Svensk skolmatematik
Var kommer den ifrån?

Nyanlända och matematik
Borås, 161122

Ola Helenius
ola.helenius@ncm.gu.se
Nationellt centrum för matematikutbildning

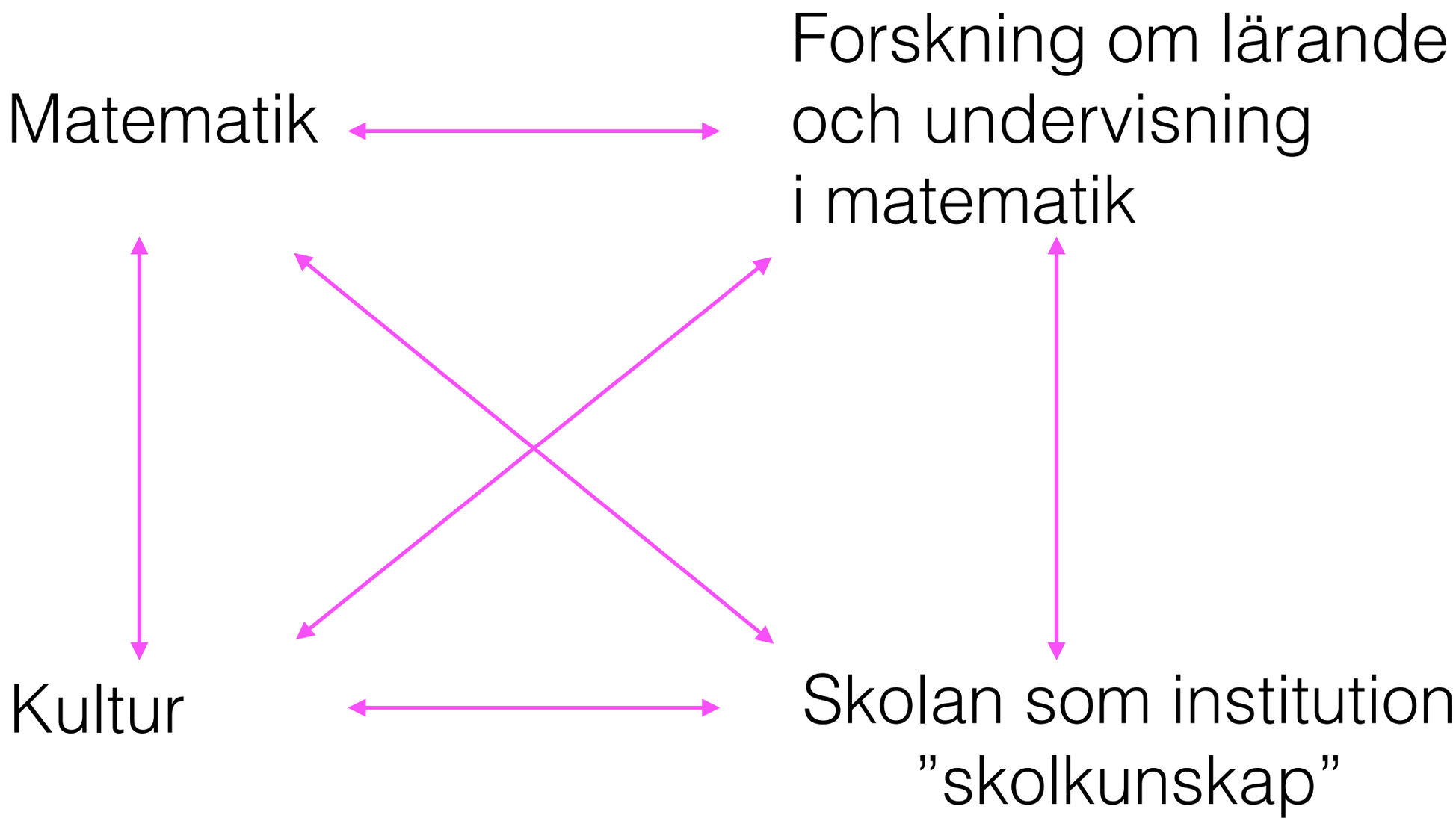
Bra på att räkna nakna tal… men problemlösning. Vi har problemlösning på ett sätt … men han har inte alls det med sig.

