LYCHNOS

LÄRDOMSHISTORISKA
SAMFUNDETS ÅRSBOK

1954–1955

UPPSALA OCH STOCKHOLM
ALMQVIST & WIKSELLS BOKTRYCKERI AB

DIVISIONENS HISTORIA I SVERIGE

Av Erik Vanäs

I

Vid en undersökning av skolbarns färdighet i mekanisk räkning, som de senaste åren utförts vid folkskoleseminariet i Uppsala, framkom att divisionsuppgifter uppställdes till uträkning på åtminstone sex olika sätt. Detta måste betraktas som en betydande pedagogisk olägenhet. En viss standardisering av förfaringssättet vid division ter sig som en angelägen uppgift. Frågan är då, om det finns någon uppställning, som ur olika synpunkter är överlägsen de andra. Några allsidiga experimentella undersökningar härav tycks inte vara utförda. De argument, som framföres för den ena eller andra uppställningen, är av huvudsakligen teoretisk art. Det synes därför vara av visst intresse att undersöka dels hur de nu i bruk varande uppställningarna vuxit fram, dels vilka uppställningar och metoder, som tidigare använts i svenska skolor. Det har vidare varit naturligt att, så långt det varit möjligt, ställa utvecklingen i Sverige i relation till utvecklingen utomlands.

Över aritmetikens historia i de stora kulturländerna finns en rik litteratur[1], som ger divisionsuppställningens historia i dess huvuddrag i de olika länderna. För detaljerna är man hänvisad till källmaterialet, dvs. räknelärorna. Av särskilt värde har därför tillgången till den stora samlingen äldre utländska räkneläror i astronomiska observatoriets i Uppsala bibliotek varit.

---

[1] Bland arbeten, som stått till författarens disposition må nämnas: Encyklopädie des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens, hrsg. von K. A. Schmid, Band 6, art. Rechnen, Gotha 1867; M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik; F. Unger, Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart nach den Originalquellen bearbeitet, Leipzig 1888; M. Sterner, Geschichte der Rechenkunst, Leipzig 1891; W. Lietzmann, Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland, 1912 (innehåller en utförlig litteraturförteckning); D. E. Smith, History of Mathematics, Boston 1925; L. C. Karpinski, The history of arithmetic, New York 1925; F. A. Yeldham, The teaching of arithmetic through four hundred years (1535—1935), London 1936; J. Tropfke, Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung, 1: Rechnen, Leipzig 1921.

En framställning av den svenska aritmetikens historia påbörjades av Hultman[2], som 1868 planerade »en så vitt möjligt fullständig redogörelse för de läroböcker i aritmetiken, vilka blivit utarbetade av svenskar från äldsta tider till den närvarande». Han hann dock inte föra fram sin utomordentligt noggranna inventering längre än till 1689. Ungefär samma tidsavsnitt har också behandlats av Dahlin[3] och Dahlbo[4]. Under 1600-talet blir på grund av matematikens snabba framsteg i landet aritmetiken alltmera ett pedagogiskt problem. Aritmetikens historia blir ett avsnitt av matematikundervisningens historia. Det är därför huvudsakligen genom ett studium av räknelärorna som man kan få kännedom om utvecklingsgången, ty det är i första hand läroboksförfattarna, som givit impulserna till utvecklingen.[5]

Den föreliggande framställningen av divisionens historia i Sverige bygger på en genomgång av samtliga svenska räkneläror i universitetsbiblioteket i Uppsala (mer än 20 hyllmeter) samt de äldre räknelärorna i Kungl. biblioteket i Stockholm och universitetsbiblioteket i Lund. På grund av materialets omfattning och natur har det inte varit möjligt att genomföra en i alla detaljer fullständig undersökning.

II

Vår metod för talskrivning har sannolikt uppfunnits i Indien några hundra år efter vår tideräknings början. Därifrån har vi också våra första metoder för det skriftliga utförandet av de olika räkneoperationerna. Kunskaperna härom nådde Västerlandet via Arabien på 1200-talet. Indierna räknade tydligen ursprungligen på bräden med sand, där siffrorna skrevs och ströks ut allteftersom de vid räkningen användes. Vid räkning med penna kunde man inte stryka ut siffrorna, utan fick nöja sig med att stryka över dem och skriva nya siffror över eller under. På det viset uppkom en räknemetod, som man kallat »strykningsräkning».

