



Förstå och
använda tal
– *en handbok*

Alistair McIntosh

NSMO

NCM

Syfte

- Hjälpa lärare att förebygga missuppfattningar och svårigheter genom god undervisning
- Utveckla elevers taluppfattning så långt deras förmåga räcker – för fortsatta studier, för vardags- och arbetsliv.
- Lyfta fram gruppens och enskilda elevers styrkor och ev missuppfattningar och svårigheter – som underlag för fortsatt undervisning

Perspektiv på Number sense och taluppfattning

En elev med ”number sense”

- tittar på ett problem i sin helhet innan hon går in på detaljer
- letar efter samband mellan tal och operationer och tar hänsyn till ett problems sammanhang
- väljer att hitta en metod som stämmer med den egna förståelsen av sambandet mellan tal, eller mellan tal och omvärld och strävar efter den mest effektiva representationen eller tolkningen av den givna uppgiften
- använder hållpunkter eller ”benchmarks” för att bedöma tals storlek
- känner igen orimliga resultat på uträkningar när man på vanligt sätt reflekterar över svar (B. Reys & R. E. Reys, 1995)

Kursplanen: Matematik utgår från begreppen TAL och RUM

Kommentarer till grundskolans kursplan och
betygskriterier, 1997

Taluppfattning (Number sense)

Relationer inom tal, talet 7:

0 och 7, 1 och 6, 2 och 5, 3 och 4

Relationer mellan tal:

6 är ett mindre än 7, 9 är två mer än 7

Relationer mellan tal och omvärld

Vi är fem i familjen, två vuxna och tre barn

Generella ståndpunkter

Matematik kan ses som ett nätverk av sammanlänkade begrepp, idéer, fakta och processer. Arbetet med tal och räkning är mycket rikt på sådana samband.

Forskning visar att lärare kan vara riktigt effektiva när de medvetet kopplar samman det kunnande som eleven ska utveckla med det eleven redan kan och när det förankras i elevernas verklighet och hur det används i skolan.

- Vilja att lära
- Effektivt lärande – arbeta med utmaningar och problem. Utgå från laborativt material, samtal, argumentation
- Laborativt arbete och matematiska samtal leder på sikt till inre representationer
- Översättning mellan inre representationer och matematiskt symbolspråk
- Befäster, återkopplar idéer och färdigheter som grund för fortsatt lärande

Förstå och använda tal

-en handbok

Handbok

Didaktiska texter

I Att förstå tal

II Att förstå operationer
med tal

III Att göra beräkningar

Aktiviteter

Användbara för olika
innehåll och på olika
nivåer

Guide

för elevintervju

ncm.gu.se/handboken

Översikt

över sammansättningen av
testuppgifterna

Test

10 nivåer

(förskoleklass och grundskola)

Elev- och lärarversion

Kommentarer till varje uppgift

Sammanställningsunderlag med
hänvisning till relevant kapitel i
Handboken

Översikt

Generell utveckling

Vad bör elever kunna?

Begreppsprogression

Förstå TAL

- Antalskonservation
- Räkneord och räkning
- Positionssystemet
- Tal i bråkform
- Tal i decimalform
- Tal i bråkform, decimaltal och procentform
- Negativa tal
- Uppskattning och överslagsräkning

Förstå OPERATIONER MED TAL

- Addition och subtraktion, olika representationer,
- Multiplikation och division, olika representationer
- Multiplikation och division med tal mellan 0 och 1
- Användning av parenteser
- Att välja beräkningsmetod

ATT GÖRA BERÄKNINGAR

- Grundläggande tabellkunskaper, addition och subtraktion
- Grundläggande tabellkunskaper, multiplikation och division
- Generalisering av tabellkunskaper, addition och subtraktion
- Generalisering av tabellkunskaper, multiplikation och division
- Huvudräkning, addition och subtraktion
- Huvudräkning, multiplikation och division
- Skriftliga beräkningar, addition och subtraktion
- Skriftliga beräkningar, multiplikation och division
- Att använda miniräknare

Introduktion till området

Kända svårigheter och missuppfattningar

Om undervisningen

Dagens tal

15

Hitta summor, skillnader, produkter, kvoter där
dagens tal är svaret.