”staketexemplet”.

det här med orden… däck. mer än halva klassen. då måste jag prata om hjul… man måste hela tiden kolla.

man måste ta med i beräkningarna att de inte vågar fråga

elevens/lärarens roll, läxor, matematiklärromedel


Matematik
Forskning om lärande och undervisning i matematik
Kultur
Skolan som institution ”skolkunskap”

Matematik

En abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling

Mathematics (from Greek μάθημα *máthēma*, “knowledge, study, learning”) is the study of topics such as quantity (numbers), structure, space, and change. There is a range of views among mathematicians and philosophers as to the exact scope and definition of mathematics.

Mathematicians seek out patterns and use them to formulate new conjectures. Mathematicians resolve the truth or falsity of conjectures by mathematical proof. When mathematical structures are good models of real phenomena, then mathematical reasoning can provide insight or predictions about nature.

Through the use of abstraction and logic, mathematics developed from counting, calculation, measurement, and the systematic study of the shapes and motions of physical objects.

Practical mathematics has been a human activity from as far back as written records exist. The research required to solve mathematical problems can take years or even centuries of sustained inquiry.

Mathematics is essential in many fields, including natural science, engineering, medicine, finance and the social sciences. Applied mathematics has led to entirely new mathematical disciplines, such as statistics and game theory. Mathematicians also engage in pure mathematics, or mathematics for its own sake, without having any application in mind.

There is no clear line separating pure and applied mathematics, and practical applications for what began as pure mathematics are often discovered.

Matematik

Räkna	Mäta	Lokalisera	Designa	Leka	Förklara
handla priser blanda sprit	bygger laga mat , hur mycket tid vädret mäta	reser, hur många km galopp	bygger syr, virkar, garnåtgång mönster	galopp	statistik rättvist

Matematik

Ett kulturellt verktyg byggt på kulturella verktyg
(språkliga begrepp)

Forskning om lärande och undervisning i matematik

Relationen mellan undervisning av matematik och lärande

We know a lot more now and here are twelve principles…

The teaching of mathematics and the learning of mathematics have been two separate fields of study and we know little about the link

Broophy & Good, 1986
Rosenshine & Stevens 1986
Romberg & Carpenter 1986

Matematikdidaktik som vetenskaplig disciplin

Gammalt som studieområde (för andra discipliner)

Nytt som eget vetenskapligt område

Gammalt som område för professionella systematiska överväganden

Jag fruktar, att den kunskap som i allmänhet skänks är sådan, att den mest består i ord, som tränger till minnet och lämnar förståndet oberört och det matematiska sinnet outvecklat./… / De får veta att så ska det vara och så ska du göra och man sätter därigenom från början på dem en tvångströja och tvingar dem att räkna med siffror i stället för med storheter, man låter dem från början att förväxla begreppet med tecknet för begreppet.

Kruse 1911

„Es kommt nicht nur darauf an, daß die Schüler das richtige Resultat finden, sondern sie müssen auch den Gang der Entwickelung in reinem, geläufigem Deutsch darstellen können. Das ist viel wichtiger, als eine unendliche Fertigkeit oder das Ausrechnen ellenlanger Exempel“ (s. 363-364)

Diesterweg, 1838/58

Kärnan av matematikdidaktisk forskning

Förstå klassrummets komplexitet.
De upplevda villkoren för lärande och undervisning
Kvaliteter i kunnande av matematik (inte kvantiteter)

Metoder:
Oftast genom att komma nära subjekten, typiskt i småskaliga studier

Teorier, exempel:
Instrumental vs relational understanding (Skemp 1976).
Conceptual understanding (Hiebert & Carpentern 1992).

Journal for Research in Mathematics Education
1994, Vol. 25, No. 2, 166–208

CAPITALIZING ON ERRORS AS "SPRINGBOARDS FOR INQUIRY": A TEACHING EXPERIMENT

RAFFAELLA BORASI, *University of Rochester*

Although teachers and researchers have long recognized the value of analyzing student errors for diagnosis and remediation, students have not been encouraged to take advantage of errors as learning opportunities in mathematics instruction. The study reported here was designed to explore how secondary school students could be enabled to capitalize on the potential of errors to stimulate and support mathematical inquiry. The article provides a case study of the proposed strategy of "using errors as springboards for inquiry" in action, identifies some important variations within the strategy, and discusses its potential contributions to mathematics instruction.

