

Tema: Sannsynlighet og origami

Aktiviteter:

Møbiusbånd
Håndtrykk
Hotell uendelig
Papirbretting

Tidsbruk:

2 timer



Utstyr:

Papirstrimler
Saks
Papir og blyant
Origamipapir, eller farga A4-ark

Anskaffelse av utstyr:

Origamipapir kan kjøpes hos våre leverandører.

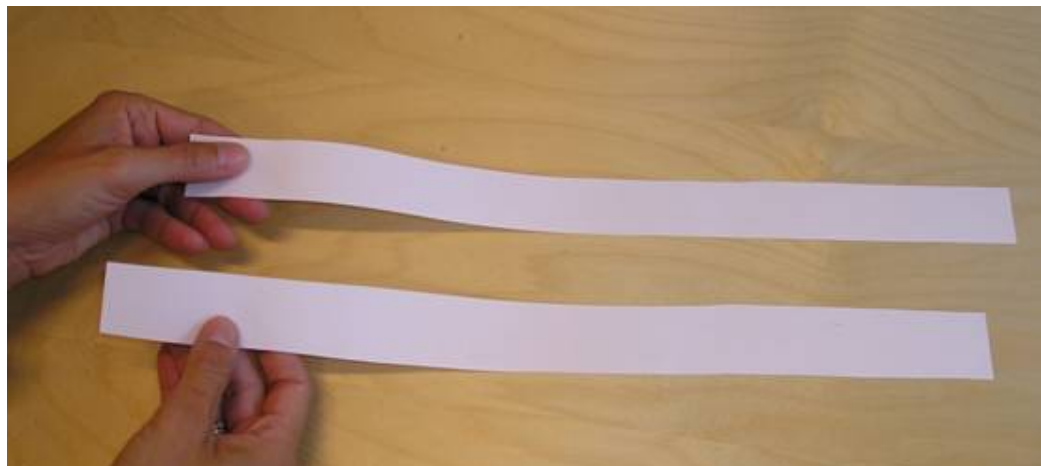
Beskrivelse:

1) Møbiusbånd

Demonstrasjon

Gjør dette som en demonstrasjon for elevene først.

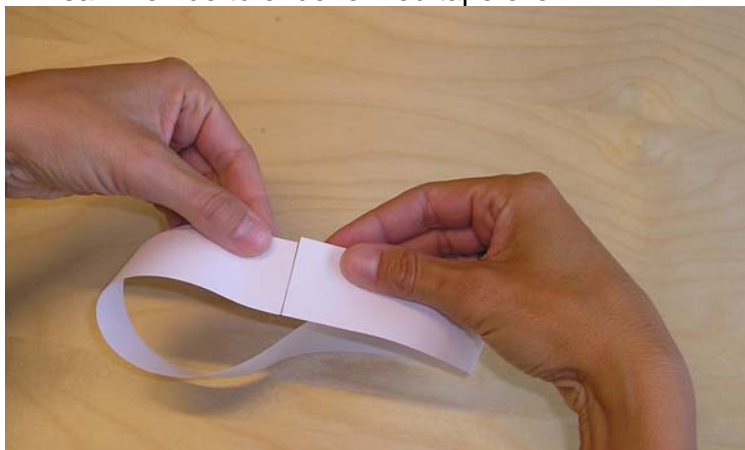
A) Bruk to papirstrimler. (Bruk for eksempel lengden på et A4-ark)