I fråga om division var strykningsmetoden nära nog allenarådande ända till slutet av 1400-talet i hela Västerlandet och den undanträngdes endast ytterst långsamt av nya metoder. I själva verket försvann den ur bruk i Europa först

---

[2] F. W. Hultman, Svenska aritmetikens historia, i Tidskrift för matematik och fysik 1868—1871, 1874.

[3] E. M. Dahlin, Bidrag till de matematiska vetenskapernas historia i Sverige före 1679, Uppsala universitets årsskrift 1875.

[4] J. Dahlbo, Uppränning till matematikens historia i Finland, Nikolaistad 1897.

[5] H. von Koch och E. Göransson, Die mathematische Unterricht in Schweden, Stockholm 1911, s. 10 ff.

i början av 1800-talet. Detta trots att boktryckarna säkerligen effektivt medverkat till metodens försvinnande eftersom den vid tryckningen krävde två slags siffror, nämligen med och utan överstrykning. Enligt Smith[6] användes metoden år 1925 alltjämt i de arabiska skolorna i Nordafrika och antagligen också i andra delar av den mohammedanska världen.

»Strykningsdivisionen» förekom under medeltiden i många utföranden, men följande var den vanligaste och säkerligen också den ursprungliga. Exemplet är hämtat från en av 1400-talets berömda matematiker, österrikaren Georg Peurbach.

$$\begin{array}{r} \cancel{6}2 \\ \cancel{7}\cancel{9}\cancel{5} \\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{2}\cancel{1}6 \\ \cancel{5}\cancel{9}\cancel{0}\cancel{7}\cancel{8} \\ \cancel{7}\cancel{4}\cancel{4}\cancel{4} \\ \cancel{7}\cancel{7} \end{array} \qquad (798\frac{26}{74}$$

De karakteristiska momenten är: 1) Divisorn skrivs under dividenden och flyttas ett steg för varje ny kvotsiffra. 2) Siffror tillhörande samma tal behöver inte stå på samma rad. 3) Resterna skrivs ovanför dividenden. 4) Delprodukterna beräknas från vänster och skrivs inte utan subtraheras allt eftersom de beräknas. 5) Kvoten skrivs till höger.

I exemplet skall 59078 divideras med 74. Man finner första kvotsiffran 7 och räknar sedan: 7 gånger 7 är 49, 49 från 59 är 10. Nu kan 7 och 59 strykas. 7 gånger 4 är 28, 28 från 100 är 72. Nu kan 4 och 100 strykas. Sedan skrivs divisorn på nytt, ett steg längre åt höger. Man finner att 74 i 727 går 9 gånger och fortsätter på samma sätt som vid första kvotsiffran. Osv.

Strykningsdivisionen kallades i Italien »divisione per galea». Siffrorna hopar sig under räkningen till bilden av en galär med segel, och liksom galären var det snabbaste fartyget ansågs galärdivisionen vara den snabbaste divisionsmetoden. Senare har uppställningen i Tyskland kallats »Überwärtsdividiren» och i Amerika »scratchmethod»; i fortsättningen kommer benämningen galärdivision att användas. Tropfkes karakteristik av metoden förtjänar citeras: »... Überwärtsdividiren, eine in der arabischen und mittelalterlichen Form so schwülstige und unübersichtliche Anhäufung von Ziffern, dass man sich nicht wundern kann, wenn der für einen besonders guten Rechner galt, der ihrer Meister war. Man muss sich in der Tat fast wundern, dass eine so umständliche Divisionsausführung, deren einziger Vorzug etwas Raumersparnis ist, sich an anderthalb Jahrtausend gehalten hat, dass sie sich noch hielt, als das moderne Unterwärtsdividiren längst in Lehrbüchern vorgeführt wurde, dass die neue Art in diesen Lehrbüchern anfangs nur wie eine Zugabe gezeigt wird, während etwaige, in weiteren Kapiteln vorkommende Divisionen ohne Bedenken nach der alten Methode durchgeführt werden.»[7]

---

[6] A. a. II, s. 140.

