



## 4A Cuadrados mágicos

- ... desarrollan su capacidad de comprender, aplicar y utilizar razonamientos lógicos, sacar conclusiones y hacer generalizaciones, así como explicar y argumentar a favor de las propias ideas tanto oralmente como por escrito.
- ... conceptos aritméticos y cálculo básicos con números reales, valores aproximados, proporcionalidad y porcentaje.

### Finalidad

Ejercitar las competencias en el cálculo mental y desarrollar la capacidad de descubrir modelos por medio de sacar conclusiones y hacer generalizaciones.

### Contenidos matemáticos

Compresión numérica

Proporciona una preparación para el paso al estudio del álgebra

### Conocimientos previos

Adición

### Material

Tablero de juego y nueve chapas

Material para construir tableros propios o bolsas de juego; véanse las descripciones por separado.

### Descripción

Los alumnos pueden trabajar individualmente o por parejas. Los alumnos necesitan un tablero de juego y nueve chapas numeradas del 1 a 9 en el interior de las mismas.

Las chapas deben colocarse de forma que la suma de las cifras sea idéntica en todos los sentidos, es decir: horizontal, vertical y diagonalmente. Ejemplo de solución:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Si se usa la simetría especular se obtienen más variantes de la misma solución. Se puede comprobar fácilmente si una solución es correcta. En el centro debe haber un 5. El 9 debe no hallarse en ninguna esquina. A partir de estos datos, el resto de las cifras se colocan fácilmente en la posición correcta, ya que las cifras opuestas son dos cifras que suman 10.

## Variaciones

Esta actividad puede simplificarse si los alumnos saben que la suma en cada renglón es igual a 15.

Los alumnos pueden hacer sus propias bolsas donde guardar las chapas. El tablero de juego se dibuja en el fondo de bolsa; véanse las descripciones por separado. Este tipo de ejercicio puede usarse ventajosamente dentro de muchos capítulos temáticos diferentes, por ejemplo en las clasificaciones y la solución de ecuaciones.

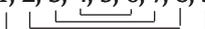
## Desarrollo

Discute con los alumnos a cuántas soluciones diferentes se puede llegar. ¿Cuáles son esas soluciones? ¿Qué número se halla siempre en el medio? ¿Por qué? ¿Qué suma se genera siempre a partir de los números que se encuentran en posiciones opuestas?  $4+6$ ,  $9+1$ ,  $2+8$ ,  $7+3$  ... ¿Por qué es así? ¿Son impares o pares los números que siempre se encuentran en las esquinas? Permite que los alumnos describan cómo razonan al calcular la suma en cada renglón.

Algunas propuestas:

1. Suma todos números y divide el resultado por 3.

2. Escribe todos los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Suma el primer y el último número:  $1+9$

Suma el segundo y el penúltimo número:  $2+8$

Suma el tercer y el antepenúltimo número:  $3+7$

Suma el cuarto número y el cuarto empezando por la cola:  $4+6$

Suma todos los resultados de las sumas anteriores y a ese resultado súmale 5, el número que se encuentra en el medio.

La suma de todos los números es 45. Divide el resultado por 3 ya que la suma debe dividirse entre tres renglones.

3. Si los números al cuadrado son una serie numérica, la suma constante puede calcularse de la forma siguiente:  $n(a_1 + a_n)/2$ , donde  $n$  equivale al número de términos,  $a_1$  es el número menor y  $a_n$  el mayor. Para los alumnos de menos edad, esto puede expresarse de la forma siguiente: Suma el primer y el último número de la secuencia numérica, multiplica el resultado por el número de términos y divide por 2 (Véase por ejemplo Dahl, K., *Matte med mening*, pgs 37–39).

4. Escribe los números por orden numérico y suma los tres números del medio.

Los alumnos deben investigar qué ocurre cuando se construye un cuadrado mágico a partir de otros dominios numéricos, como por ejemplo: 0–8, 2–10, nueve números consecutivos empezando por el 72, números pares mayores de 18, fracciones, formas decimales, números negativos, expresiones algebraicas o números primos. Los alumnos pueden escoger ellos mismos diferentes dominios numéricos con los que trabajar. En la siguiente fase del ejercicio, los alumnos se intercambian cuadrados mágicos y tratan de resolver los de sus compañeros.