New visions for school mathematics have recently been articulated in a number of influential reports (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 1991; National Research Council [NRC], 1989, 1990, 1991a). Common to all these reports is the call for a shift in emphasis from routine skills and factual knowledge to posing and solving a variety of math-related problems, reasoning and communicating mathematically, and appreciating the value of mathematics. Consequently, mathematics teachers are expected to develop learning environments that do the following:

- Encourage students to explore.
- Help students to verbalize their mathematical ideas.
- Show students that many mathematical questions have more than one right answer.
- Teach students, through experience, the importance of careful reasoning and disciplined understanding.
- Provide evidence that mathematics is alive and exciting.
- Build confidence in all students that they can learn mathematics. (NRC, 1991b, p. 7)

Creating such learning situations requires abandoning the traditional view of mathematics teaching as the direct transmission of established knowledge. New instructional strategies are needed to support mathematics teachers in this demanding task. The approach to errors as springboards for inquiry discussed in this article aims at contributing one such strategy.

In order to fully appreciate the rationale and scope of using errors as springboards for inquiry, it is first of all important to make explicit the inquiry approach to school mathematics that it aims to support. […]:

- A view of mathematics as a humanistic discipline-the realization that mathematical results are not absolute and immutable but, like any other product of human activity, are socially constructed and thus fallible, informed by the purposes and context that motivate their development and use, and shaped by cultural as well as personal values

- A view of knowledge more generally not as a stable body of established results but as a dynamic process of inquiry, where uncertainty, conflict, and doubt provide the motivation for the continuous search for a more and more refined understanding of the world

- A view of learning as a generative process of meaning-making that is personally constructed, informed by the context and purposes of the learning activity itself, and enhanced by social interactions

- A view of teaching as providing necessary support to students' own search for understanding by creating a rich learning environment that can stimulate students' inquiries and by organizing the mathematics classroom as a community of learners engaged in the creation of mathematical knowledge

Termen Problemlösning

Mathematics Education:
En uppgift som eleven på förhand inte känner till någon lösningsmetod för.

(Polya 1952, Shoenfeld 1985, Lithner 2008)

Educational psychology:
Oftast ett ordproblem (text), skrivet eller verbalt. Ofta en rutinuppgift. (cf. Institute for Educational Sciences, 2012)