[7] A. a., s. 81.

Detta omdöme gäller i särskilt hög grad om den form, som uppställningen fick genom att multiplikationerna utfördes från höger och varje produkt skrevs upp under divisorn innan den subtraherades. Då blev räkningarna verkligt svåröverskådliga. Trots allt är det dock fråga om ett steg i riktning mot vår nedåtgående division. Följande instruktion för utförande av en division enligt denna metod ges av den nedan nämnde svenske läroboksförfattaren Agrelius[8]:

»Dividera 56 Dr emellan 4 Personer, huru många Dr får hwardera? Facit 14 Dr.

~~1~~	
~~56~~	
~~44~~	(14 Dr
~~46~~	
~~1~~	

Här säg, 4 uti 5 kan Du 1 gång, detta skrif in Quoto. Sedan säg, 1 gång 4 är 4. Subtrahera sedan 4 af 5, rester 1, hwilket 1 skrif rätt öfwer 5. Sedan promovera Divisorem 4 under 6, och säg: 4 uti 16 kan Du 4 gånger, detta 4 skrif in Quoto hos 1. Widare säg: 4 gånger 4 är 16, detta 16 skrif under Divisore, sist säg: 16 af 16 rester intet: Bekommer fördenskul hwardera 14 Daler, såsom Quotus utwisar.»

110592 dividerat med 32 ter sig så här. Det hela ser så pass besynnerligt ut, att det torde vara lämpligt att demonstrera varje steg i uträkningen.

~~11~~	
~~1479~~	
~~110592~~	
~~32222~~	(3456
~~96802~~	
~~1333~~	
~~269~~	
~~11~~	

		14	14
110592 (3	110592 (3	~~110~~592 (3	~~110~~592 (3
32	~~32~~	~~32~~	~~322~~
	96	~~96~~	~~96~~
			3

	1	
14	~~14~~7	
~~110~~592 (34	~~1105~~92 (34	o. s. v.
~~322~~	~~322~~	
~~968~~	~~968~~	
1~~3~~	~~13~~	
2	~~2~~	

Om resterna skrivs under delprodukterna i stället för över dividenden erhåller man en uppställning, där räkningarna hela tiden fortskrider nedåt. Den äldsta formen av nedåtgående divisionsuppställning fanns redan hos araberna.

[8] N. P. Agrelius, Institutiones arithmeticae, Stockholm 1798.

På 1400-talet, eller kanske ännu tidigare, började i Italien en nedåtgående division under namnet »divisione a danda» användas. Namnet anses härröra därav, att när en partialprodukt dras ifrån, föres nästa siffra i dividenden ned och »ges» åt resten. Till en början förekommer nedåtgående divisionsuppställningar i räknelärorna som intressanta men knappast särskilt värdefulla metoder. Så småningom har emellertid härur våra nuvarande divisionsuppställningar utvecklats. Men utvecklingen har skett med olika hastighet och efter olika linjer i olika länder. Sålunda läser man t. ex. i Diderots och d'Alemberts Encyclopédie (tome 4, Paris 1754): »Det finns olika metoder att utföra divisionen: den tyska, den holländska, den italienska, den spanska, den engelska, den indiska etc., alla lika korrekta; de skiljer sig endast i fråga om sättet att ställa upp och använda siffrorna.» Vilka uppställningar som döljer sig bakom dessa benämningar är inte alldeles klart, ty inga typexempel ges, och i varje land har alltid ett flertal uppställningar varit i bruk samtidigt. Några av metoderna har emellertid lätt kunnat identifieras. Det gäller den indiska och den spanska metoden, som är olika former av galärdivision, samt den italienska och den engelska metoden, som är olika former av nedåtgående division. Under 1800-talet har åtminstone två metoder namngivits, nämligen den österrikiska och den amerikanska.

