

*Barnens fascination och intresse tas som utgångspunkt för att utveckla förståelse.*

## 2

# Att utveckla små barns antalsuppfattning

Elisabet Doverborg &  
Ingrid Pramling Samuelsson

---

*Små barns kunnande i matematik kan utvecklas om man arbetar medvetet och systematiskt med deras sätt att erfara och reflektera som utgångspunkt. I detta ligger en utmaning för alla de pedagoger som inte arbetar med matematiska begrepp och idéer i småbarnsgrupper eftersom de anser att barn i dessa åldrar inte är mogna för sådant tänkande. Vi kommer att följa hur lärandet i matematik tar sig uttryck hos barn som är mellan 2 och 3 år då man börjar arbeta med en speciell pedagogisk ansats i förskolan.*

---

### Lärande och kunskap

Det lilla barnet föds med en förmåga att uppleva och erfara sig själv och sin omvärld. Men det är inte endast det lilla barnet som blir påverkat av omvärlden utan barnet påverkar också människorna där. Redan som spädbarn ingår barnet i en kommunikation och en dialog med omvärlden – en dialog som utvecklas och med största sannolikhet utgör den väsentligaste källan till att barnet skapar innebörd och förståelse för olika fenomen i omvärlden.

Kunskap är nämligen, i det perspektiv denna artikel bygger på, en fråga om att skapa mening och förståelse, att byta fokus, att erfara ett visst fenomen på ett kvalitativt nytt sätt. Barnet har utvecklat sitt kunnande när en företeelse framstår på ett annorlunda sätt än tidigare. Med förståelse menar vi här hur barn ser, uppfattar eller erfar något (Marton, 1981). Erfarandet är alltså det som framträder i barnets medvetande och som av andra ibland brukar benämnas ”inre bilder”.

Eftersom vi tagit ställning till att det är förståelse som vi vill att barn skall utveckla följer också av detta vissa principer för lärandet. Marton och Booth diskuterar i boken "Learning and Awareness" (1997) hur barn skapar förståelse för det okända med utgångspunkt i det kända. Ett barns tidigare erfarenheter finns alltid som en grund för det nya som barnet skall lära sig. Författarna menar vidare att förståelseskapande kräver variation i erfarende samt en förmåga hos barnet till att samtidigt uppfatta variationen. Begrepp som "antal" kan bli synliga för barn genom att de får möjlighet till att samtidigt uppmärksamma ett varierande antal föremål. Skulle man alltid räkna samma antal föremål finns en risk att lärandet begränsas till ett bestämt antal. Andra sätt att erfara antalsbegreppet kan bli synliga genom att man varierar föremålets storlek, utbredning och gruppering. Ett annat exempel på hur förståelse kan skapas genom variation och samtidighet tar vi från ett arbete med begreppet "att dela". Genom att barn delar på olika sätt och i olika antal delar framträder en variation som ger mening åt detta begrepp. När man vid ett tillfälle delat tex ett äpple på ett visst sätt finns förmodligen denna erfarenhet i barnets medvetande vid ett nästa tillfälle då ett äpple delas på ett annat sätt. Barnet kan då samtidigt uppfatta hur man delar just nu och hur det förhöll sig vid det tidigare tillfället. Något som aldrig varierar tas oftast för givet och blir då inte heller föremål för reflektion.

Såväl ting som människors agerande varierar i barns värld (Valsiner, 1989). Genom att exempelvis ting som stolar ser olika ut förstår barn vad det är som karakteriserar en stol. Genom att barn erfar många olika sorters stolar, oftast i relation till bord, förstår barn att man sitter på stolar medan man ställer saker på bord. Barnen uppfattar möblernas funktion utifrån sina upprepade erfarenheter och uppfattar det därför som "fel" om någon sitter på bordet. Stolar och bord kan variera, i storlek, stil, form, etc, medan funktionerna förblir desamma.

Studier har visat att det är mångfalden som ger barnet de pedagogiska möjligheterna till att utvecklas och lära (Doverborg & Pramling, op cit). Denna ansats är enligt vår uppfattning inte särskilt vanlig i förskolans och skolans institutionaliserade aktiviteter. Inom den utvecklingspedagogiska ansats som utvecklats med grund i fenomenografin har pedagogiska principer utarbetats (Pramling, 1996). Dessa pedagogiska principer är: *att få barn att tänka, reflektera och uttrycka sig på olika sätt samt att använda sig av den mångfald av sätt att tänka som barn ger uttryck för som ett innehåll i sig.*

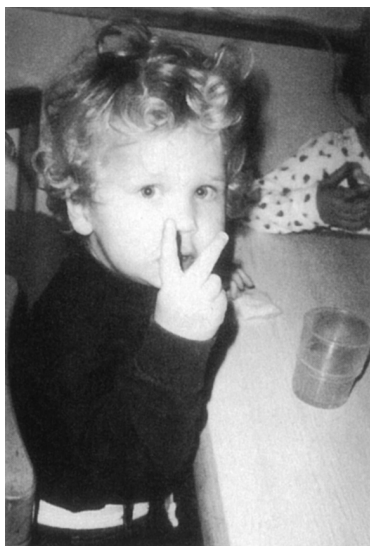
Dessa principer har prövats i förskolan, med framför allt äldre förskolebarn. Det har då visat sig att dessa barn har utvecklat en överlägsen förståelse för olika fenomen jämfört med barn som inte undervisats efter dessa principer (Pramling, 1988; 1994). I den utveck-

lingspedagogiska ansatsen ligger just ett antagande om att pedagogiska aktiviteter av olika slag kan bidra till att utveckla olika förmågor och förståelse hos barn.

De erfarenheter som gjorts från tidigare studier med äldre förskolebarn använder vi oss här av i arbetet med yngre förskolebarn och deras tidiga möten med matematik.