¿Por qué la suma de cada renglón es igual al número del medio multiplicado por 3? Describe el cuadrado mágico con ayuda del álgebra.

Los alumnos construyen un tablero de juego bastante grande con  $4 \times 4$  casillas, utilizando los números del 1 al 16. La suma es igual a 34 y existen 880 posibilidades. Una proposición de cómo encontrar la solución se presenta en la revista *Nämnamaren nr 2/2005*. En la misma publicación, encontramos lecturas interesantes sobre más cuadrados de cuarto orden y de cómo estos pueden generar apasionantes resoluciones de problemas.

Esta actividad se puede relacionar con el arte, integrándola en las asignaturas de Dibujo y Manualidades.



## Lecturas recomendadas

Hay disponible mucha bibliografía sobre los cuadrados mágicos y áreas afines a este tema. Aquí presentamos algunas propuestas:

Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. (NämnamnTEMA). NCM, Göteborgs universitet.

Dahl, K. (1991). *Den fantastiska matematiken*. Stockholm: Fischer & Co.

Dahl, K. (1994). *Matte med mening: tänka tal och söka mönster*. Stockholm: Alfabeta.

Gardner, M. (1985). *Rolig matematik: Tankenötter och problem*. Stockholm: Natur och kultur.

Persson, P. (2004). *Magikerns kvadrat*. Nämnamn 3/2004, pg. 38.

En este artículo se reproduce una leyenda sobre los cuadrados mágicos, relato muy adecuado para usarse en la introducción al explicar este tema. Los cuadrados mágicos se denominan también "Los cuadrados de Luo Shu". Según la leyenda, el **emperador Yu** se encontró con una tortuga en el río Luo con un dibujo en su espalda, el cual que podía interpretarse **como un cuadrado mágico**.

Persson, P. (2005). *Konstnärens kvadrat*. Nämnamn 2/2005. pgs. 46 – 51.

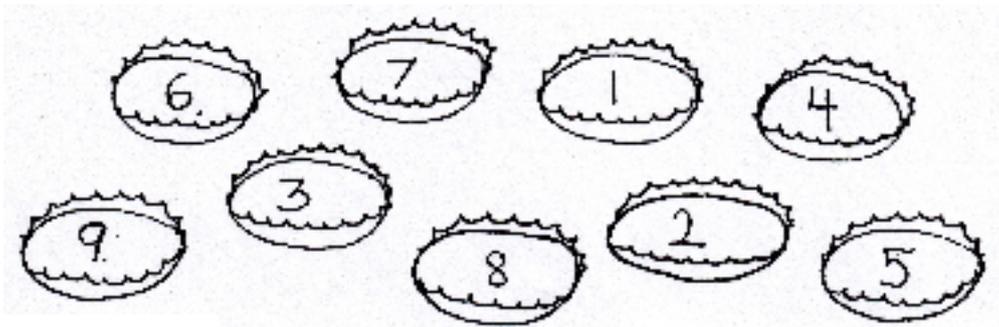
Stephens, M. (2004). *The importance of generalisable numerical expressions*. In B. Clarke & Göteborgs universitet. Nationellt centrum för matematikutbildning (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pgs. 97-111). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) Univ.