Nedanstående exempel visar de olika namngivna nedåtgående divisionsuppställningarna:

185 | 5 15 | 37 35 35	*Italiensk* uppställning, finns i tryck första gången 1491.
185 | 5 35 | 37	*Förkortad italiensk* uppställning, från 1500-talet. Inga produkter utskrivs, utan resterna uträknas direkt i huvudet. I början av 1800-talet började den allmänt användas i Österrike i kombination med en särskild subtraktionsteknik och har sedan vunnit spridning i andra länder under namnet *österrikisk* division.
5) 185 (37 15 35 35	*Engelsk* uppställning, härstammande från Italien, men införd till England på 1500-talet och allmänt använd där under de följande århundradena.
185 | 5 | 37 15 35 5 35	Kan måhända betecknas som *holländsk* uppställning, eftersom den användes av den inflytelserike holländske matematikern Adrian Metius (1626).

```
     37
5)  185
    15     Amerikansk uppställning, från slutet av 1800-talet.
     35
     35
```

III

I slutet av 1200-talet hade kännedomen om de arabiska siffrorna nått vårt land. Enligt Dahlin[9] daterar sig den äldsta källan till 1291 (i en förteckning över fastigheter tillhörande Uppsala domkyrka). Dahlin anser sig kunna konstatera att det redan i början av 1300-talet fanns en viss färdighet att använda de arabiska siffrorna vid de enklaste räkneoperationerna. Men ännu i början av 1500-talet kunde säkerligen ytterst få svenskar räkna annat än med fingerräkning (»computus») eller med räknepenningar på räknebräden (»calculus»).

Från tiden före år 1600 har inga räkneuppställningar påträffats (det är dock sannolikt, att sådana finns i handskrifter eller räkenskaper, men att de ej uppmärksammats). Även om vi således inte har några direkta belägg för hur uträkningarna skedde, kan vi med stor säkerhet sluta oss till det med ledning av de läroböcker i aritmetik, som fann vägen hit från kontinenten. Före år 1600 fanns nämligen, såvitt känt, ingen svensk räknelära. Den, som ville lära sig räkna, var hänvisad till utländska arbeten. Särskilt uppskattade synes de aritmetiska läroböckerna av Gemma Frisius[1], Ramus[2], Clavius[3] och Buscherus[4] ha varit[5]. Ser vi efter vilka divisionsuppställningar, som förekommer i dessa arbeten, finner vi nästan uteslutande galärdivision. Vid 1600-talets ingång torde därför denna metod för division ha varit den enda använda i vårt land vid skriftlig räkning — liksom den överallt ute i Europa var den förhärskande vid denna tid, trots att många räkneläror innehöll även andra metoder.

Den första kända svenska räkneläran är skriven av den skäligen okände Hans Larsson Rizanesander[6] och daterad den 21 augusti 1601. Den

[9] A. a., s. 33.

[1] R. Gemma Frisius, Arithmeticae practicae methodus facilis. Minst 32 upplagor mellan 1535 och 1655.

[2] P. Ramus, Arithmeticae libri, Paris 1555. Utkom i många upplagor till 1627.

[3] C. Clavius, Epitome arithmeticae practicae, Romae 1583.

[4] H. Buscherus, Arithmeticae logica methodo conscriptae libri duo, 1590.

[5] I 1574 års skolordning finns ingen bestämd lärobok i aritmetik omnämnd, men 1611 hänvisas till Buscherus' aritmetik, 1649 till Frisius' då ännu ej utgivna räknelära och 1693 till Gezelius'. Författarna till de första svenska räknelärorna har varit starkt påverkade av Ramus och Clavius (Hultman, a. a., 1868, s. 2).

[6] Om Rizanesander vet man inte mycket mer än att han var lagman i Torsåker i Gästrikland under förra delen av 1600-talet (Dahlin, a. a., s. 60).

har aldrig blivit tryckt, utan finns endast i manuskript.[7] En fullständig förteckning över i Sverige utgivna läroböcker i aritmetik är upprättad av Lorenzo Hammarsköld 1817.[8] Den första tryckta räkneläran på svenska är den upsaliensiske skolrektorn Aegidius Aurelius' Arithmetica, som utkom i åtminstone 9 upplagor, den första 1614 och den sista 1705.[9] Under nära ett århundrade användes denna som lärobok i de svenska skolorna.