## Hur små barn börjar utveckla förståelse för antal

Innan barn kan räkna kan de skilja mellan grupper av 2 eller 3 föremål. Förmågan att med en ”blick” kunna skilja grupper åt är medfödd och brukar i engelsk litteratur kallas ”subitizing” (Fischer, 1992; Ekeblad, 1992). Barn i 2-årsåldern kan oftast skilja mellan 1, 2 och 3 föremål. 4 eller fler föremål brukar de kalla för många. Fischer (op cit) beskriver att han visade 4 föremål för yngre barn och frågade dem ”Hur många är det?” Det fanns då barn som höll upp 4 fingrar och sa ”Så många är det” utan att uttala fyra. Dessutom fanns det barn som sa att det är 2 och 2 till. Många barn i 2–4 års åldern visar antal genom att hålla upp ett visst antal fingrar. De visar sin ålder, hur många bilar de har, hur många godisbitar de vill ha, etc på detta sätt. Det är inte endast det muntliga språket som räknas som språk. Även ”fingervisning” kan ses som ett språk (Johnsen Høines, 1990).



Liknande sätt att gestalta talen 4 och 5 blev synliga då barnen i en förskola skulle få 4 eller 5 äppelklyftor. Detta uttryckte barnen genom att visa fram lika många fingrar som de ville ha äppelklyftor eller genom att säga att de ville ha *tex 2 och så 3 till* då de ville ha 5 klyftor, eller *2 klyftor och 2 till* för 4 klyftor.

En annan grupp barn i åldrarna 2:4–9 (2 år 4–9 månader), skulle få 3 russin var. Russinen var placerade på ett fat och barnen fick ta 3 russin var. Det blev då synligt att barnen tog sina russin på olika sätt;

- de som tog russinen ett efter ett tills de hade lagt upp 3 russin framför sig
- de som först tog 1 russin och sedan 2 till utan att räkna

- de som först tog 2 russin och sedan 1 till utan att räkna
- de som tog 3 russin direkt.

Barnen fick sedan i uppgift att på en teckning rita hur många russin de hade tagit och då tecknade samtliga barn sina russin. Många barn ville också rita 1 och 2 russin. Några barn tecknade 4–6 russin och sa att ”det är många”. Barnen försökte inte räkna russinen utan såg dem som många (Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999).

Fischer (1992) refererar till Descoeudres (1921/1946) som gjorde en observationsstudie där drygt 100 barn deltog. I denna studie fann han att en stor del av barnen benämnde räkneorden efter 2 eller 3 för ”många”. Han menar att barn måste ges möjlighet att möta antal på många olika sätt och i olika sammanhang så att de kan skapa sig en ”inre bild” av talen.

Hughes (1986) har visat på betydelsen av att barn får utgå från det som är konkret och känt för dem då de skall räkna. I en intervjustudie ställde Hughes två frågor till barn, en mer abstrakt fråga av matematisk karaktär och en fråga som innehöll ett för barnen känt sammanhang. Följande samtal med Amanda, (3:11), är enligt Hughes typiskt.

*Hughes:* Hur många är två och en? (Lång paus. Ingen respons.)  
Nå, hur många klossar är två klossar och en kloss?

*Amanda:* Tre.

*Hughes:* Jaha, så hur många är två och en?

*Amanda:* (Paus, sedan tvekande) Fyra.

*Hughes:* Hur många är en kloss och en kloss till?

*Amanda:* Två klossar.

*Hughes:* Så hur många är en och en?

*Amanda:* En, kanske.

Hughes, 1986, s. 46, förf:s översättning

Enligt Hughes ser inte Amanda något samband mellan de båda frågorna – den mer abstrakta frågan och frågan som hänger samman med klossarna. Att barn kan lösa ett konkret problem innebär inte automatiskt att de kan lösa motsvarande problem uttryckt i ett generellare matematiskt språk även om det handlar om små antal som 2 eller 3. Att uppfatta små antal och att urskilja dem i olika mönster är inte detsamma som att ha utvecklat ett generellt antalsbegrepp.

För att man skall kunna säga att ett barn har en antalsuppfattning måste deras förståelse enligt Gelman & Gallistel (1978) omfatta följande fem principer.

1. Principen om ett till ett korrespondens. Barnen måste kunna jämföra antalet föremål i två mängder genom att para samman föremålen två och två. Ett föremål från den ena mängden bildar par med ett föremål i den andra mängden.
2. Principen om den stabila ordningen betyder att barnen vid uppräkningskonsekvent använder en och samma sekvens av räkneord.
3. Kardinalprincipen innebär att barnen förstår att det sist uppräknade räkneordet också anger antalet föremål i den uppräknade mängden.
4. Abstraktionsprincipen betyder att alla föremål som ingår i en väl avgränsad mängd kan räknas oavsett slag av föremål.
5. Principen om godtycklig ordning betyder att man kan starta var man vill då man skall räkna föremålen i en mängd, men att inget föremål får räknas mer än en gång.

Gelman och Gallistel menar att dessa principer utvecklas med stigande ålder och att de är i det närmsta genetiskt nedärvda. Neuman (1998) visar i sin undersökning att dessa principer kan utvecklas på olika sätt hos olika barn och att vissa principer kan förstås samtidigt, utan någon hierarkisk ordning, beroende på barnens erfarenheter och intresse.

## Studiens uppläggning och genomförande

För att studera hur barns antalsuppfattning utvecklas i en stimulerande pedagogisk miljö har vi följt en pedagog i hennes medvetna och systematiska arbete med att utveckla barns antalsuppfattning. Vi kommer här att följa små barn när de utvecklar en begynnande förståelse för antal vilket kommer till uttryck i deras arbete med stjärnkort. En utvärdering och en jämförelse med en annan grupp barn i samma ålder görs också men kommer inte att redovisas här (se Doverborg & Pramling Samuelsson, manus).

## Hur gick arbetet till och vad hände?

Vi skall här följa hur man arbetar med att utveckla barns antalsuppfattning. Det hela börjar med att en av pedagogerna en dag av en händelse upptäcker att barnen är otroligt fascinerade av stjärnor. *Hon tar denna fascination och detta intresse hos barnen som utgångspunkt för att försöka utveckla deras förståelse för antal.* Hon tillverkar stjärnkort

som förvaras i en ask, vilken är indelad i fem fack. I varje fack finns kort med alternativt 1, 2, 3, 4 eller 5 stjärnor på. Stjärnmönstren ser ut som tärningsmönster.