Öppet

Fastslå förutsättningar

KARTLÄGGNING OCH ANALYS

Översikttest

- Tio nivåer + extra uppgiftsbank
- Elevversion, lärarversion – med kommentarer
- Sammanställning
- Handledning till test

Handledning till elevintervjuer

Kända svårigheter och missuppfattningar räkneord och antal

- Koppla samman räkneord och siffersymboler.
- Talspråk och skriftspråk
- Tiotalsövergångar
- Stegräkning

- Räkna ofta i kör framåt och bakåt på räkneramsan. Det hjälper eleven att befästa mönstret i talföljden.
- Räkna framåt och bakåt i steg om två, fem och tio från 0 respektive 100.
- Räkna framåt och bakåt i steg om två, fem och tio från vilket tal som helst (70, 23, 82...).
- *Skriv* aktuella talföljder.

1	3	5	7	9
11	13	15	17	19
- Arbeta med talföljder med hjälp av miniräknaren. Eleven säger vilket tal som följer på det aktuella talet och kontrollerar med den programmerade miniräknaren.

*Kända svårigheter och missuppfattningar
positionssystemet*

En grupp föremål som en enhet

Tiotalsövergångar

41 istället för 14

”tvåhundrafyra”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

100 - kvadrat

Undersök slutsiffran i varje kolumn och startsiffran i varje rad.

Leta efter en rad där alla tal börjar med 5.

I vilken kolumn slutar alla tal med 2?

Starta på talet 14 och räkna på 10 – sekvensen.

Vilka tal är multiplar av 2. Ringa in dem. Vilka mönster ser du? Vilka ental återkommer?

Gissa mitt tal

Jag tänker på ett tal som är större än Men mindre än ... Mitt tal är udda och ...

.....

Rama in flera 2 x 2-rutor på olika ställen i kvadraten. Lägg ihop talparen diagonalt inom varje ram. Vad upptäcker du?

Välj två angränsande tal, mindre än 50. Visa dem inte för någon. Addera talen och markera summan på 100-kvadraten. Utmana en kompis att komma på starttalen.

Exempel test 4

(kap 4)

Bo delade sitt äpple i halvor. Sedan delar han ena halvan mitt itu. Hur många äppelbitar har han nu?

Hur stor del av hela äpplet är en av de minsta bitarna?

Hälften och fjärdedel.

Exempel nivå 5

(kap 4)

Rita en ring runt en tredjedel av stjärnorna.



Bråk som del av en mängd.

Rita en ring runt det största talet

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{6}$$

$$\frac{4}{5}$$

Relativ storlek på tal i bråkform. Ju större nämnaren är desto mindre är delen, om täljaren är densamma.