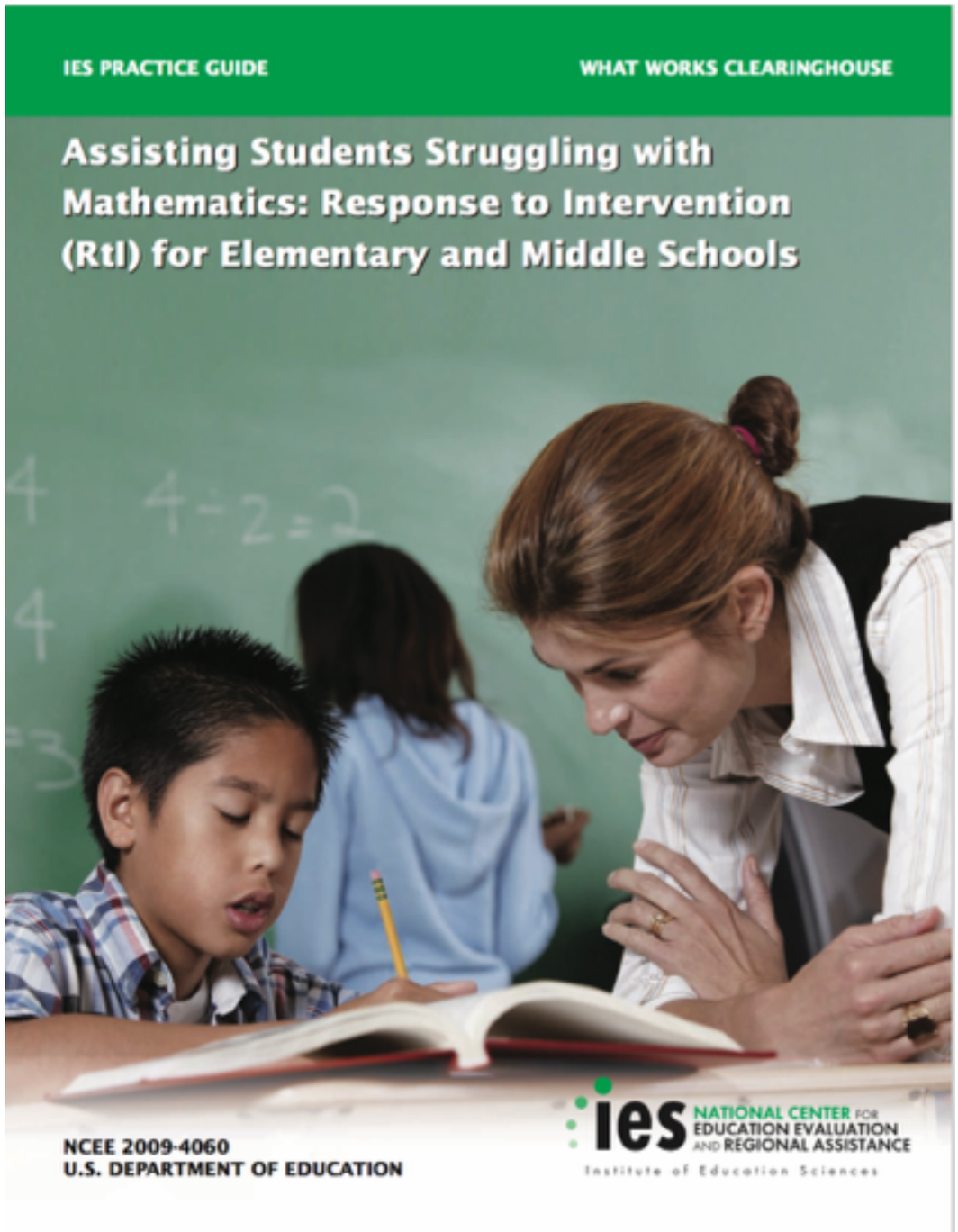
Psykologisk forskning

Typiskt och otypiskt lärande
Underliggande psykologiska (neurologiska) villkor för lärande
Psykologiska konstruktioner som förklarar ”hur vi förstår”.

Metoder:
Kombination av småskaliga studier och storskaliga.
Undervisning: Oftast storskaliga effektstudier

Teorier, exempel:
Piaget om taluppfattning. Arbetsminne, exekutiva funktioner etc
”Learning trajectory theory”.

Explicit systematisk undervisning



”Ensure that instructional materials are systematic and explicit. In particular, they should include numerous clear models of easy and difficult problems, with accompanying teacher think-alouds.[…]

Interventions should include instruction on solving word problems that is based on common underlying structures.

- Högt tempo
- Läraren visar före vad man ska göra
- Mjuk övergång från lärardemonstration till stora mängder övningar

Skolmatematik

Matematik är ett skolämne. Hur väljer man ut vad som ska undervisas och läras?