Vid samlingen låter pedagogen barnen välja ett stjärnkort vilket de sedan sätter upp på en tavla vid sitt namn. Under ca 10 minuter, nästan varje dag i drygt tre månader arbetar pedagogen med barnen i olika steg vilka delvis utvecklas utifrån barnens kommentarer under tiden de arbetar med korten. En sekvens av aktiviteter utvecklas i samspelet mellan barnen och pedagogen, där hon tar hänsyn till barnens reaktioner och intressen. Denna sekvens kan sammanfattas med:

- att barnen får ta ett stjärnkort vars mönster de tycker är fint,
- att barnen får para ihop kort med samma antal stjärnor,
- att barnen får räkna stjärnorna på sitt kort,
- att barnen får jämföra kortradernas längd (längre–kortare–lika långa), längderna varierar beroende på hur många barn som valt de olika korten,
- att barnen får räkna efter hur många kort det är i de olika kortraderna,
- att barnen får välja ett kort själva och de uppmanas också att ta ett kort med ett givet antal stjärnor.

Låt oss nu i form av observationer följa några nedslag i hur arbetet praktiskt tar sig uttryck i barngruppen.

### **Barnen får ta ett stjärnkort vars mönster de tycker är fint**

Anna-Lena, pedagogen, skapar en otrolig spänning och barnen jublar då hon öppnar askens lock. Tillsammans tittar de på korten i facken och ser att det i det första facket finns kort med en stjärna på. I det andra facket finns det kort med två stjärnor på o s v tills det femte facket där korten har fem stjärnor. Anna-Lena gör barnen uppmärksamma på att stjärnornas mönster är de samma som prickmönstret på sådana tärningar som de har när de spelar spel.

*A-L:* Vet ni vad ni skall få göra nu? Ni skall få välja ett stjärnkort, precis vilket ni vill och det skall ni få sätta upp under ert namn. Mats, du får börja att ta ett stjärnkort.

Mats (2:5) går fram till asken och tar ett kort.

*A-L:* Vilket kort tog du Mats? Hur många stjärnor är det på kortet?

Mats pekar och räknar (svårt att uppfatta). Han sätter sitt kort under sitt namn. Kortet har två stjärnor.

A-L: Elin, du får ta ett stjärnkort.

Elin (3:2) tar ett kort och sätter det under sitt namn.

A-L: Vilket valde du?

Elin: 2! (ett kort med två stjärnor på).

A-L: Lars vilket stjärnkort väljer du? Hur många stjärnor är det?

Lars (2:11) håller fram kortet till Anna-Lena som frågar *Ska jag räkna?* Hon pekar på stjärnorna en efter en och räknar högt medan de övriga barnen tittar på med stor förtjusning. Hon säger *1, 2, 3...3 är det.* Därefter tar Lars kortet för att sätta upp det. Han lyfter då på sin namnskylt och sätter dit stjärnkortet på tavlan, och ovanpå stjärnkortet sätter han sin namnskylt. Anna-Lena uppmuntrar honom och säger att under också kan betyda att man kan sätta fast kortet nedanför sin namnskylt. Anna-Lena och Lars hjälps åt att flytta stjärnkortet och namnskylten och de sätter dit namnet och sedan stjärnkortet på flanotavlan.

A-L: Nu är det Annas tur.

Anna (2:10) tar ett kort.

A-L: Vilket kort valde du?

Anna pekar på stjärnorna och säger 5.

A-L: Nu får du sätta upp kortet under ditt namn. Nu är det Peters tur.

Peter (2:8) tar ett kort och börjar räkna 1, 2, 5 utan att Anna-Lena frågar honom hur många stjärnor det är.

A-L: Oj, det tog du, nu får du sätta upp det!

Peter har tagit ett kort med 3 stjärnor. Nu är det Lisas tur. Hon tar ett kort och säger *1, 2, 3.*

A-L: Jaha, Du valde det kortet. Nu får du sätta upp det.

Lisa (3:1) sätter kortet med två stjärnor under sitt namn.

A-L: Nu får du välja ett kort, Stig. Hur många stjärnor tar du?

Stig (2:11) håller upp kortet utan att säga ett antal eller att räkna.

A-L: Det valde du, Stig.

Stig sätter då upp sitt kort som det är 5 stjärnor på. *Bra!* ropar något barn.

*A-L:* Nu är det Magnus tur. Nu får vi se vad du väljer.

Magnus (2:11) tar ett kort, håller upp det och räknar tyst. Han säger 3, vilket det också är.

*A-L:* Så bra! Nu har alla satt upp sina stjärnkort. Nu skall vi titta på vilka stjärnkort ni valt. Stig har valt det där kortet, Lars det där kortet, Magnus det där kortet osv. Tänk vad ni kan! Vilka fina kort ni valt!

Anna-Lena vill i första hand att barnen skall få välja det stjärnkort som fascinerar dem. Hon kräver inte av barnen att de skall försöka räkna stjärnorna på sitt kort. Hon rättar heller inte någon som räknat fel. Likaså bejakar hon barnets sätt att tänka, som i Lars fall, när ordet under betyder olika för dem. Hon korrigerar inte barnen men visar på att det kan finnas olika sätt att uppfatta ett ord.

### Barnen får para ihop kort med samma antal stjärnor

En dag då barnen skall plocka ner korten upptäcker några barn att de har tagit ett likadant kort som någon annan i gruppen. Anna-Lena tar då vara på detta tillfälle och låter Lars, Anna och Lisa stanna kvar vid tavlan. Anna har upptäckt att hon har ”samma som” Peter och hon har därför satt sitt kort under Peters kort. Anna-Lena sätter upp en rad stjärnkort på det här sättet:



Anna-Lena säger att barnen skall få ta ett likadant kort och sätta det under något av de kort hon redan satt upp. Lars får börja och han tar ett kort med 2 stjärnor och sätter det under kortet med 4 stjärnor.