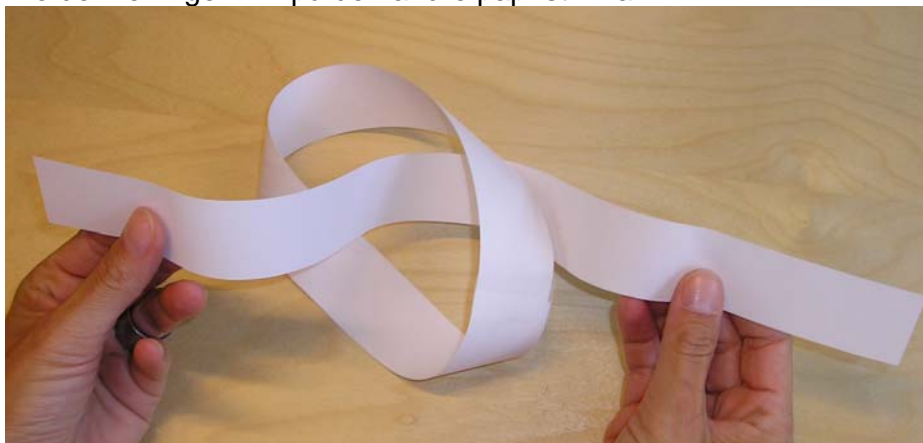
- B) Hold tak i endene på den ene strimla, og vri den ene enden rundt.
OBS! Merk deg om du vrir fra deg eller mot deg.



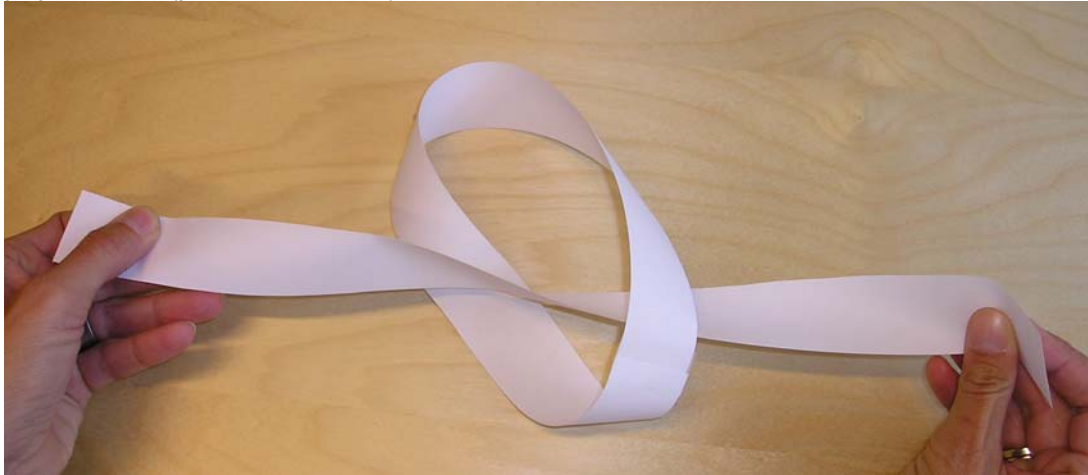
- C) Lim sammen de to endene med tape eller lim.



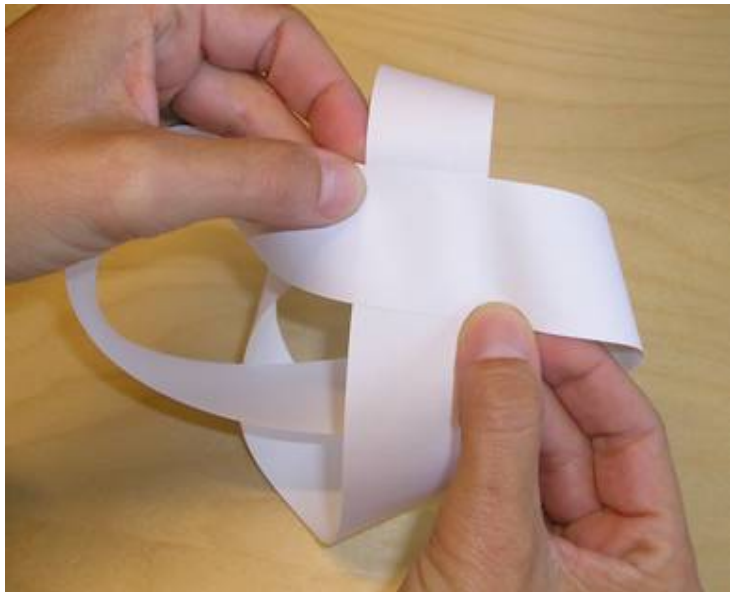
- D) Tre denne ringen inn på den andre papirstrimla.