I våra första räkneläror förekommer uteslutande galärdivision med utskrivna delprodukter. Denna divisionsform behöll sin dominerande ställning genom hela 1600-talet, vilket framgår bland annat av att det endast är tre räkneläror, som inte har den som huvudform för division, och att de flesta läroböckerna endast innehåller denna uppställning. Ofta är siffrorna inte överstrukna i typ-

---

[7] UUB, A 1.

[8] L. Hammarsköld, Förteckning på de i Sverige, från äldre till närvarande Tider, utkomne Schole- och Undervisnings-Böcker, Stockholm 1817. Följande kompletterade utdrag ur denna förteckning upptar de före 1750 utgivna läroböckerna i aritmetik:

O. Bure, Arithmeticae instrumentalis abacus (latin) 1609
H. Buscherus (utg. av J. Bothvidi), Arithmetica vulgaris (latin) 1613
AE. Aurelius, Arithmetica practica (latin) 1614
AE. Aurelius, Arithmetica; 9 upplagor 1614—1705
A. Jonae Gothus, Thesaurus arithmeticus 1621
P. N. Ublenius, Compendium arithmetices 1630
H. Hortulanus, Räcknebook; 4 upplagor 1638—1674
M. A. Björkstadius, Arithmetica 1643
J. Meurs, Arithmetica 1652
N. P. Agrelius, Institutiones arithmeticae; 9 upplagor 1655—1798
S. Kexlerus, Arithmetica triplex (latin) 1658
S. Kexlerus, Arithmetica vulgaris contracta (latin) 1666
J. Gezelius d. ä., Encyclopedia synoptica (latin) 1672
P. Laurbeckius, Arithmetica generalis (latin) 1673
J. Gezelius d. ä., Arithmetica latina contracta (latin) 1677
D. Achrelius, Arithmetica (intet ex. känt) 1689
Å. Rålamb, Adelig öfning, del I, 1690
A. Spole, Arithmetica vulgaris et speciosa (latin) 1692
J. Sylvius, Arithmetica theoretico-practica 1693
A. Schütz, Arithmetischer Wegweiser (tyska och sv.) 1697
E. Agner, Arithmetica fractionum 1710
P. Westhmann, Arithmetica nova 1710
A. Celsius, Arithmetica 1727, 1741
L. Liedbeck, En kort och nyttig arithmetica 1737
L. Liedbeck, Kort inledning till den algemena räknekonsten; 4 upplagor 1738—1769
E. Agner, Arithmetica 1743
F. Palmqvist, Undervisning i räknekonsten 1750
P. Starbus, Räknebok 1750.

[9] Aurelius var uppsaliensare, var först rector scholae i Uppsala, senare syndicus i Stockholm (Hultman, a. a., 1868, s. 245).