*A-L:* Lars, är det likadant?

Lars nickar men Anna säger: *Nej.* (Anna-Lena låter det passera.) Lisa får ta ett kort och tar ett med tre stjärnor på och sätter det där kortet med 3 stjärnor är uppsatt. Anna tar nästa kort och väljer ett kort med 4 stjärnor. Hon sätter det under kortet med 3 stjärnor.

*A-L:* Är de likadana?

*Nej,* svarar Anna och försöker se var det skall sitta. Det som komplicerar det hela är att Lars satt sitt kort med 2 stjärnor under raden

av kort med 4 stjärnor. Lars upptäcker vad han har gjort och tar bort kortet med 2 stjärnor och säger till Anna att det är där som hon skall sätta sitt kort.

*A-L:* Lars, var skall ditt kort sitta nu? Det som du har i handen?

Lars får då hjälp av Anna som pekar och visar honom var kortet med 2 stjärnor skall sitta.

*A-L:* Ja, just det. Där skall det sitta. Vem vill ta ett kort nu? Är det Lisas tur?

Lisa går fram och säger att hon tar ett likadant. Hon tar återigen ett kort med 3 stjärnor och sätter det i raden med kort med 3 stjärnor.

*A-L:* Lars, det är din tur.

Lars väljer en liten stund och tar sedan ett kort med 4 stjärnor på som han sätter i raden med 4 stjärnor.

*A-L:* Det är bra. Nu har du tagit ett precis likadant.

Anna ställer sig upp och vill fortsätta.

*A-L:* Ja, nu är det din tur.

*Anna:* Nu tar jag den igen.

*A-L:* Vilken är den likadan som, Anna?

Anna tittar och sätter kortet med 2 stjärnor under raden för två stjärnor.

*Lisa:* Nu är det jag,

*A-L:* Vill du igen, Lisa?

*Lisa:* Jag tar där igen, den (kortet med 3 stjärnor).

*A-L:* Ja, du tar den där igen.

Lisa pekar på raden med korten med 3 stjärnor och vill visa att den är den längsta raden. Anna vill igen.

*A-L:* OK. Nu tar du ett kort.

*Anna:* Den igen. (Tar kortet med 2 stjärnor.)

*A-L:* Ja visst, så bra. Nu är det Lars tur. Nu skall vi se vad Lars väljer. Vad tog du?

Lars visar fram sitt kort med 2 stjärnor.

*A-L:* Var skall du sätta det?

Lars sätter det under kortet med 4 stjärnor.

A-L: Lars, är det likadant?

Lars: Ja. (Anna-Lena låter det passera.)

A-L: Nu är det din tur, Lisa.

Lisa tar åter igen ett kort med 3 stjärnor och sätter upp det i raden med 3 stjärnor.

A-L: Ja, det är ett säkert kort.

Anna tar ett kort med 2 stjärnor och sätter det under Lars kort med 2 stjärnor. Det kort som han satt i raden med 4 stjärnor.

A-L: Det var likadant som Lars, men hur ser de ut som sitter ovanför?

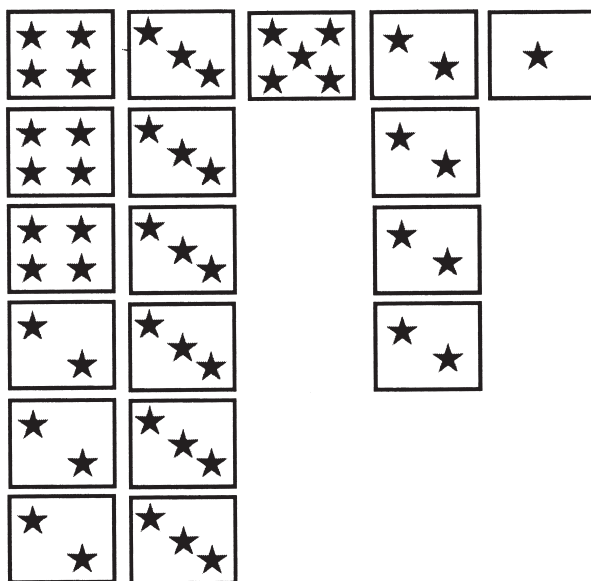
Ingen av barnen bryr sig om Anna-Lenas undran.

*Nu är det du Lisa*, säger Anna-Lena. Lisa tar direkt ett kort med 3 stjärnor och sätter kortet i den raden där det hör hemma.

A-L: Oj, nu är det fullt i den raden. Nu får du ta ett kort, Anna.

Anna tar åter ett kort med 2 stjärnor vilket hon sätter i den nya raden med kort med 2 stjärnor. *Nu Lars, får du ta det sista kortet*, säger Anna-Lena.

Lars tar än en gång ett kort med 2 stjärnor och sätter det under Annas kort.



Tillsammans tittar Anna-Lena och barnen på de kortrader som de satt upp. Anna-Lena ber Anna berätta vad hon ser. Hon har satt upp många kort med 2 stjärnor. Det är därför inte konstigt att hon säger att det är "mest" kort med 2 stjärnor. Lisa instämmer och pekar på den fjärde raden som innehåller kort med 2 stjärnor. Anna protesterar och visar på den första raden med stjärnkort. Lars upptäcker då att kort med 2 stjärnor finns uppsatta på två ställen. Han tar då och flyttar bort de kort med 2 stjärnor som finns i kortraden för 4 stjärnor. Anna-Lena undrar om barnen kan se om det är likadana kort som sitter i varje rad. Barnen står framme vid tavlan och tittar på rad efter rad och jämför korten innan de är överens om att de har tagit kort som är likadana i varje rad. Anna-Lenas syfte här är att låta barnen få sortera, para ihop och jämföra kort som har lika många stjärnor.