- E) Vri den ene enden på denne strimla motsatt vei av det du gjorde på den første papirstrimla (punkt B ovenfor). Lim sammen de to endene.



- F) Vi har nå fått to ringer som er fletta sammen. Legg ringene oppå hverandre, slik at de danner 90 grader med hverandre, og lim dem sammen.



- G) Klipp langs midten på begge ringene, klipp også rett over der de er skjøtt sammen.



H) Dette blir to hjerter som sitter sammen – fordi vi er så glade i matematikk!



- Del ut en papirstrimmel til hver av elevene. Vri den ene enden $\frac{1}{2}$ gang rundt slik at den blir vridd med undersida opp. Lim sammen de to endene på papirstrimmelen. Vi skal nå tenke oss en maur. Mauren går omtrent på midten av ringen hele veien rundt. Han må følge veien hele tida, og kan ikke "hoppe fra side til side". Hvor går mauren? Mauren kommer tilbake og biter seg selv i halen. Han har gått på alle sider av papirstrimla. Dette er det spesielle med møbiusbåndet i forhold til for eksempel en sylinder. I en sylinder kan mauren bare gå enten på innsida eller på utsida. Samme teknikk som møbiusbåndet viser brukes når man har maskiner med bånd som skal gå rundt to tannhjul, for da er det dobbelt så mye flate å slite på.

- Hva skjer hvis vi klipper langs streken der mauren har gått? Klipp opp og se. Den blir ikke delt i to slik mange tror, men blir til en ny "ring" som har flere snurrer enn den forrige. Undersøk hvordan ringene er laget. De blir "snurret" to hele runder isteden for $\frac{1}{2}$ gang. Del ringene enda en gang. Man får da to ringer som er filtret inn i hverandre. Noen vil kanskje prøve å klippe enda en gang.

Finnes det flere figurer som har bare ei flate? Vet elevene om noe? Den såkalte "Klein-flaska" har bare ei flate.

Elevene kan nå få prøve å lage hjertene som ble demonstrert ovenfor.

2) Håndtrykk

A) Elevene sitter gruppevis, 5 til 7 elever ved hvert bord. De skal tenke seg at de er i selskap. Gruppa skal finne ut hvor mange håndtrykk det blir for at alle på gruppa har hilst på hverandre. La dem få tid til å prøve seg frem. Be gruppene forklare hva de tenker. Noen vil kanskje foreslå at det er 7 elever som skal hilse på 6 andre, og da må det bli 7 ganger $6 = 42$ håndtrykk. Men dette blir ikke riktig. Gjør elevene oppmerksom på at når en person har hilst på alle, så trenger ikke alle å hilse på den personen etterpå. Tegn gjerne på tavla og forklar. En måte å vise dette på er å tegne forbindelseslinjer mellom 7 prikker og skrive opp et regnestykke. Regnestykket blir: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ håndtrykk

B) Hvor mange håndtrykk blir det hvis det er 100 personer i selskapet? La elevene gjette i forkant hvis de ønsker det. Gi et hint ved å skrive $99+98+97+\dots+3+2+1$ på tavla. Hvordan kan vi på en effektiv måte finne denne summen? Noen av elevene vil sikkert se at $99 + 1 = 100$, $98 + 2 = 100$ osv. Men hvor mange ganger får vi summen 100? Gi elevene tid til å diskutere hvordan det blir på "midten". På hver side av 50 får vi 51 og 49. Vi kommer inn fra hver kant, og da gjelder det å finne ut hvor mange ganger vi har lagt sammen og fått 100, og så legger vi til det i midten som er 50. Spør elevene hva som er det siste tallet som legges sammen med noe og gir 100 hvis vi teller fra 1 og oppover. Dette tallet er 49. Regnestykket blir da $(49 \cdot 100) + 50 = 4950$. Hvis det kom en ekstra person ville det blitt 100 flere håndtrykk, altså 5050 håndtrykk.