Kända svårigheter och missuppfattningar

Användning av bråkuttryck

Jag vill ha den största halvan

Representation av bråkform

Tre delar tredje delen

Vardagssituationer

notation

Stambråk

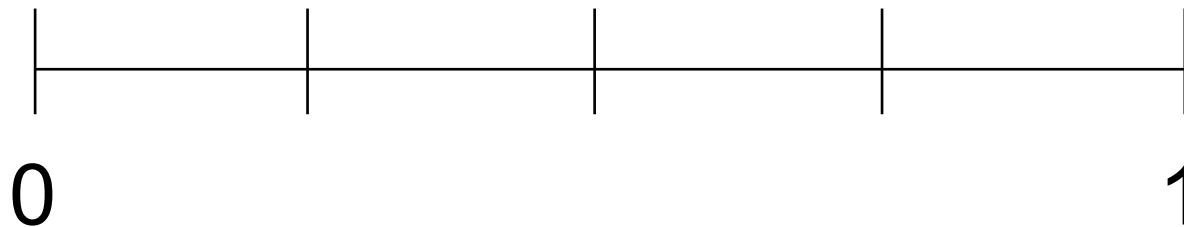
Storlek

Nio är större än tre därför är en niondel större än en tredjedel

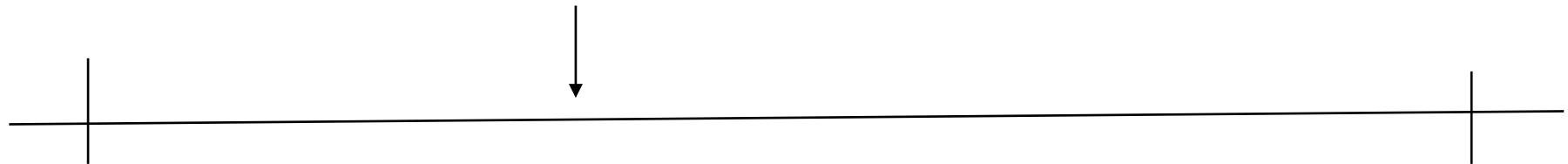
Utbytbara bråk

Relativ storlek

Tallinjen



Uppskattning och överslagsberäkning



Exempel nivå 2

(kap 8)

(Visa en bild med 18 tydliga, klart åtskilda, oregelbundet placerade objekt i 3 sek, inte mer.)

Ungefär hur många saker såg du?

Uppskattning av ett litet antal samt bedömning av rimligheten i svaret. Svar mellan 12 och 30 är rimligt och tyder på känsla för storleken av den aktuella mängden.

Exempel nivå 7

(kap 8)

Ungefär hur många dagar har du levt? Ringa in det tal som är närmast.

400

4000

40 000

400 000

*Uppskattning och bedömning av svarets rimlighet.
Förutsätter att eleven vet hur många dagar det är på ett år och kan beräkna att på 10 år är det mellan 3000 och 4000 dagar*

Exempel nivå 8

(kap 8)

Vilken summa är större än 1? Avgör utan att räkna. Gör en ring om ditt svar.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{9} + \frac{4}{7}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{6}{13}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$$

Uppskattning av storleken på tal i bråkform med olika nämnare och rimlighetsbedömning av svaret. Elever som tänker algoritmiskt försöker lägga ihop bråkuttrycken i respektive par. Elever med god taluppfattning jämför ofta varje bråkuttryck med en halv.

Kända svårigheter och missuppfattningar

En uppskattning är detsamma som en vild gissning.

Tals placering på tallinjen.

För att kunna uppskatta måste man först räkna ut svaret.

Arbeta med uppskattning när antalet är större än eleverna kan subitiserar.

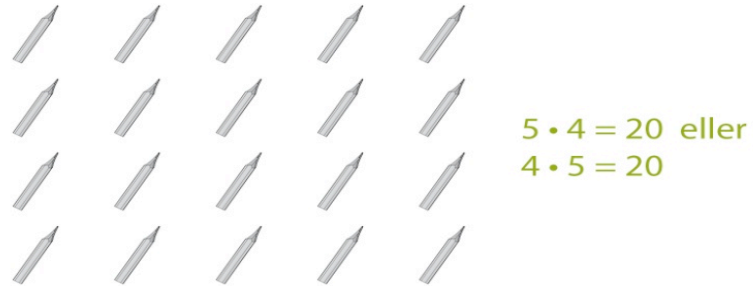
Daglig aktivitet.

Utveckla referenspunkter.

Utveckla och diskutera användbara strategier.

Diskutera vilken grad av precision som är nödvändig och varför.