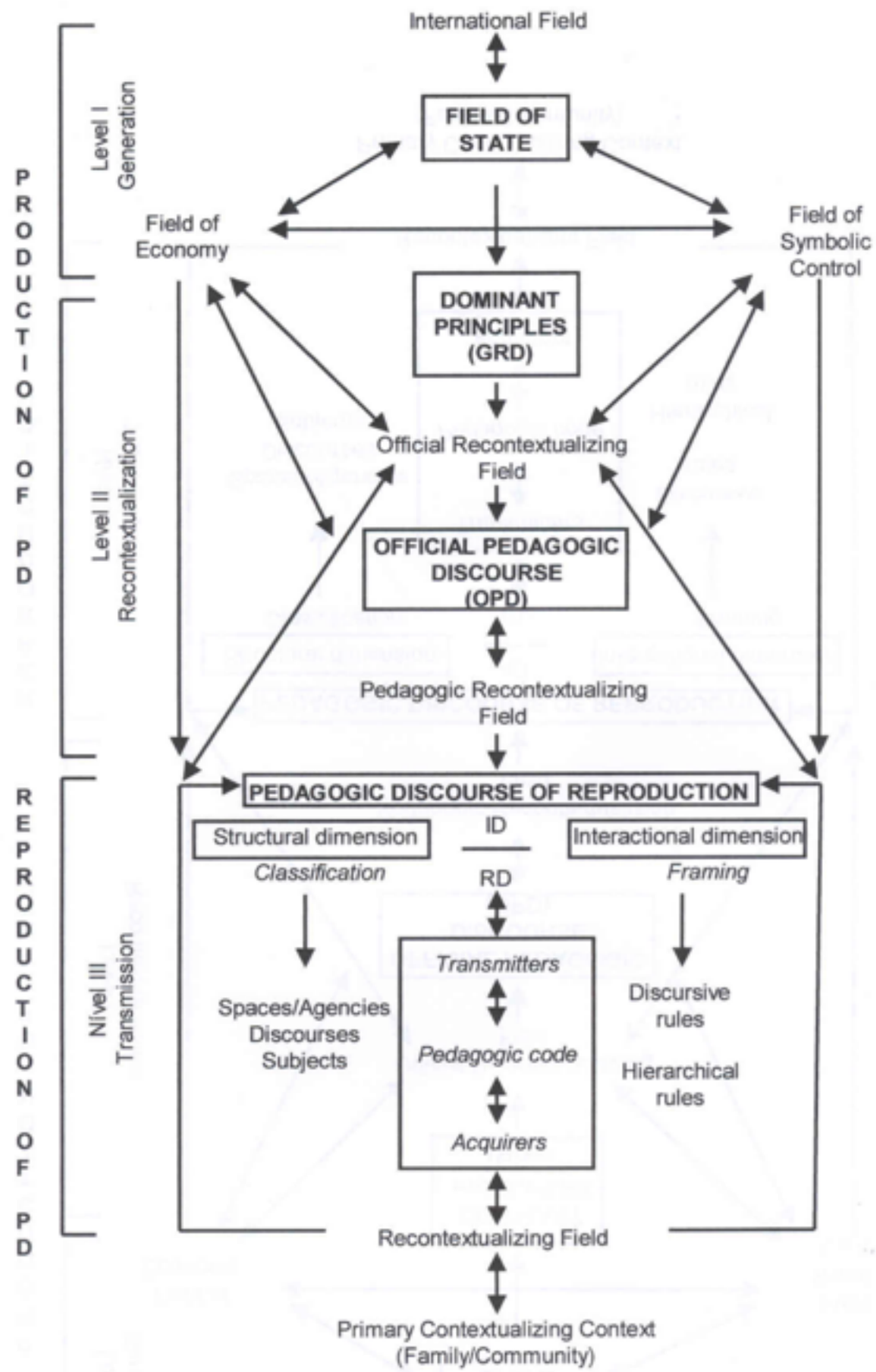
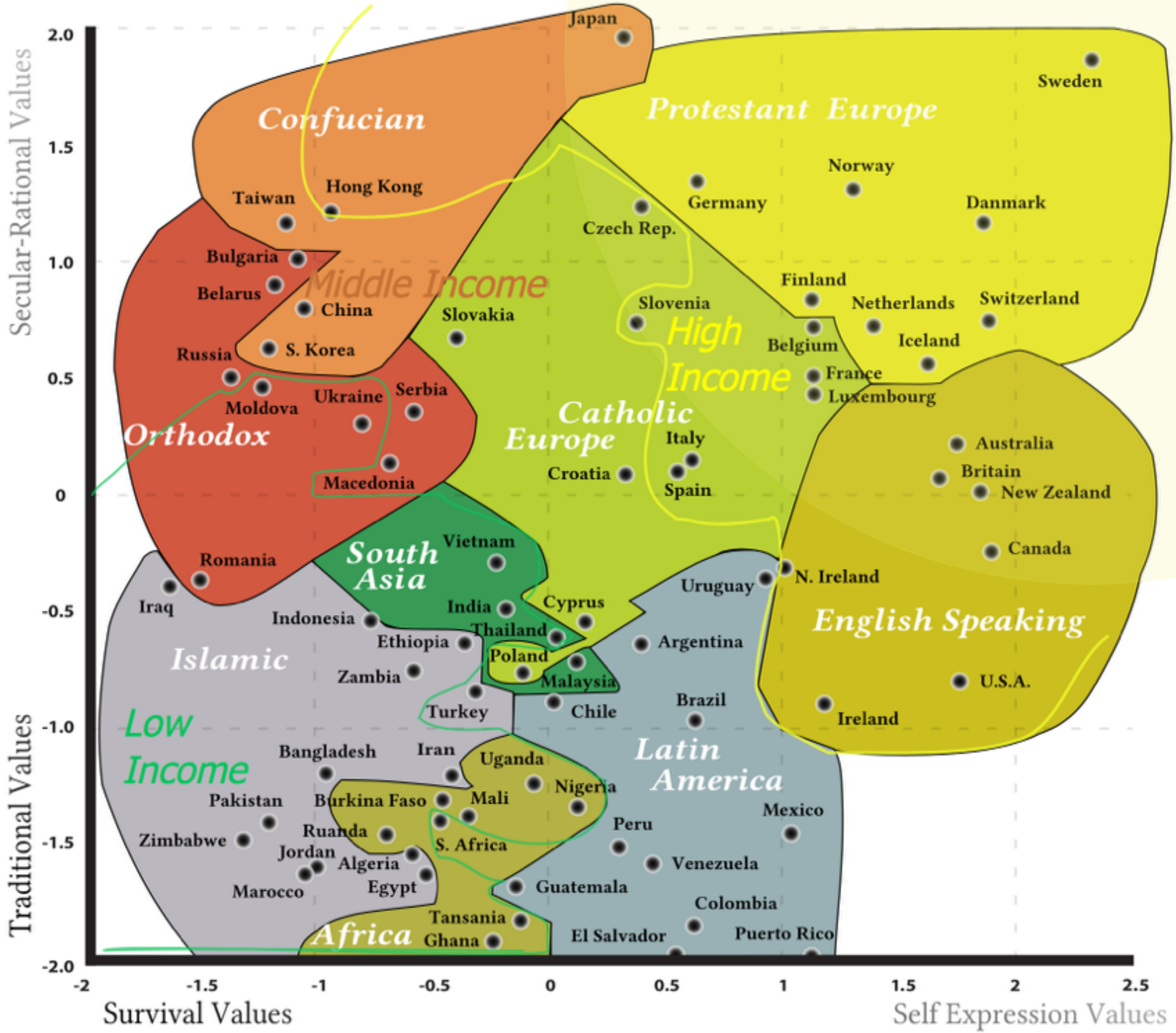