Detta är en övning som görs många gånger och oftast ser barnens val av kort olika ut och därmed också de kortrader som de sätter upp på tavlan. Barnen får leta efter det kort som är lika som deras eget kort och försöka att para ihop dessa. Oftast blir det rätt, men då det blir fel påpekar ibland något annat barn att det är fel, men om inte det barn som satt kortet fel själv reagerar på påpekandet låter pedagogen det passera utan kommentar. Pedagogen uppmanar barnen att jämföra korten och se de mönster som stjärnorna bildar.

### Barnen får räkna stjärnorna på sitt kort

A-L: Nu skall vi se vad Stig har tagit för kort idag?

Stig håller upp kortet som han tagit och säger 8, 5, 6, 7 och sätter därefter upp kortet som har 3 stjärnor. Nu är det Lisas tur. Hon tar ett kort med 3 stjärnor och Anna-Lena säger: *Det där kortet tog Lisa*. Lisa sätter upp kortet direkt och börjar sedan räkna 1, 2, 3, 4, 5 utan att Anna-Lena frågar henne om hur många stjärnor det är på kortet. Hon räknar upp räkneorden utan att peka på stjärnorna eller mot kortet.

*Nu skall vi se vad Mats tar för kort idag*, säger Anna-Lena. Mats tar ett kort vilket han håller framför sig. Han börjar räkna och pekar på stjärnorna under det att han säger 1, 8, 3. Han sätter därefter upp kortet vilket har 5 stjärnor. Anna säger att hon vill ta ett kort med en stjärna på vilket hon gör innan någon hinner reagera.

Nu är det Elins tur. Hon tar ett kort med 4 stjärnor och sätter upp det direkt. *Nu skall vi höra vad Elin tog för kort idag*. Elin tar ner kortet igen och håller det i handen och pekar på en stjärna i taget och räknar: 1, 2, 3, 4.

A-L: Såg ni vad Elin tog för kort? Såg ni att Elin räknade 1, 2, 3, 4, och 4 det var precis vad det var. Nu skall vi se vad Magnus tar idag?

Magnus tar ett kort och säger: *Samma som du, Anna, 1. Jag tog likadant som Anna.*

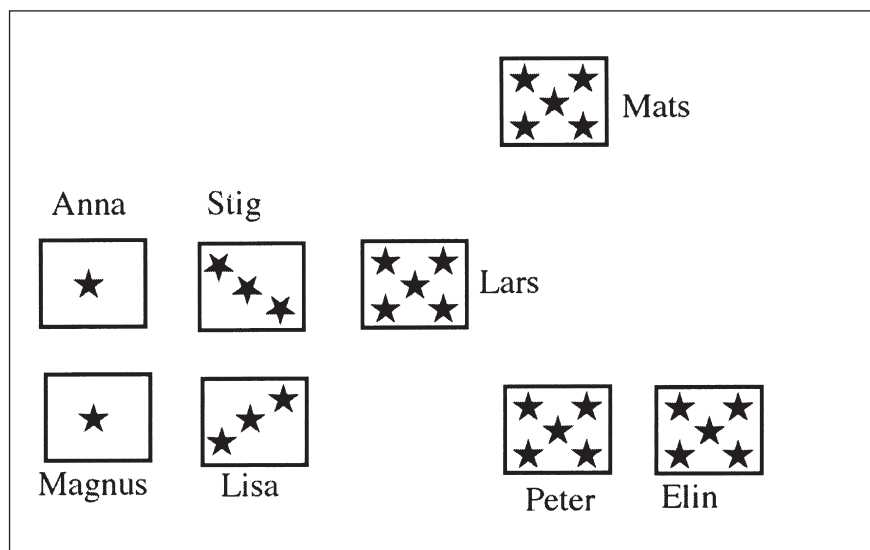
A-L: Du tog likadant som Anna, 1.

Anna tycker då att Magnus skall sätta upp sitt kort bredvid hennes namn och kort. Det gör han också. Lisa tar sitt kort och sätter det under Stigs kort. Elin vill plötsligt byta kort. Hon tar ner sitt kort med 4 stjärnor och sätter upp ett kort med 5 stjärnor. *Nu passar det bättre med Lars kort*, säger hon.

A-L: Anna har tagit 1 stjärna och Magnus har också 1. Stig har tagit 1, 2, 3 och Lisa har tagit 1, 2, 3, ... 3 stjärnor på sina kort. Lars har 1, 2, 3, 4, 5 och Mats har 1, 2, 3, 4, 5 och Elin har 1, 2, 3, 4, 5, ... 5 stjärnor på sina kort.

Peter, har du samma som någon annan?

Elin säger då *samma som mitt* och går fram för att flytta hans kort bort till sitt.



Anna-Lena betonar här själva räknandet av stjärnorna och hur många de är på varje kort. Barnen grupperar själva korten och engagerar sig i varandras val av kort. Anna-Lena har en tillåtande attityd som accepterar att man vill byta kort och att man räknar på sitt eget sätt.

## Barnen får jämföra kortradernas längd

Efter det att barnen har satt upp sina kort uppstår en diskussion om vilka kort de valt och hur långa kortraderna blev.

A-L: Nu Elin får du tala om vem du har likadant som idag.

Elin går fram till tavlan och tittar. Hon tar Annas kort och sätter det under sitt eget. Anna protesterar, det går inte bara att ta hennes kort och flytta på det utan att hennes namn också flyttas med.

A-L: Ja, Anna och Elin har likadana kort. Mats, vem har lika många stjärnor på sitt kort som du?

Han pekar då på Elin och Annas kort.

A-L: Ja, där kan du sätta ditt kort och ditt namn.

Lisa tar sitt kort och sätter det under Stigs kort.