C) Fortell historien om Carl F. Gauss:

Carl F. Gauss var en veldig begavet elev. Læreren syntes Carl var litt slitsom, for han ble så raskt ferdig med alle oppgavene han ble gitt. Så en dag trodde læreren han hadde gitt Gauss en oppgave som ville ta veldig lang tid. Carl skulle legge sammen de hundre første tallene. Men til lærerens store overraskelse brukte Gauss bare noen få sekunder på dette. Gauss så med en gang at han fikk: $100 + 1 = 101$, $99 + 2 = 101$. Derfor fikk han $(50 \times 101) = 5050$

3) Hotell uendelig

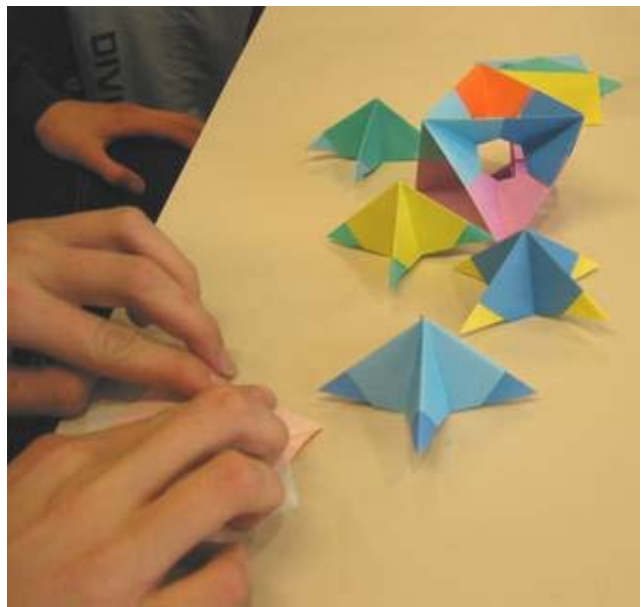
Fortell historien om Hotell Uendelig i den ytterste galakse hvor det er uendelig mange rom. En kveld er det helt fullt på hotell uendelig, men så kommer det en gjest til. Hotelleieren tenker seg om, men kommer til en løsning. Hvordan får vi plass til alle gjestene? Elevene tenker, men det er vanskelig å komme til en fornuftig løsning. De får plass til en ny gjest ved at alle flytter et rom oppover, så får gjesten plass på rom nummer 1.

For mange er det kanskje rart at det er plass til flere selv om hotellet egentlig er fullt. Forklar at det tar uendelig lang tid å gå til rom nr uendelig, mens det går ganske raskt å flytte til naborommet.

Historien fortsetter: Neste natt var fredag den 13. Da kom det uendelig mange flere gjester. Hvordan får hotellverten plass til disse? La elevene få diskutere. Hotellvertens løsning var at alle flytter til et rom som er dobbelt så høyt som romnummeret sitt. Hvilke tall blir da ledige? I og med at alle romnumrene dobles blir alle oddetallene ledige. Poenget er at det ikke fins et tall som heter rom "nummer uendelig". Tall nummer uendelig er bare et begrep.

Matematikk i fokus:

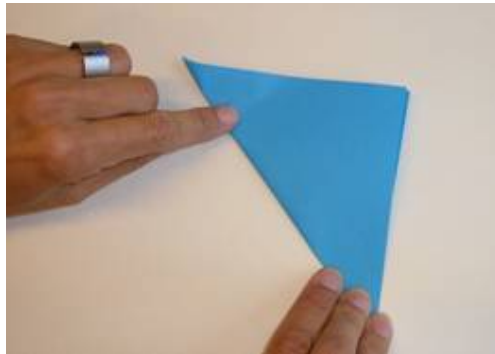
Sannsynlighet og kombinatorikk.