Figure 3 -*Bernstein's model of pedagogic discourse (1986, Adapt. by Morais & Neves)*

Normer och värderingar


Secular-Rational Values
Traditional Values
Survival Values
Self Expression Values
2.0
1.5
1.0
0.5
0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
Confucian
Protestant Europe
Orthodox
Middle Income
High Income
Catholic Europe
South Asia
Islamic
Low Income
Latin America
English Speaking
Africa
Japan
Sweden
Taiwan
Hong Kong
Norway
Germany
Danmark
Czech Rep.
Bulgaria
Belarus
China
Finland
Netherlands
Switzerland
Slovenia
Slovakia
Belgium
Iceland
Russia
S. Korea
France
Luxembourg
Moldova
Ukraine
Serbia
Italy
Australia
Britain
Croatia
Spain
New Zealand
Macedonia
Vietnam
Canada
Romania
N. Ireland
Uruguay
Iraq
India
Cyprus
Indonesia
Thailand
Ethiopia
Argentina
Poland
Zambia
Malaysia
U.S.A.
Brazil
Turkey
Chile
Ireland
Bangladesh
Iran
Uganda
Nigeria
Pakistan
Burkina Faso
Mali
Mexico
Peru
Zimbabwe
Ruanda
S. Africa
Jordan
Algeria
Venezuela
Marocco
Egypt
Guatemala
Colombia
Tansania
El Salvador
Puerto Rico
Ghana

Skolreformer mm

- Valfrihet
- Elevinflytande
- Värdegrund och kompensation
- Föräldrainflytande
- Lärarauktoritet
- konkurrens

Skolmatematik - läroplansdiskurs

Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förut sättningar att utveckla sin förmåga att

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Exempel

- Lgr 11
- Lgy 11
- (GY07)
- LPO 94
- NCTM standards
- Adding it Up
- PISA
- Kompetencer och Matematiklearing (KOM)
- Många andra länders kursplaner
- Forskningsramverk (eg Lithner et al)
- CCSS

