

BEGREPP – TALUPPFATTNING

Avsikt och matematikinnehåll

Förmåga att använda fakta om bråkuttryck på ett rationellt sätt bygger på förståelse för bråkuttrycks samband (mellan olika bråkuttryck och mellan bråkuttryck och andra representationsformer) och att dessa samband, åtminstone till stor del, har automatiserats. Detta öppnar för möjligheter att kunna generalisera aritmetiska operationer med hela tal till operationer med rationella tal. Några modeller som ofta används i undervisningen är bråkcirkel och tallinje. Inledningsvis används konkreta modeller i form av bland annat så kallade bråkburkar, efterhand övergår modellerna till att vara bildmässiga och slutligen modeller för tänkandet.

Tallinjen är en komplex modell som elever utvecklar förståelse för allt eftersom de försätts i situationer där de har nytta av att använda den. Först används tallinjen för att utveckla talraden genom att heltal placeras på tallinjen och senare blir tallinjen allt mer detaljerad för att åskådliggöra var alla reella tal kan placeras. Efter hand används tallinjen för operationer, kanske främst additions- och subtraktionsberäkningar, och den tomma tallinjen blir slutligen en modell för tänkandet om både enskilda tal och allt mer avancerade operationer. För eleverna tar utveckling av full förståelse av tallinjen lång tid och det är viktigt att då och då ta reda på vilken uppfattning de har. Om en elev inte har tillräckligt väl utvecklad förståelse för tallinjen fungerar den kanske inte som en god representation av det aktuella matematikinnehållet utan leder istället till förvirring.

Det finns goda möjligheter att koppla samman bråkcirklar och tallinjer för att utmana och stärka elevers förståelse för förhållande mellan bråkuttryck och tal i decimalform. I följande aktivitet ska elever jämföra egentliga bråk som är representerade i bråkcirklar, dvs som kontinuerliga figurer, med diskreta punkter på tallinjen så att decimalvärdet på de olika bråkuttrycken kan avläsas. I första hand är aktiviteten tänkt att ge elever grundläggande erfarenhet av ett möte mellan tal i bråkform och tal i decimalform. Många elever kan säkert ganska snabbt släppa användningen av piprensare och gå direkt på att enbart jämföra framslaget egentligt bråk på de båda tallinjerna. Uppföljande samtal är mycket viktigt så att eventuella missuppfattningar kan undanröjas innan de har hunnit bli befästa.

Förkunskaper

Säkerställ att eleverna har förståelse för termer som egentligt bråk, nämnare, täljare, tal i bråkform, tal i decimalform, exakt värde, närmevärde, ...

Material

På ncm.gu.se/matematikpapper finns ark med bråkcirklar, att använda i introduktionen eller som alternativ aktivitet, från en hel till och med tolfte delar. Bråkcirklar i plast finns att köpa, ofta förpackade i bråkburkar. I de vanligast förekommande varianterna från en hel till tolfte delar saknas sjundedelar, niondelar och elfte delar.

För elevaktiviteten behövs ark med bråkcirklar och tallinjer som finns på elevsidorna, ljusa piprensare eller snören och tio- eller tolvsidiga tärningar. Bråkcirkelarna på elevsidorna kommer i ordning från en halv till och med tolfte delar. En orsak till att inga benämningar finns utsatta är att eleverna själva ska räkna efter hur många delar cirkeln är uppdelad i. Ifall tiosidiga tärningar används behöver inte sista sidan kopieras. Ett alternativ för att spara papper är att laminera sidorna och låta eleverna använda vattenlöslig tuschpenna. Då räcker det ofta att bara markera bråkdelen som ska användas med ett kryss.

Beskrivning

Eleverna ska jämföra bråkuttryck representerade som delar i en bråkcirkel med tal i decimalform på en tallinje. Bråkuttrycken slår eleven själv fram med tio- eller tolvsidiga tärningar. En piprensare läggs längs cirkelns omkrets och längden som svarar mot bråkuttrycket markeras. Den längden jämförs sedan med en tallinje med motsvarande bråkuttryck och sedan med en tallinje som är graderad med tiondelar från noll till ett.

Introduktion

En bråkburk är en konkret modell som visar *samband* mellan olika stora och olika antal bråkdelar. Burkens innehåll kan ge förståelse för att bråkdelar som ska jämföras måste vara "i samma skala". Det blir tydligt om eleverna använder bråkburkar samtidigt som läraren visar en kraftigt uppförstorad bild på tavlan. Elever förstår intuitivt att de inte kan säga att en åttondel är större än en tredjedel bara för att åttondelen på tavlan har en större area än vad tredjedelen i burken har. Kopiera några av bråkcirkelarna på A4-papper samt förminska dem till A5 och förstora till A3. Låt eleverna laborera, jämföra och dra slutsatser.