# Cuadros mágicos

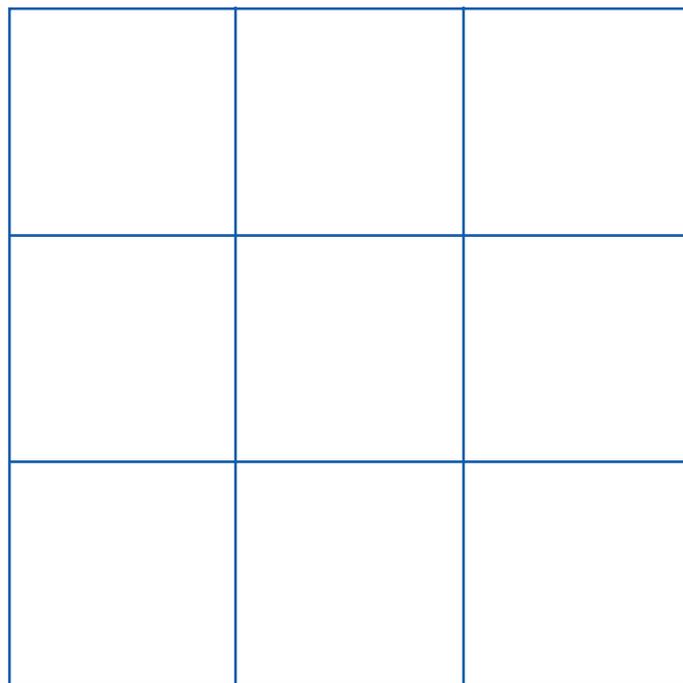
## Material

9 chapas numeradas del 1 al 9.



## Instrucciones

Las chapas deben colocarse en el tablero de juego, de forma que la suma de las cifras sea idéntica en todos los sentidos, es decir: horizontal, vertical y diagonalmente.



# Cuadrado mágico en bolsa de juego

## Material

- tela de algodón resistente, tela de algodón más delgada con capa intermedia prensada o tela de hule delgada
- cordón
- tijeras (tijeras de filo ranurado)
- alicates de perforar (o un clavo) + retal de cuero
- compás (como opción un plato de gran diámetro, o una tapa para microondas)
- chapas

## Instrucciones

Corta, preferentemente con unas tijeras de filo ranurado, un círculo con un diámetro aproximado de 30 cm. Usa el compás para dibujar la circunferencia del círculo. Como opción, puede usarse un plato grande o una tapa para microondas como plantilla para el círculo.

Haz orificios aproximadamente a un centímetro del borde con una separación de 3 a 4 cm entre sí. Usa preferiblemente unas alicates para perforar. Coloca un retal de cuero entre la tela y las alicates, lo que facilitará que los orificios sean más perfectos. ¿Qué cantidad de orificios debe haber? ¿Un número par o impar?

Dibuja el tablero de juego en el fondo de la bolsa. Por ejemplo, dibuja las casillas en una hoja de papel cuadriculado en cm. Si cada casilla mide 4x4 cm, esta es una buena medida para las chapas. Traslada el sistema cuadriculado a la tela de la bolsa. Coloca la tela encima del papel cuadriculado y apoya ambos sobre el vidrio de una ventana. Coloca encima un retroproyector, o usa un papel de calcar. Es suficiente si se marcan las esquinas y las intersecciones, y seguidamente se unen todos los puntos en la tela con ayuda de una regla. Cose con costura recta o dibuja con un rotulador. Si se utiliza un rotulador, haz una prueba sobre un retal.

Enhebra un cordón o un condorcillo. ¿Qué longitud debe tener el cordón? ¿Perímetro?

Escribe las cifras del 1 al 9 en las chapas con un rotulador de tinta indeleble.

Si hay un mínimo de dos juegos de tres chapas del mismo tipo, se puede darles la vuelta y jugar también a “Tres en raya”.



# Cuadrado mágico en una plancha de madera

## Material

Plancha de madera y un palo redondo, Ø 14 mm, de unos 25 cm de longitud.

## Instrucciones

Aserrar un cuadrado de 90 x 90 mm.

En primer lugar, dibuja un sistema cuadrado y mácalo con hierro candente sobre la plancha de madera.

Corta el palo redondo en 9 trozos de unos 25 mm de longitud cada uno.

Marca con hierro candente las cifras del 1 al 9 en los extremos más cortos.

En el centro de cada casilla, perfora un orificio pero sin atravesar la plancha de madera, para que las “fichas” de madera con las cifras puedan colocarse en los orificios y moverse con facilidad.