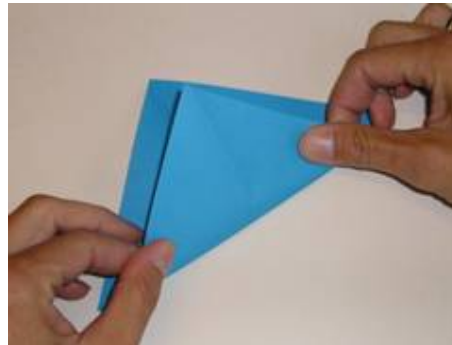
3) Papirbretting

Elevene skal brette og sette sammen figurer som vi kaller "skjelettet til et oktaeder".
Bruk helst origamipapir, eller eventuelt lag kvadrater av vanlige A4-ark. Her kommer det inn en del geometriske begreper sånn som diagonal, rette vinkler osv. Vi må ha 6 like deler for å sette sammen figuren. Bruk papir i 2 forskjellige farger, 6 av hver farge. Brett og forklar den første delen sammen.

A) Brett diagonalen. Lag en skrap brett og brett ut igjen.



B) Brett den andre diagonalen. Lag en skarp brett og brett ut igjen.

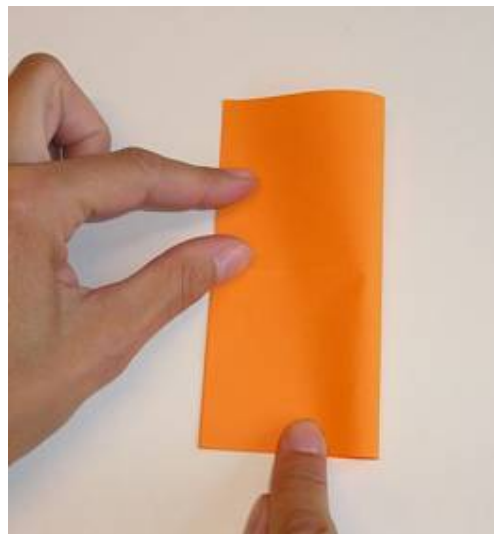


C) Bruk et kvadrat i den andre farga. Halver arket langs midtnormalen, lag en skarp brett og brett ut igjen.

