att beräkna det aritmetiska medelvärdet i dessa olika fall för att konstatera att alla varianter ger samma medelvärde.

Typvärde

Finns det något typvärde i morotsuppgiften? I det här fallet är svaret nej. Man kan misstänka att många elever skulle svara att typvärdet är 6. Utifrån definitionen för typvärde letar de efter det största talet istället för att leta efter det tal som förekommer flest gånger. Om elever är vana att rita diagram kan man tänka sig att de ritat ett stapeldiagram över situationen, och visst kan de då lockas att tro att högsta stapeln skulle kunna vara ett typvärde. Om vi istället betraktar talen på tallinjen så är det lättare att se att det endast finns ett tal av varje.



Detta kan vi också se om vi sätter in talen i en frekvenstabell. Personerna är inte av intresse för att kunna avgöra ett typvärde, utan det är frekvensen som är intressant. I det här fallet ser vi att frekvensen är lika för alla observationer vilket medför att det inte finns något typvärde.

Person	Observation = antal morötter	Frekvens
Karin	4	1
Lasse	5	1
Matilda	6	1
John	1	1

Observation = antal morötter	Frekvens
0	
1	1
2	
3	
4	2
5	1
6	1

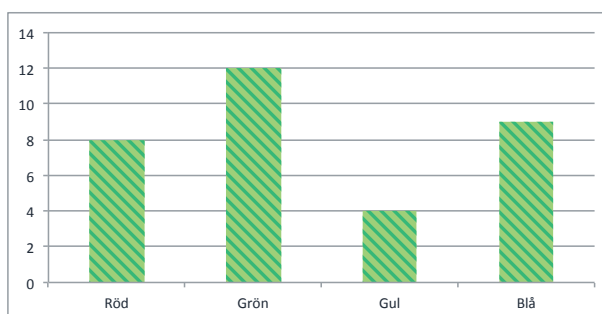
Om vi ökar på med en person till som har 4 morötter så har vi plötsligt fått ett typvärde. Typvärdet är 4 eftersom det talet förekommer flest gånger.

Tre lägesmått bestämda

I morotsuppgiften har vi arbetat med kvantitativa variabler, vilket medför att vi kunnat bestämma median, medelvärde samt i sista fallet även ett typvärde. Vilka lägesmått skulle vi kunna bestämma ur följande tabell?

Observation = färg på dinosaurie	Frekvens
Röd	8
Grön	12
Gul	4
Blå	9

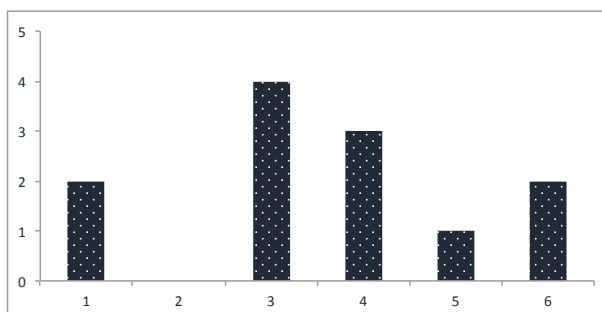
Här har vi undersökt hur många dinosaurier det finns av varje färg: röda, gröna, gula och blå. Färg är alltså den variabel vi har att arbeta med. Vi har fått reda på hur många dinosaurier det finns av varje färg till skillnad från förra uppgiften där fick reda på hur många morötter varje person hade. Till skillnad från 1,4,5,6 (kvantitativa variabler) som har en given placering i förhållande till varandra, *kvotskala*, så finns inte samma möjligheter med färger. Färg är exempel på en *nominalskala*, vilket innebär att de inte har någon inbördes ordning. Färg är till skillnad från antal ett exempel på en kvalitativ variabel eller kategorivariabel. Det enda vi kan uttala oss om i detta datamaterial är att grön är typvärde eftersom grön har högst frekvens. Frågan är hur en uppgift om dinosaurier skulle kunna formuleras för att den ska generera kvantitativa variabler istället?



Övningsuppgifter

Data till lägesmåttuppgifter kan vi låta eleverna ta fram själva. Låt dem till exempel slå en tärning tio gånger och bokföra resultatet i en frekvens-tabell. Därefter får de avgöra vilka lägesmått de kan bestämma.

Man kan också ge dem ett färdigt diagram och utifrån det bestämma lägesmått. Till höger ser du ett exempel. Är man medveten om vilken typ av variabler det handlar om är det lättare att förstå vilka lägesmått som är möjliga. En svårighet i detta diagram är att avgöra vilket som är typvärdet, om det nu finns något!



Gemensam problemlösning

Gemensam problemlösning bygger på att eleverna löser problem gemensamt. Med hjälp av olika ledtrådar ska en grupp elever komma fram till lösningen på det formulerade problemet. Är det fyra ledtrådar delas eleverna in i grupper om fyra, så att varje elev får en ledtråd.

Reglerna för gemensam problemlösning är:

- ◇ läs högt en ledtråd i taget och besvara gemensamt frågan
- ◇ bara du får läsa din egen ledtråd
- ◇ ni får läsa ledtrådarna i vilken ordning ni vill
- ◇ ni får läsa ledtrådarna hur många gånger ni vill
- ◇ ni får inte fråga läraren om inte hela gruppen bestämmer det.

Hur eleverna går till väga för att lösa problemet kan vara upp till dem, men läraren kan föreslå olika tillvägagångssätt. I det här fallet skulle tallinjen, som vi började med, kunna vara ett hjälpmedel eleverna kan använda. Tallinjer finns att hämta på ncm.gu.se/matematikpapper.

Ett exempel på ledtrådar för gemensam problemlösning finns för utskrift på Nämnaren på nätet. Ledtrådarna är följande:

- ◇ Typvärdet är 2. Hur kan talserien se ut?
- ◇ Medelvärdet för en talserie är 8. Hur kan talserien se ut?
- ◇ Talserien består av 6 tal. Hur kan talserien se ut?
- ◇ Medianen är 8. Hur kan talserien se ut?
- ◇ Alla tal är heltal lägre än 19. Hur kan talserien se ut?

Typvärdet är 2.
Hur kan talserien se ut?



LITTERATUR

- Landtblom, K. (2014). Läget? Tja, det beror på variablerna. *Nämnaren* 2014:1.
- Landtblom, K. (2014). Läget? Tja, det beror på vad du frågar efter. *Nämnaren* 2014:2.
- Landtblom, K. (2013). Alla dessa möjligheter – kombinatorik och resone-mang. *Nämnaren* 2013:2.
- Landtblom, K. (2013). Hur sannolikt är det? *Nämnaren* 2013:4.