

1A

Magiska kvadrater

TALUPPFATTNING – HUVUDRÄKNING – MÖNSTER

Avsikt och matematikinnehåll

Avsikten är att ge eleverna färdighetsträning i huvudräkning, tillfälle att upptäcka mönster och att dra slutsatser samt att generalisera. Aktiviteten kan användas som förberedelse till algebra.

Förkunskaper

Nödvändig förkunskap är addition i talområdet 1–15.

Material

Spelplan och nio kapsyler till huvudaktiviteten. Material för att göra egna spelplaner eller spelpåsar kan tillkomma, se separata beskrivningar.

Beskrivning

Eleverna kan arbeta enskilt eller i par. De behöver en spelplan och nio kapsyler med talen 1 till 9. Kapsylerna ska läggas så att summan av talen blir lika åt alla håll, dvs vågrätt, lodrätt och diagonalt. Aktiviteten förenklas om elever får veta att summan i varje rad är 15. Ett exempel på lösning:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Genom spegling ges fler varianter av samma lösning. Det är enkelt att se om en lösning är korrekt:

- 5:an ska vara placerad i mitten
- 9:an ska *inte* vara placerad i ett hörn
- resten faller enkelt på plats genom att motstående tal är tiokamrater.

Introduktion

I Nämnarenartikeln *Magikerns kvadrat* återges en sägen om magiska kvadrater som kan användas vid introduktionen. Artikeln finns att hämta på ncm.gu.se/pdf/namnaren/3841_04_3.pdf.

Uppföljning

Diskutera med eleverna hur många olika lösningar det går att få. Vilka är de? Vilket tal står alltid i mitten? Varför? Vilken summa bildas alltid av de tal som står i motsatta positioner? $4+6$, $9+1$, $2+8$, $7+3$... Varför blir det så? Är det udda eller jämna tal som finns i hörnen? Är det alltid så?

Låt eleverna beskriva hur de gör då de tar reda på summan för varje rad. Några förslag:

- Lägg ihop alla tal och dela med 3.
- Skriv upp alla tal: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Addera det första och sista talet: $1 + 9$
Addera det andra och näst sista talet: $2 + 8$
Addera det tredje och det tredje sista talet: $3 + 7$
Addera det fjärde och det fjärde sista talet: $4 + 6$
Addera alla summor och lägg till 5 som står i mitten.
Alla tal blir tillsammans 45. Dela med 3 eftersom summan ska delas på tre rader.
- Om talen i kvadraten är en aritmetisk talföljd kan den konstanta summan beräknas så här:
 $n(a_1 + a_2) / 2$, där n är antalet termer, a_1 det lägsta talet och a_2 det högsta. För yngre elever kan det uttryckas: Lägg ihop det första och sista talet i talföljden, multiplicera med antalet termer och dela med 2 (se t ex *Matte med mening*, s 37–39).
- Skriv talen i ordningsföljd och summera de tre mittersta talen.

Eleverna får undersöka vad som händer när en magisk kvadrat läggs utifrån andra talområden, som: 0–8, 2–10, nio tal i följd med början på 72, jämna tal större än 18, bråk, decimalform, negativa tal, algebraiska uttryck eller primtal. Eleverna kan också välja egna talområden. De byter sedan med varandra och försöker lösa varandras magiska kvadrater.

Varför blir varje rads summa lika med 3 gånger mittentalet? Beskriv den magiska kvadraten med hjälp av algebra.

Variation

Det finns andra strävornaaktiviteter som är av liknande slag, t ex 1A *Magisk triangel* och 4A *Algebraisk triangel*.
Eleverna kan tillverka egna spel, se separata beskrivningar.

Utveckling

Eleverna gör en större spelplan med 4×4 rutor och använder talen 1 till 16. Summan blir 34 och det finns nu 880 möjligheter. Ett förslag på hur en lösning kan hittas ges i Nämnarenartikeln *Konstnärens kvadrat*. Där finns också intressant läsning om fler kvadrater av fjärde ordningen och hur de kan ge upphov till spännande problemlösning.

Arbeta ämnesintegrerat med bild- och slöjddämnena. I artikeln ovan går det bland annat att läsa om Albrecht Dürers målning *Melencolia I* som visar en magisk kvadrat av fjärde ordningen.

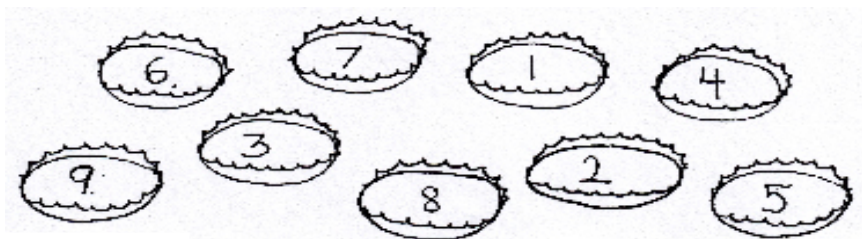
Att läsa

- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. (NämnarenTEMA). NCM, Göteborgs universitet.
- Dahl, K. (1991). *Den fantastiska matematiken*. Stockholm: Fischer & Co.
- Dahl, K. (1994). *Matte med mening: tänka tal och söka mönster*. Stockholm: Alfabet.
- Gardner, M. (1985). *Rolig matematik: Tankenötter och problem*. Stockholm: Natur och kultur.
- Persson, P. (2004). Magikerns kvadrat. *Nämnaren* 3/2004, s 38.
- Persson, P. (2005). Konstnärens kvadrat. *Nämnaren* 2 /2005, s 46–51.
- Stephens, M. (2006). Generalisering av numeriska utsagor. I Boesen, J. m fl (Red). *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. NCM: Göteborgs universitet.