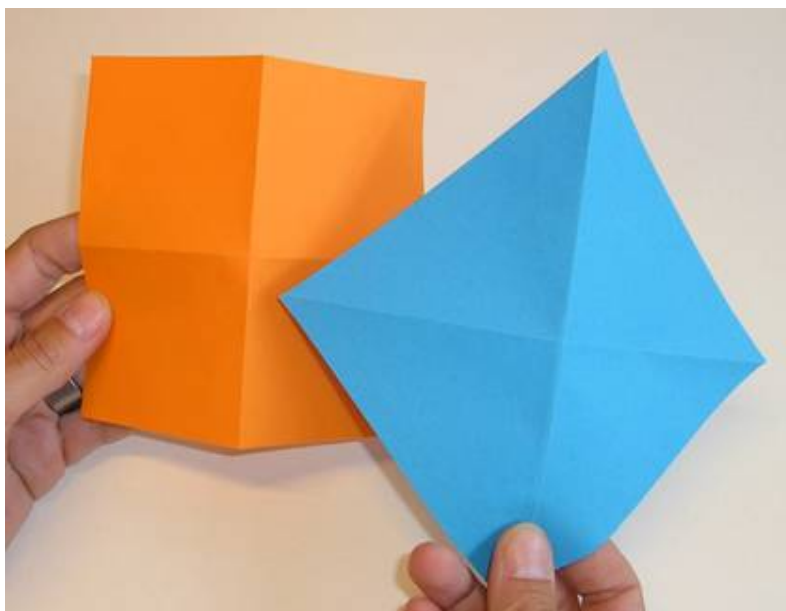


Matematikklubb 8. og 9. klasse

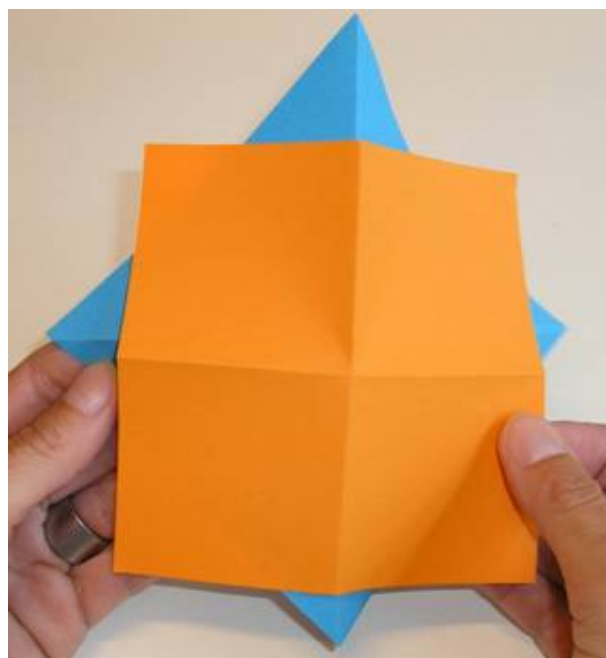
D) Halver arket langs den andre midtnormalen, lag en skarp brett, og brett ut igjen.



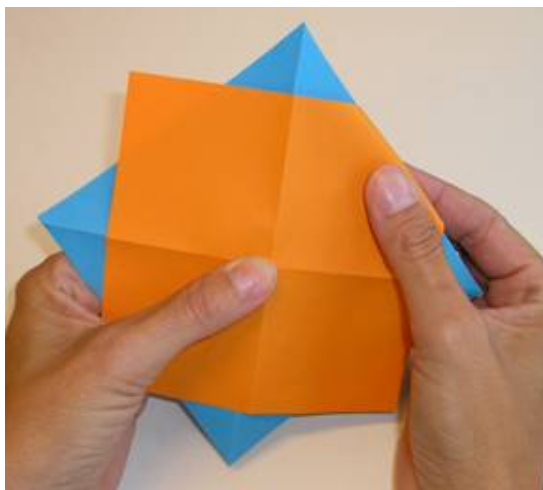
E) Vi har nå fått to ark som ser slik ut.



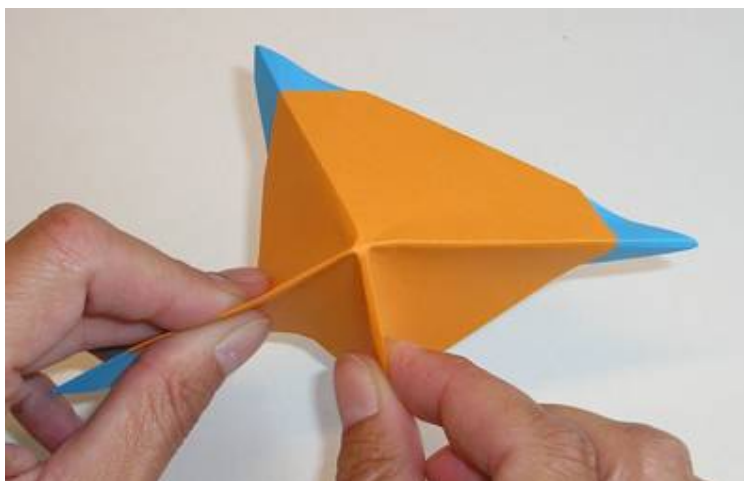
F) De to kvadratene skal nå legges oppå hverandre, med kvadratet med diagonalbretten nederst. Legg kvadratene slik at brettelinjene ligger oppå hverandre.