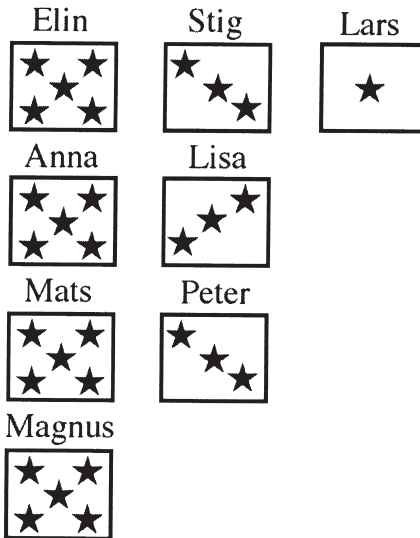


Det är tre stjärnor men korten är vända olika men det bekymrar inte barnen.

A-L: Titta nu Magnus, vilken rad skall det vara i?

Magnus sätter sitt kort i raden för 5 stjärnor. Peter tar sitt kort och sätter det under Lisas kort. Lars har tagit ett kort med 1 stjärna på och sätter det kortet för sig.

Här är inte huvudsyftet att räkna antal stjärnor utan att gruppera korten och se hur raderna ser ut. De samtalar om den längsta–kortaste–mittenlänga raden och hur man ser att det är den längsta eller kortaste raden osv. Läraren försöker göra barnen uppmärksamma på hur många slags stjärnkort det finns och hur frekventa de olika korten är.

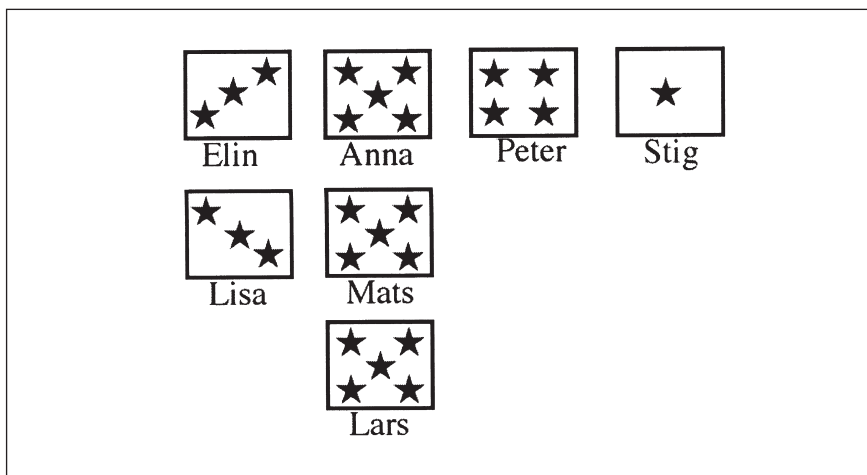


## Barnen får räkna efter hur många kort det är i de olika kortraderna

Vid ett annat tillfälle har barnen än en gång valt kort och satt upp dem i grupper.

A-L: Har ni sett att både Anna, Mats och Lars har tagit lika många stjärnor idag. Hur många är det på ditt kort, Lars?

Peter ser att det bara är han som har ett kort med 4 stjärnor på och att det bara är Stig som har 1 stjärna på sitt kort.



Hur många kort är det i den längsta respektive kortaste raden? Hur många fler i den längsta än i mellanraden? Osv. Här är inte huvudsyftet att räkna antal stjärnor utan att gruppera korten och se antalet kort i varje kortrad.

Eftersom barnen väljer olika vid olika tillfällen varierar de grupper som korten bildar. Ibland kan alla fem stjärnkortsvarianterna vara representerade men ibland kan det bara vara två alternativ.

Vid ett annat tillfälle räknar Anna-Lena upp alla barn som tagit ett kort med 3 stjärnor. *Hur många kort är det som har 3 stjärnor?* Lisa räknar efter och säger att det är 5 kort. Anna-Lena fortsätter och säger att Mats och Anna tog kort med 1, 2, 3, 4, 5 stjärnor på. *Vilket stjärnkort är det flest av? Tre-korten*, ropar några barn i munnen på varandra. Anna-Lena håller upp ett kort med 1 stjärna på och säger att ingen tog ett kort med 1 stjärna idag. Och ingen tog ett kort med 2 stjärnor och ingen tog kort med 4 stjärnor, (hon håller upp korten och alla tittar). *Ingen valde de korten idag! Va spännande!* säger hon och kommenterar antal kort, flest, inte så många m m.

## Barnen får välja ett kort var och uppmanas också att ta ett kort med ett givet antal stjärnor

Arbetet med stjärnkorten hade pågått intensivt nästan varje dag under ca 3 månader. Efter ett längre uppehåll börjar barnen åter intressera sig för stjärnkorten. Pedagogen uppmärksammar då att alla barn med stor säkerhet kan ta ett kort och sedan tala om hur många stjärnor det är på kortet.

Här följer ett exempel på ett tillfälle då barnen får välja ett kort och också ta ett kort med ett av pedagogen bestämt antal stjärnor.

A-L: Nu skall Lars få välja.

Lars tar ett kort med 2 stjärnor på och sätter det nedanför sitt namn.

A-L: Vad var det?

Lars: 1, 2.

A-L: 2 valde du. Nu kan du få ta ett kort med 4 stjärnor på.

Han tar rätt kort direkt och sätter upp det under det andra kortet.

A-L: Bra, det var det. Men Lars hur många stjärnor var det på kortet som du tog?

Lars: 1, 2, 3 ...4. (Pekar och räknar.)

A-L: Hur kan man veta det?

Lars: Man kan räkna dem.

Nu är det Mats som skall få ta ett kort och sätta fast det under sitt namn. Han tar ett kort och sätter upp det. *Han tog 5*, säger något av barnen i gruppen. Anna-Lena frågar hur många stjärnor han har på sitt kort. Han pekar då på varje stjärna och räknar tyst och säger sedan: 5.

A-L: Nu skall du få ta ett kort med 3 stjärnor.

Mats tar ett kort med 3 stjärnor direkt.

A-L: Hur kunde du veta att det var 3 stjärnor på kortet?

Mats: Vet inte!

A-L: Nu är det Lisa. Nu är det spännande att se vad det är för kort Lisa tar.

Lisa tar ett kort med 5 stjärnor på.

A-L: Hur många stjärnor är det på ditt kort?