- 15 Skriv en multiplikation som visar hur många pennor det finns på bilden. (10)



- 16 Olle har lagt tegelstenar i högar. Hur många högar med 3 i varje har han lagt? (10)



- 17 Det står fem godisskålar i skåpet. I varje skål ligger femton karameller. Vilket räkneexempel berättar om hur många karameller det finns? Gör en ring om det svar du tycker stämmer. (10)

$5 + 15$

$15 - 5$

$5 \cdot 15$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Kommentarer

- Uppg. 15 Att formulera ett rimligt räkneexempel som passar till en given bild, tyder på god förståelse av funktionen. Elever som är ovana vid denna aktivitet kan uppfatta den som svår. Ett additionsexempel ($5+5+5+5=20$) visar inte att eleven förstår sambandet mellan mönstret i bilden och multiplikation.
- Uppg. 16 Ser eleven bilden som fyra grupper, inte bara som 12 enskilda stenar? Förmågan att se en samling av objekt som ett objekt och som kan räknas som ett, kan ses som en kritisk punkt för såväl multiplikation som positionsvärde.
- Uppgift 17 Uppfattar eleven sambandet mellan en räknehändelse och den formella skriftliga formen? Denna uppgift skiljer avsiktligt mellan förmåga att känna igen operationen från förmågan att göra beräkningen.

Översiktsdiagnosen leder till frågor

- Varför gör eleven särskilda misstag?
Vilka bakomliggande faktorer finns i form av missuppfattningar eller bristande kunskaper?
- Vilken typ av åtgärder behöver eleven?
- Vad innebär detta för min undervisning?

Intervjuunderlag – råd och riktlinjer

En intervju är inte ett undervisningstillfälle!
Elevens tänkande är i centrum.

Eleven står för ”pratandet” under intervjun.

Eleven får ett par uppgifter som hon tidigare har besvarat korrekt.

Läraren håller sig neutral och ger varken positiv eller negativ respons.

Generella ståndpunkter

- Fel som beror på dålig begreppsförståelse är inte slumpartad. Det är resultatet av att eleven försöker förstå situationer, genom att använda logik som inte passar in i situationen.
- Dessa missuppfattningar grundar sig ofta på bristande erfarenheter eller olämplig undervisning.
- Det ska finnas utrymme för att memorera viktiga fakta, till exempel grundläggande multiplikationsfakta, men det är lämpligt när eleven helt förstår idéerna och sambanden till andra fakta och när eleven kan härleda fakta, om det är bortglömt. Lära utantill är inte en inledande aktivitet.

Kända svårigheter och missuppfattningar

Multiplikation och division (representationer, berättelser, symboler)

- elevens förmåga att uppfatta en samling av objekt som en enhet (jfr ett tiotal, ett hundratal etc.).
- eleven missuppfattar symbolen för multiplikation
- eleven uppfattar inte att multiplikation representerar situationer där lika stora mängder adderas successivt
- eleven har en begränsad uppfattning av multiplikation, enbart som upprepad addition
- multiplikation leder alltid till något större och division till något mindre

Division är mer komplext än multiplikation eftersom två distinkta situationer (delningsdivision och innehållsdivision) kan representera samma uttryck tex.

20/5

Om jag delar ut tjugo pennor till fem personer så får de fyra pennor var.

Om jag klipper fem cm långa remsor från ett band som är tjugo cm långt, så får jag fyra sådana remsor.

Att översätta från en situation till symbolspråk

12/3 uttalas som:

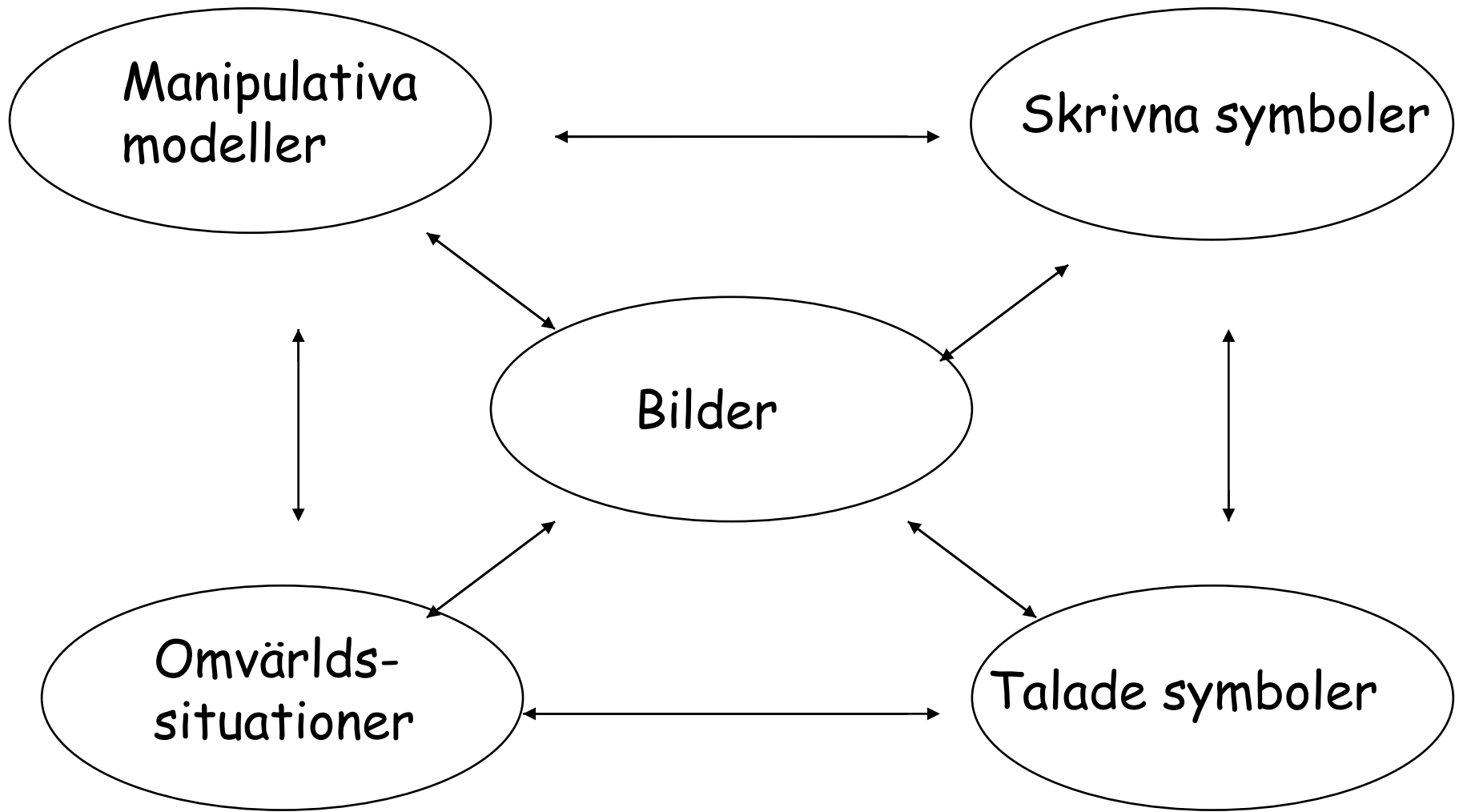
*tolv dividerat med tre..., eller
tre går i tolv...*

Språkligt kastar vi om de två talens positioner (3/12)

Föreställningar om multiplikationens tvådimensionella karaktär kan fördjupas och utvidgas till förståelse för

- multiplikation med tal i bråkform och decimalform
- den kommutativa, associativa och distributiva lagen för multiplikation
- multiplikationens relation till areabegreppet
- huvudräkning och algoritmräkning





TANKETAVLAN

- I grupp – kommunicera och argumentera, skärpa tanken.
- Individuellt – synliggöra djupet av kunskande om ett specifikt innehåll