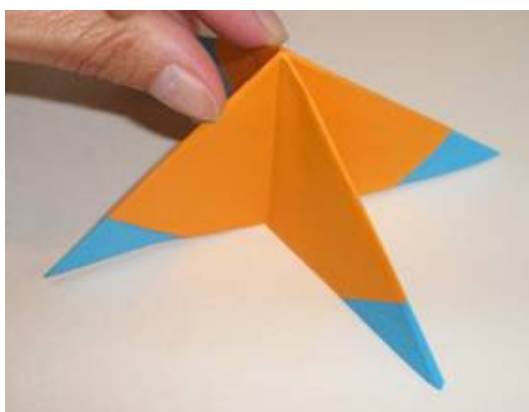
G) Brett inn de fire flikene på arket som ligger øverst.



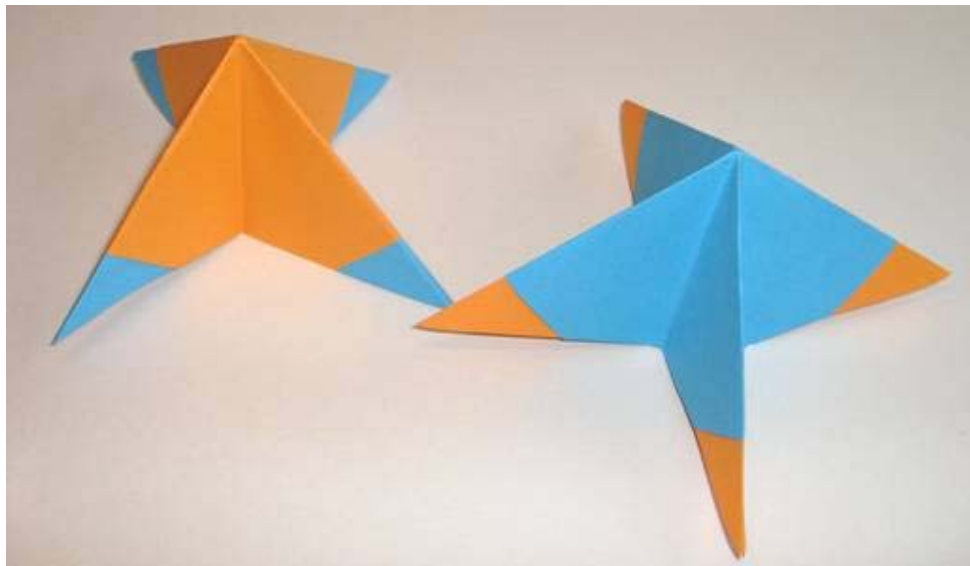
H) Fold den sammensatte figuren slik:



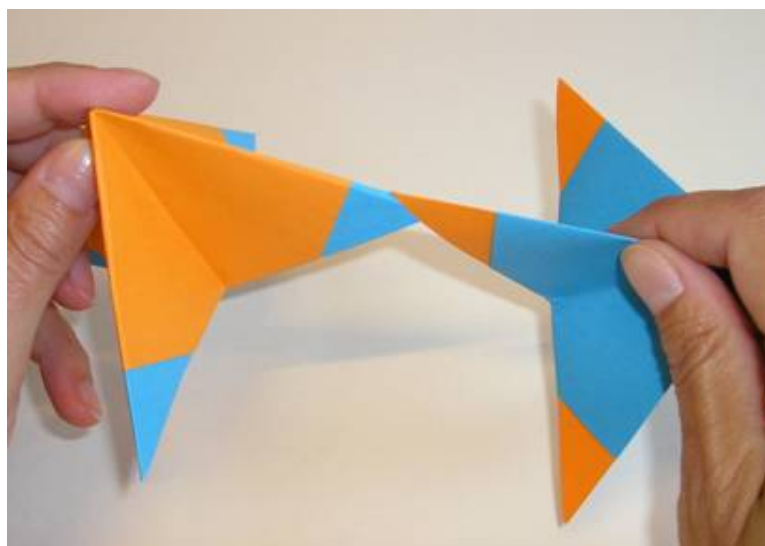
I) Vi har nå fått en figur som ser slik ut:



J) Brett 6 slike figurer. Det kan bli fint å bytte om fargene, slik at 3 blir av denne typen, mens 3 blir med blåfargen øverst.