*Lisa:* 5 ... 1, 2, 3, 4, 5.

*A-L:* Nu skall du ta ett kort med 4 stjärnor på.

Lisa tar kortet direkt.

*A-L:* Men Lisa hur kan du veta att det är 4 stjärnor på det kortet.

*Lisa:* Det såg jag.

*A-L:* Hur kan du se det?

*Det såg jag*, säger flera barn medan ett barn säger: *Men inte jag*. Magnus tar ett kort med 5 stjärnor.

*A-L:* Hur många stjärnor är det på ditt kort?

*Magnus:* 1, 2, 3, 4, 5. (Pekar och räknar.)

*A-L:* Kan du också ta ett kort med 3 stjärnor?

Han pekar direkt på kortet och säger: 1, 2, 3.

*A-L:* Hur kan du veta att det är 3?

*Magnus:* Jag räknade först så hörde jag. Jag räknade så här 1, 2, 3, ... 3, så här.

Nu är det Peters tur att välja ett kort. Han tar ett kort med 4 stjärnor på.

*A-L:* Peter hur många stjärnor var det nu på det kortet?

*Peter:* 1, 2, 3, 4. (Pekar och räknar)

*A-L:* Nu skall du få välja ett kort med 3 stjärnor.

Han tar rätt kort direkt.

*A-L:* Hur kunde du veta det, att det var 3 stjärnor på det där kortet?

*Peter:* 1, 2, 3. (Pekar och räknar.)

Nu är det Elins tur. Hon går fram och tar ett kort direkt.

*A-L:* Vad valde du Elin?

Elin svarar snabbt: 1.

*A-L:* Kan du också välja ett kort med 5 stjärnor på?

Hon tar direkt ett kort med 5 stjärnor.

*A-L:* Hur kunde du veta det?

*Elin:* Jag bara såg.

*A-L:* Nu får vi se vad Anna tar för kort. Nu blir det spännande att se.

Anna tar ett kort med 5 stjärnor och sätter upp det direkt.

*A-L:* Hur många stjärnor valde du?

*Anna:* 1, 2, 3, 4, **5**. (Pekar och räknar.)

*A-L:* Kan du nu ta ett kort med 4 stjärnor på.

Anna tar direkt ett kort med 4 stjärnor och sätter upp det.

*A-L:* Hur kunde du veta att det var 4 stjärnor på det kortet?

*Anna:* Jag bara såg det.

Nu är det Stigs tur.

*A-L:* Nu skall vi se vad Stig väljer, det blir spännande.

Han tar ett kort med 3 stjärnor.

*A-L:* Hur många stjärnor valde du Stig?

*Stig:* 3. (Svarar direkt.)

*A-L:* Kan du nu ta ett kort med 4 stjärnor på.

Han tar direkt ett kort med 4 stjärnor.

*A-L:* Hur kunde du veta att det var 4 på det kortet?

*Stig:* Jag bara visste!

*A-L:* Hur då?

*Stig:* Jag såg det!

De mönster av aktiviteter som vi beskrivit ovan kan ses som en utvärdering av de aktiviteter som pedagogen genomför som en del av verksamheten. Hon får på så sätt en respons på sitt eget arbete och barnens förståelse (Doverborg & Pramling, 1985; 1988).

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att då barnen får välja det kort de själva vill kan samtliga barn tala om hur många stjärnor det är på kortet.

Samtliga barn, förutom Stig och Elin, räknar varje stjärna på det kort som de själva valt då de får frågan *Hur många stjärnor är det på ditt kort?* Ett barn svarar snabbt att det är 5 men börjar ändå räkna 1, 2, 3, 4, **5**. Det sist uppräknade räkneordet betonar barnet för att markera hur många stjärnor det är totalt på kortet (se tex Neuman, 1987). Stig däremot svarar direkt att det är 3 stjärnor på hans kort

utan att räkna efter. Elin valde ett kort med 1 stjärna vilket inte ger tillfälle till uppräknings.

Barnen väljer kort med olika antal stjärnor. Fyra av barnen tar var sitt kort med 1, 2, 3 eller 4 stjärnor på. De övriga fyra barnen väljer kort med 5 stjärnor på.

Det visar sig att barnen har olika tankar om varför de valde just kortet med 5 stjärnor. Skälen kan vara att det är ”mest stjärnor”, man tycker att ”det är det finaste kortet” eller att ”man valde det igår”.

Då barnen uppmanas att ta ett kort med ett bestämt antal stjärnor på kan samtliga barn ta rätt stjärnkort direkt. De kort som barnen uppmanas att ta har mellan 3 och 5 stjärnor. Beroende på vilket kort de själva valt tidigare uppmanar Anna-Lena dem att ta ett visst kort, dvs hon ger dem uppgiften att ta ett annat kort än det de själva valt.

Då Anna-Lena frågar barnen hur de kan veta hur många stjärnor det är på kortet som de har uppmanats att ta vid detta tillfälle, ger de uttryck för det på olika sätt. Ett barn säger att han *inte vet* men han har tagit rätt kort med 3 stjärnor på. De övriga barnen talar antingen om att de bara såg det (4) eller att de räknade (3). Barnen som sa att de *bara såg* hur många stjärnor det var på kortet hade blivit ombedda att ta ett kort med 4 eller 5 stjärnor på. Barnen som pekade på och räknade stjärnorna hade blivit ombedda att ta ett kort med 3 eller 4 stjärnor.

Det finns en skillnad bland barnen som räknade. Då Anna-Lena undrar hur de kan veta antalet börjar någon att peka på stjärnorna och räkna dem stjärna för stjärna medan någon annan säger att man kan räkna och slutligen ett barn som förklarar hur han gör: *Jag räknade först så hörde jag. Jag räknade så här 1, 2, 3... 3 så här*. Man kan anta att dessa tre olika sätt att svara på frågan hur de vet, är uttryck för barnens metakognitiva nivåer, dvs deras medvetenhet om sitt eget tänkande (Pramling, 1983; 1986).