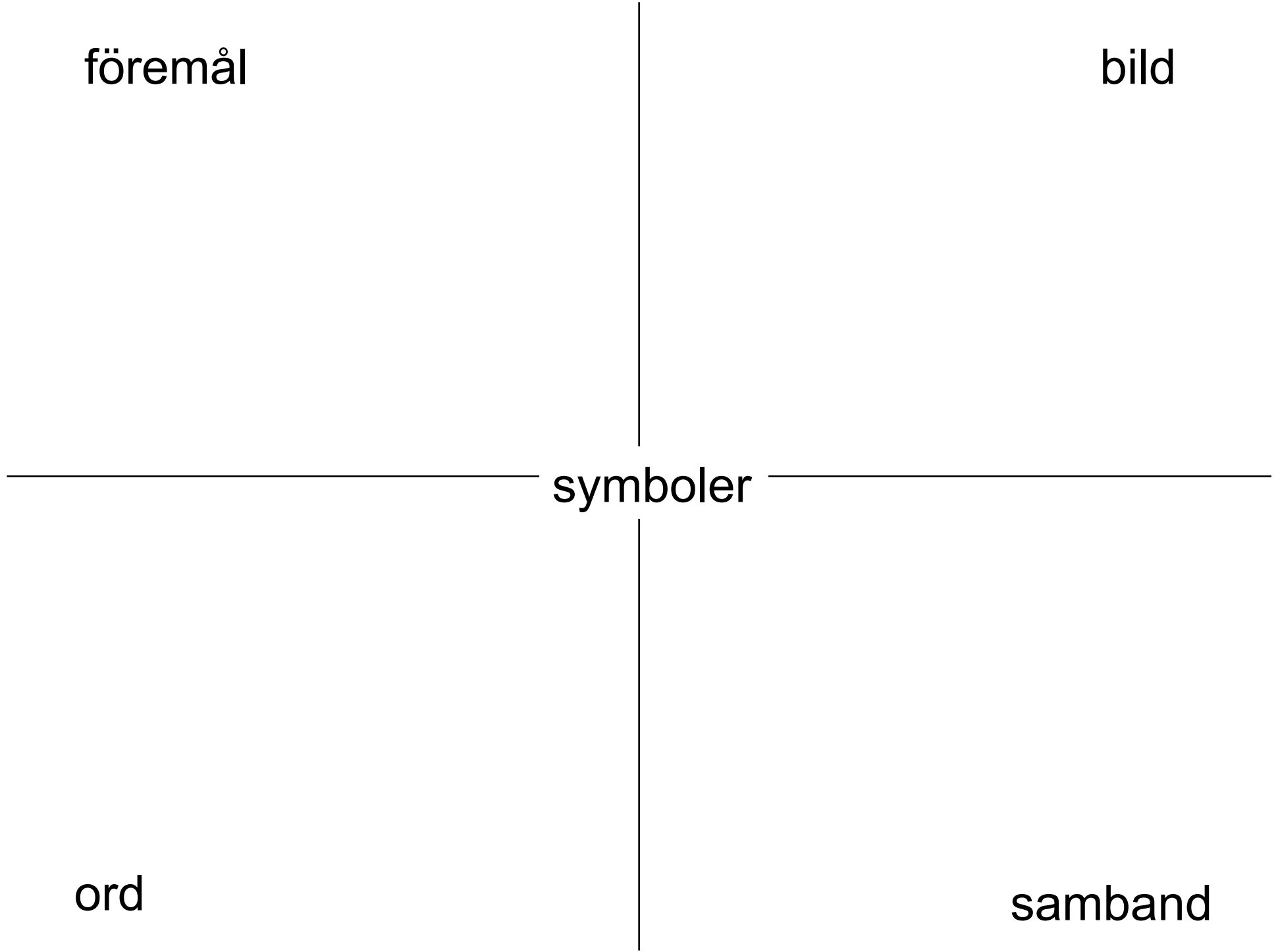
föremål

bild

symboler

ord

samband



Handboken är planerad som en integrerad helhet.

Användbar:

- vid planering av undervisning
 - didaktisk utgångspunkt
 - innehåll i områden
- vid analys
 - finna elevers styrkor och svagheter
 - förstå elevers tankar
- vid planering och genomförande av åtgärder
- vid kompetensutveckling
 - effektiv undervisning
 - effektivt lärande
- som bas för kontinuerlig reflektion över egen praktik