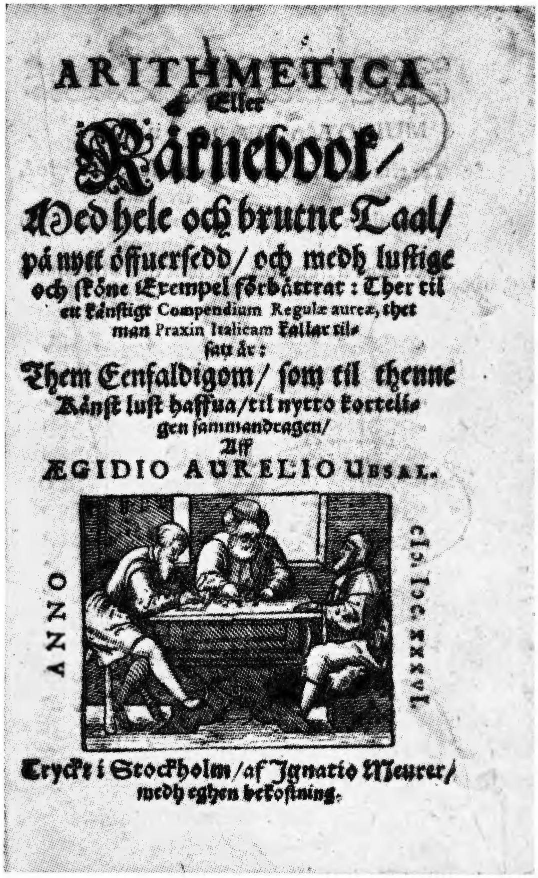

ARITHMETICA
Eller
Räknebook/
Medh hele och brutne Taal/
på nytt öffuersedd/ och medh lustige
och sköne Exempel förbättrat: Ther til
ett kånstigt Compendium Regulæ aureæ, thet
man Praxin Italicam kallar til-
satt är:
Them Eenfaldigom/ som til thenne
Kånst lust haffua/ til nytto korteli-
gen sammandragen/
Aff
ÆGIDIO AURELIO UBSAL.
ANNO CIƆ. IƆC. XXXVI.
Tryckt i Stockholm/ af Ignatio Meurer/
medh eghen bekostning.

Fig. 1. Titelbladet till 1636 års upplaga av Aegidius Aurelius' räknelära. Bilden avser att illustrera de två sätten att räkna — med siffror och med marker — som båda framställes i boken.

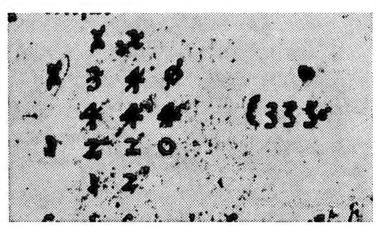


Fig. 2. Uträkning av en division i första upplagan av Aegidius Aurelius' Arithmetica (1614) — den första tryckta räkneläran på svenska.

exemplen. Säkerligen beror detta i många fall endast på bristande typografiska resurser, men vid en genomgång av de matematiska handskrifterna i Uppsala universitetsbibliotek och Kungl. biblioteket har galärdivisioner utan strykning ofta påträffats. Anmärkningsvärt är, att nästan alla i handskrifterna funna galär-

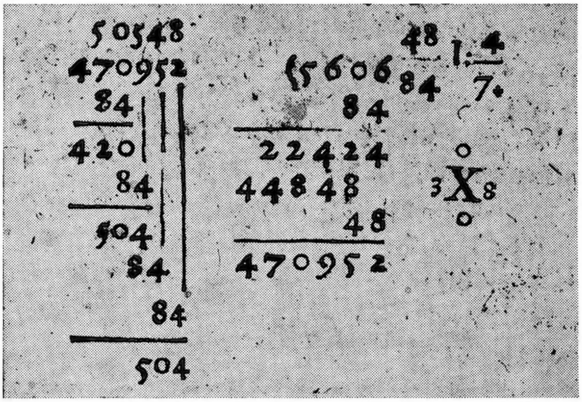
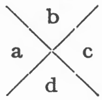


Fig. 3. Divisionsuppställning i Petrus Ublenius' räknelära (1630). Detta är den första ansats till nedåtgående division, som påträffas i en svensk räknelära. Prövningen av divisionsresultatet betraktas i räknelärorna under 1600-talet som en angelägen uppgift. Den sker dels genom multiplikation, dels genom nioprovet — »proba per crucem». Vid det senare placeras nioresterna (tvärsummornas överskott över närmast lägre multipel av 9) i ett kors enligt nedanstående schema:



a = divisorns niorest
b = dividendens niorest
c = kvotens niorest
d = nioresten av produkten av kvotens och divisorns niorester ökad med restens niorest.

Om b = d är det mycket troligt att divisionen är rätt utförd. Att nioprovet inte är helt pålitligt påpekas endast i några få av 1600-talets räkneläror.