## Sammanfattning och diskussion

Vi ser hur barnen gradvis skapar en förståelse för antal upp till fem. Vi redovisar hur *en målmedveten pedagog lyckats fånga barns intresse och det som barn spontant börjar uppfatta* för att utveckla arbetet på ett sätt som kan betraktas som en progression. *Vissa saker som barnen gör och funderar över leder till att pedagogen skapar nya utmaningar för barnen*. Man kan säga att innehållet utvecklats i interaktion med barnen.

Barnen har fått möjlighet att reflektera och uttrycka sina tankar i ord och handling. Detta är en ansats som flera gånger tidigare visat

sig ge positiva effekter i förskolan i form av en mer utvecklad förståelse, både för det egna lärandet och för olika aspekter av sin omvärld (Pramling, 1988; 1994; 1996).

Om eller hur man arbetar med små barn och matematik hänger sannolikt samman med hur man uppfattar vad matematik är och hur man tror att barns matematiska förmåga visar sig eller grundläggs i förskolan och skolan. Fejdes (1997) undersökningsgrupp, bestående av både förskollärare och lågstadielärare ger uttryck för att de uppfattar matematisk begreppsutveckling hos barn relaterat till: vardagskunskaper, matematikboken, de fyra räknesätten, logiskt tänkande eller sociala faktorer. Självklart blir det också då så att det som man uppfattar som matematik är det som avgör vad man arbetar med inom detta fält eller väljer bort att arbeta med om man tycker att barnen ännu inte är mogna för detta (Doverborg, 1987).

Som vi ser har barnen börjat utveckla en antalsuppfattning åtminstone upp till fem. Detta visar sig inte endast i den gjorda utvärderingen, utan också på många sätt i barnens spontana lek och i deras sätt att tänka. En sådan episod utspelar sig i byggleken. Barnen bygger ett större antal torn och på varje torns topp är det placerat olika antal små klossar. Antalet klossar varierar mellan 1 och 5. Barnen talar om att tornen är olika gamla och att man kan se deras ålder genom att räkna de små klossarna på toppen. Anna säger *Det är ett 2-års torn och det där är ett 5-års torn!*

Vid ett annat tillfälle sitter barnen och målar. När ett barn målar en cirkel säger att annat barn att det är en nolla. Exempelen kan mångfaldigas, men det är viktigt att notera att barnen har gjort delar av det matematiska språket och de matematiska begreppen till sina. Dessa bildar en del av barnets erfarenhetsvärld och därmed får barnen också möjlighet att erfara vardagen i matematiska termer. Låt oss gå tillbaka till Gelman och Gallistels (se sid 103) fem principer för att ha utvecklat en antalsuppfattning. Att barn kämpar med att utveckla en förståelse genom att på sitt sätt använda sig av dessa principer har vi sett många bevis på. Vissa barn bildar exempelvis par mellan sina fingrar och stjärnorna (princip 1). En del barn räknar stjärnorna genom att använda sig av räkneordssekvenser medan andra väljer de räkneord som de kommer på som tex 8, 5, 3, 1 (princip 2). När det gäller princip 3 ser vi att många barn, då de räknar stjärnorna, gör det genom att räkna 1, 2, 3, 4... 4 är det. Barnen vet alltså att det sist uppräknade räkneordet talar om det totala antalet stjärnor. De som ännu inte utvecklat en kardinalprincip räknar föremålen en gång till om de får frågan: *Hur många är det?* Alla barn uppfattar att stjärnorna går att räkna (princip 4), och att man kan börja räkna stjärnorna var som helst på korten, men varje stjärna får bara räknas en gång (princip 5).

Barns lärande, språk och identitet är tre aspekter som i barnets erfarenhetsvärld inte kan skiljas åt (SOU 1997:108). Begreppen och språket är det man lär sig, men det är också via språket och begreppen som man lär sig om sig själv och sin omvärld. Att starta det livslånga lärandet inom matematiken betyder just att ge barn möjlighet att utveckla språk och begrepp som är användbart inom detta fält. Vi har sett åtskilliga bevis på att små barn gjort detta redan före fyra års ålder då man systematiskt arbetat med det.

Men det är också viktigt att notera att man arbetar på ett alldeles bestämt sätt. Pedagogen har ett mål, en intention med sitt arbete med barnen. *Men det är hela tiden barnen och deras värld som är i centrum.* Vi kan tex se i dialogerna att pedagogen aldrig rättar någon utan alla idéer uppmuntras. Barnen rättar varandra spontant ibland, precis som barn gör i leken. Med största sannolikhet uppfattar barn korrigeringar från andra barn annorlunda än rättningar från vuxna. Barns erfarenhetsvärld är i centrum genom att tillfällena till lärande präglas av agerande, kommunikation, reflektion och ett stödande av mångfalden av idéer och tankar (Doverborg & Pramling, 1995). Clay (1996) säger just att poängen med att ta utgångspunkt i varje enskilt barns erfarenhetsvärld är att bygga lärandet på maximal kommunikation, eftersom barn självklart befinner sig på sin individuella nivå när de kommunicerar med andra. Att kommunicera kräver att man är engagerad och intresserad, att man har sin uppmärksamhet inriktad mot att skapa mening och att förstå något.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att resultaten från denna studie tyder på att utvecklandet av antalsuppfattning inte bara är en fråga om barns ålder eller mognad, utan framförallt en fråga om vad pedagogen riktar barns uppmärksamhet mot och att man *utnyttjar barns erfarenheter och intresse*. Pedagogen ger här ett exempel på att hon lyckats med den svåra konsten att ha en egen avsikt (vad hon vill att barn skall lära sig), att skapa situationer som fångar barns intresse samt låtit barnen vara de som lär sig. Hon har medvetet synliggjort matematiska begrepp och problematiserat dessa. Detta förfarande är nu formulerat som ett mål för förskolan att sträva mot, som en del i det livslånga lärandet (Utbildningsdepartementet, 1998; SOU 1997:157; Pramling Samuelsson & Sheridan, 1999).