Bråkburkens innehåll kan också åskådliggöra stambråkens förhållande till varandra. Låt elever ta fram, rita av och färglägga en hel, en halv, en fjärdedel och en åttondel för att sedan jämföra och dra slutsatser. Gör motsvarande med en hel, en tredjedel, en sjättedel, en niondel om den finns, och en tolfte del. Låt eleverna undersöka och försöka hitta fler mönster. Exempelvis kan de ta halvcirkeln och benämna den som "en hel". Vad händer då med benämningarna på övriga delar? Vilka delar går att benämna korrekt och vilka kan inte uttryckas i bråkform? Vad beror det på?

Uppföljning

Med växande förståelse för modeller följer att elever i allt högre grad kan generalisera. En väg för att uppmuntra elever att generalisera är att göra till en vana att de ska titta efter samband i såväl konkreta representationer och illustrationer som i numerisk information och samband mellan olika operationer. Diskutera i uppföljningen vilka tankar eleverna tar med sig från aktiviteten om samband mellan tal i bråkform och tal i decimalform.

Många elever kommer troligen också att göra jämförelser med procentuttryck. Bejaka sådana tankar och placera in procentuttrycken på tallinjerna.

Variation

En snarlik aktivitet finns i Strävan 2A *Bråckplank och tallinje*. Andra strävor som innehåller bråk:

- 3A5A *Cirkelresonemang*
- 4A *Jämförelse av bråk*
- 4A5A *Från noll till ett*
- 2A *Från talrad till tallinje*

Utveckling

Cirkelarnas omkrets i 2A *Bråkcirkel och tallinje* stämmer med tallinjernas längd och i 2A *Bråckplank och tallinje* stämmer bråckplankets bredd med tallinjernas längd. Måtten på tallinjerna i de båda olika sammanhangen är lite olika. Låt eleverna jämföra värdena. Vilka slutsatser kan de dra?

Att läsa

- Clarke, D., Roche, A. & Mitchell, A. (2010). *Tio sätt att göra bråk levande*. Nämnaren 2010:2.
- Holmberg, B. & Kilhamn, C. (2016). *Addition med bråk på tallinjen*. Nämnaren 2016:4.
- Kilhamn, C. (2014). *Tallinjen som didaktiskt redskap*. Nämnaren 2014:2.
- Lindgren, C., Welin, I. & Sönnnerhed, W. (2012). *Förståelse för tal i bråkform*. Nämnaren 2012:3.

Bråkcirkel och tallinje

Du vet säkert att $1/2$ kan skrivas som 0,5 och $3/4$ som 0,75. Men vilket decimaltal motsvarar $1/5$, $5/6$, $3/8$ och $7/12$? Genom att jämföra ett bråkuttryck i en bråkcirkel med en tallinje går det att se vilket decimaltal ett tal i bråkform motsvarar.

Material

Ark med bråkcirklar och tallinjer. Ljusa piprensare (eller tunt snöre), eventuellt en mörk tuschpenna och två tio- eller tolvsidiga tärningar.

Gör så här

1. Slå de båda tärningar och skapa ett egentligt bråk, det vill säga ett bråkuttryck där täljaren är mindre än nämnaren. (Om du får en nolla kan du slå om den tärningen.)
2. Ta fram den bråkcirkel som är delad i så många delar som *nämnaren* visar.
3. Skugga så många sammanhängande delar som *täljaren* visar.
4. Lägg en piprensare (eller ett snöre) längs cirkelns omkrets. Var noga och markera på piprensaren längden som motsvarar de skuggade delarna.
5. Räta ut piprensaren, lägg den längs den översta tallinjen och se att det stämmer. Flytta sedan ner piprensaren till tallinjen med decimaltal. Avläs och skriv decimaltalet, om möjligt med ett exakt värde (t ex $1/4 = 0,25$), annars med ett närmevärde (t ex $5/7 \approx 0,71$).
6. Upprepa från början tills du känner dig säker på sambandet mellan tal i bråkform och tal i decimalform.
7. Sammanfatta ditt arbete. Ta hjälp av följande stödfrågor:
 - Vilka tal i bråkform uttryckta som decimaltal känner du dig säker på?
 - Vilka tal i bråkform tycker du är svåra att skriva om som decimaltal? Varför?
 - Känner du dig säker på hur du placerar in tal i bråkform på en tallinje?
Om du svarar nej, vad skulle du behöva få hjälp med att förstå?

Om du svarar ja, skulle du kunna placera in precis vilket tal i bråkform som helst på en tallinje? Ge några exempel!
 - Vilken betydelse har det hur tallinjen ser ut? Kan den vara hur lång eller kort som helst? Måste den vara graderad på något särskilt sätt?
 - Vilka andra sätt finns för att ta reda på vad ett tal i bråkform motsvarar i decimalform? Hur kan du undersöka om dina avläsningar är riktiga?