K) Taggene på de 6 delene skal nå settes sammen slik:

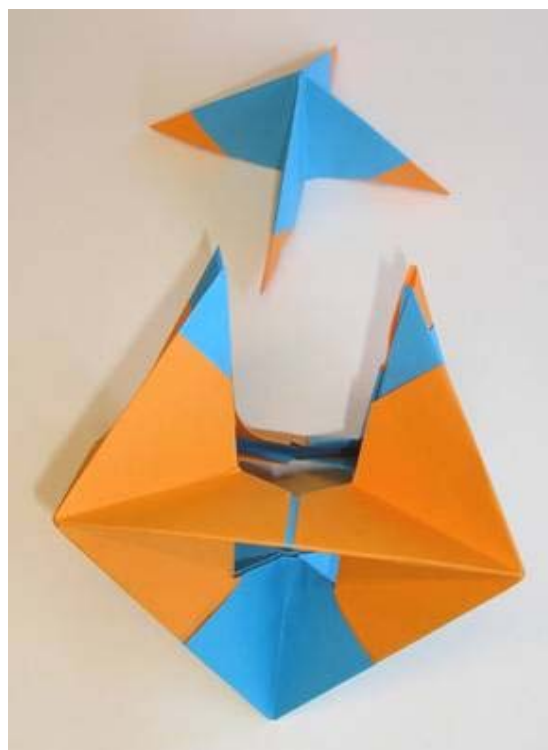


Matematikklubb 8. og 9. klasse

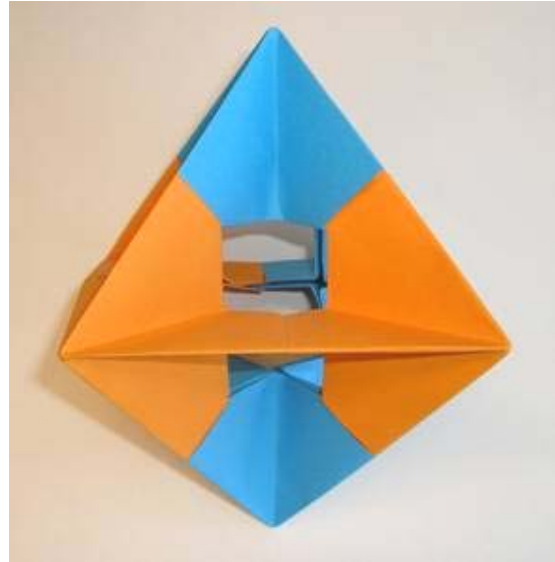
L) Her er 4 deler satt sammen:



M) Fem deler satt sammen, bare den siste mangler:



N) Ferdig sammensatt blir figuren slik:



Trekk paralleller til geometriske figurer underveis i brettinga. Spør elevene om de gjenkjenner det de har brettet som en geometrisk figur. Gå rundt og hjelp elevene, og de kan hjelpe hverandre. Når de 6 delene skal settes sammen kreves det en stødig hånd, forsiktighet og tålmodighet.

Matematikk i fokus:

Geometriske former, vinkler, formlikhet

3) Oppsummering

Oppsummer de ulike aktivitetene vi har gjort i dag.

Diskuterer om de ser likheten mellom et oktaeder og den figuren de har brettet nå. De har nå brettet "skjelettet" til oktaederet.