Kunskapskrav

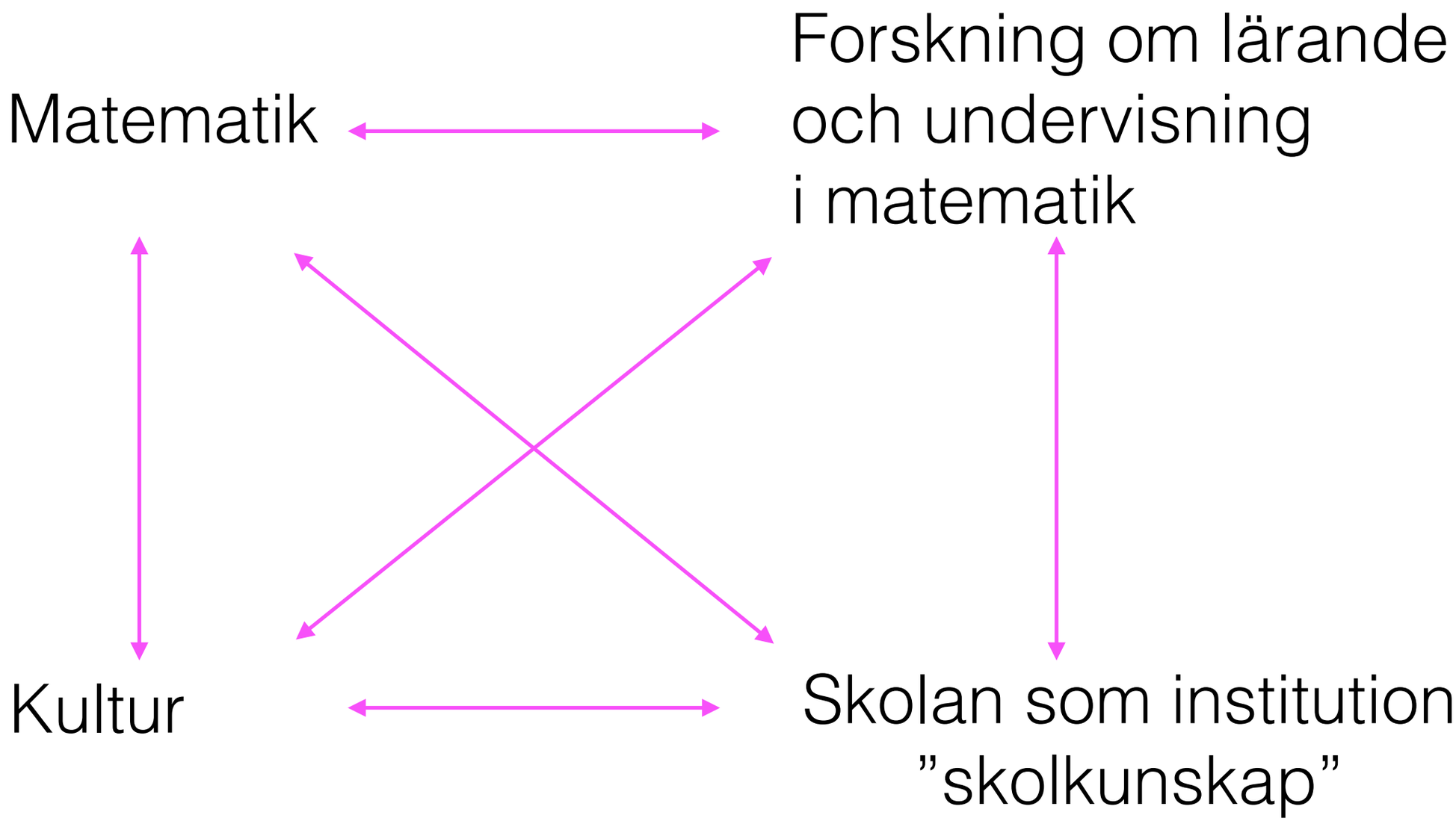
Exempel:

Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett **i huvudsak fungerande** sätt och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska ut trycksformer med **viss** anpassning till sammanhanget. I redovisningar och samtal kan eleven föra och följa matematiska resonemang genom att ställa frågor och framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som **till viss del för resonemangen framåt**.