Magiska kvadrater

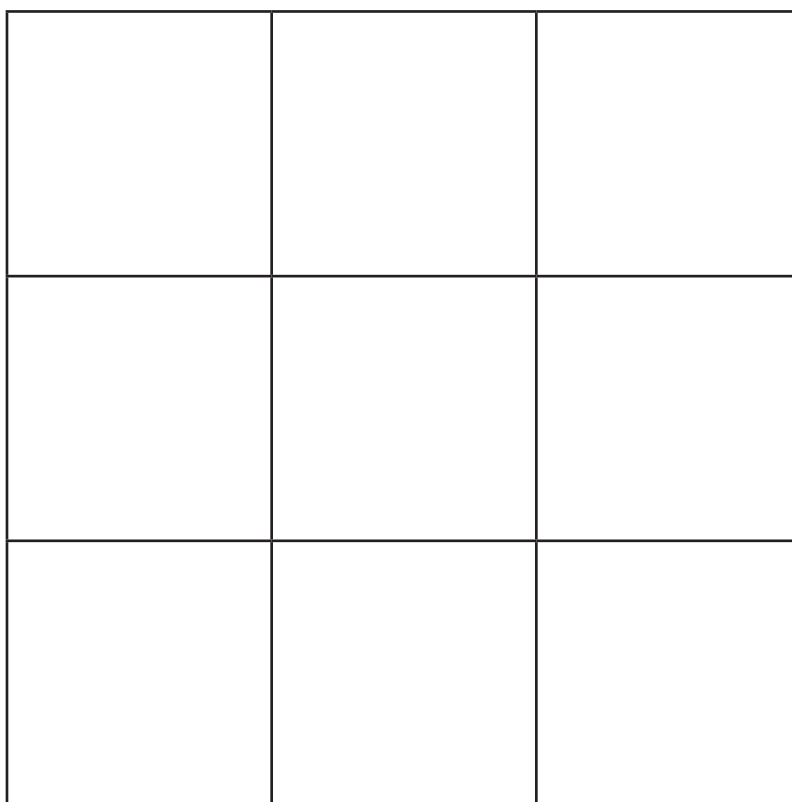
Material

Nio kapsyler som är numrerade från 1 till 9.



Gör så här

Placera kapsylerna på spelplanen så att summan blir lika åt alla håll, dvs vågrätt, lodrätt och diagonalt.

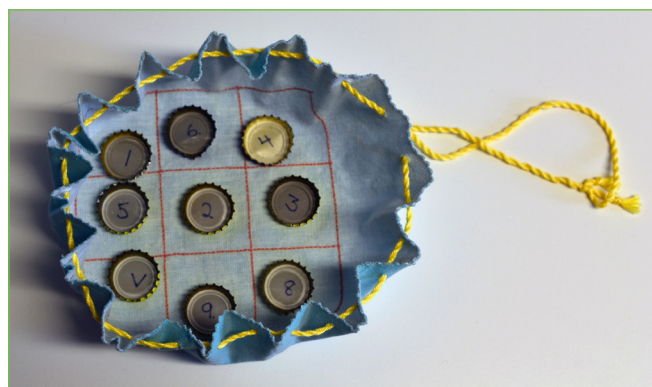


Spelpåse för magisk kvadrat

Material

Till en spelpåse behövs:

- kraftigt bomullstyg, tunnare bomullstyg med påpressat mellanlägg eller tunn vaxduk
- en snodd eller ett snöre
- sax (gärna taggsax)
- håltång (eller spik) + en liten läderbit
- passare
- kapsyler
- symaskin och tråd, eller tuschpenna.



Gör så här

Använd en passare för att rita en cirkel med en diameter på ca 30 cm på tyget. Klipp ut, helst med en taggsax.

Gör hål ungefär en centimeter från kanten och med 3–4 cm mellanrum. Använd gärna en håltång och lägg en liten läderbit mellan tyget och håltången, så är det mycket enklare att göra fina hål. Hur många hål ska det vara? Jämnt eller udda antal?

Markeras spelplanen i påsens botten:

- Rita upp rutorna på centimeterrutat papper. Om varje ruta är 4 x 4 cm passar de bra till kapsylerna.
- Överför rutsystemet till tyget. Lägg tyget ovanpå det centimeterrutade papperet och håll upp mot ett fönster, lägg på en OH-apparat eller använd kalkerpapper. Det kan räcka att enbart markera hörn och skärningspunkter och sedan förbinda alla punkter på tyget med hjälp av en linjal.
- Sy med förstärkt raksöm eller rita med tusch. Om tusch används, pröva först på en spillbit.

Trä i ett snöre eller en snodd. Hur lång behöver den vara? Omkrets?

Skriv siffrorna 1–9 i kapsylerna med vattenfast tusch.

Om det finns minst tre kapsyler av samma sort gånger två, går det bra att vända på dem och spela luffarschack också.

Magisk kvadrat på träplatta

Material

Till en spelpåse behövs:

- träplatta
- rundstav Ø 14 mm, ca 25 cm lång
- såg och borr
- möjlighet att bränna in siffror.

Gör så här

Såga ut en kvadrat 90 x 90 mm.

Rita först upp rutsystemet och bränn sedan in det på träplattan.

Kapa av rundstaven i nio bitar som vardera är ca 25 mm långa.

Bränn in siffrorna 1–9 på kortändarna.

Borra ett hål halvvägs i mitten av varje ruta så att de sifferförsedda korta rundstavarna kan placeras i hålen och sedan enkelt flyttas.