Praktisk undervisning

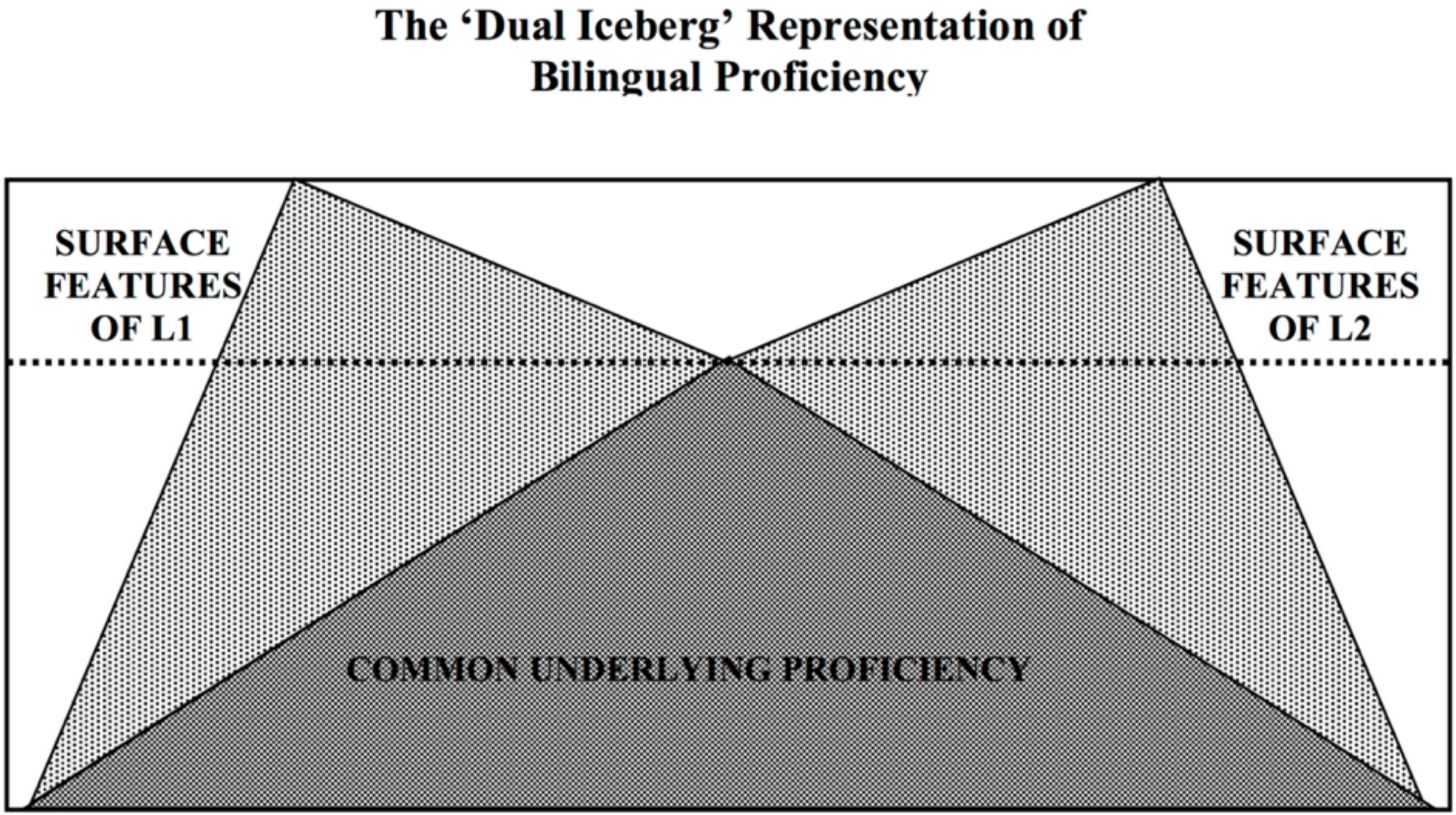
- 12 minuter genomgång
- 8 minuter lärarledd uppgiftslösning (mer kompetenser)
- 3 minuter uppgiftslösning i grupp (mer kompetenser/problemlösning)
- 37 minuter individuellt arbete, 72% lärobok/28% annat (”annat” medför mer kompetenser)
- Problemlösning korrelerar positivt med samband, representation, resonemang, kommunikation
- lärobok korrelerar positivt med procedur negativt med andra kompetenser.

Bergkvist m fl 2009


Matematik
Forskning om lärande och undervisning i matematik
Kultur
Skolan som institution ”skolkunskap”

Matematik: ett kulturellt verktyg byggt på (och av) kulturella verktyg (språk, begrepp, koncept).

Figure 1: The "Dual Iceberg" Representation of Bilingual Proficiency (Cummins, 1980, 36; 1996, 111)



Tack