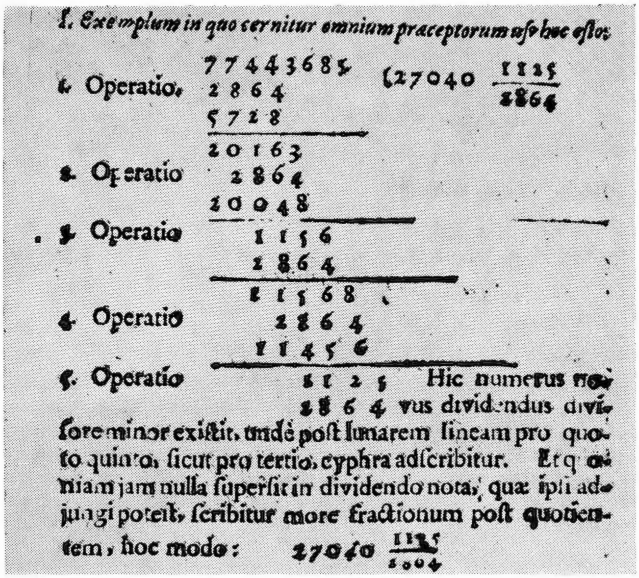
divisioner är av den ursprungliga formen (se s. 143).[1] Denna kan därför i praktiken ha varit betydligt vanligare än i räknelärorna, där den finns omnämnd endast i några få.

Det första steget i riktning mot nedåtgående division finner man i Petrus Ublenius' räknelära (1630).[2] Uppställningen skiljer sig från den gamla endast genom att siffrorna skrivs på en rad i en divisor och siffrorna i en delprodukt på nästa rad, medan däremot de successiva resterna alltjämt skrivs ovanför dividenden med siffrorna på olika rader som förut. Metoden finns ännu hos Agner (1743).

Helt genomförd finns den nedåtgående divisionen först hos åboprofessorn

[1] Ett exempel på galärdivision med utskrivna delprodukter och överstrukna siffror finns på ett anteckningsblad av Karl XII, utställt i visningssalen på Uppsala universitetsbibliotek.

[2] Om Ublenius vet man endast, att han inskrevs vid Uppsala universitet 1626.



I. Exemplum in quo cernitur omnium praeceptorum usus hoc esto:

1. Operatio. 7744368 5 (27040 1125/2864
2864
5728

20163
2. Operatio 2864
20048

3. Operatio 1156
2864

11568
4. Operatio 2864
11456

5. Operatio 1125 Hic numerus no-
2864 vus dividendus divi-
sore minor existit, unde post lunarem lineam pro quo-
to quinto, sicut pro tertio, cyphra adscribitur. Et quo-
niam jam nulla superest in dividendo nota, quae ipsi ad-
jungi potest, scribitur more fractionum post quotien-
tem, hoc modo: 27040 1125/2864

Fig. 4. Divisionsuppställning i Simon Kexlerus' räknelära (1658). Helt genomförd nedåtgående division, divisorn upprepas vid varje deldivision.

S i m o n K e x l e r u s (1658).[3] Divisorn har kvar sin gamla plats och upprepas vid varje deldivision. Kexlerus har hämtat både uppställningen och typexemplen från den förut nämnde Metius.[4] Denna uppställning — i fortsättningen kallad holländsk — accepterades i en rad följande räkneläror. I många av dem bibehölls överstrykning av förbrukade siffror. Att emellertid nedåtgående division förekom i Sverige ännu tidigare framgår av att G e o r g S t i e r n h i e l m i sina handskrivna aritmetiska skrifter[5] använde en uppställning, som ges av Clavius. Metoden överensstämmer i princip med den förkortade italienska eller den österrikiska metoden, det är endast divisorns placering som skiljer. Genom att resterna uträknas direkt i huvudet förutsätter metoden en långt driven räknefärdighet.

Under senare hälften av 1600-talet experimenterades tydligen mycket med olika divisionsuppställningar. Laurbeckius (1673) och Spole (1692) har vardera tre uppställningar. I en anonym och odaterad handskrift, troligen från slutet av 1600-talet, finns fem uppställningar. A n d e r s S c h ü t z[6] (1697) har likaså

[3] Simon Kexlerus, född i Närke 1602, studerade vid Uppsala universitet och blev 1640 den förste professorn i matematik vid Åbo universitet. Grundläggare av den matematiska forskningen i Finland. Under en utländsk resa sammanträffade han med den holländske matematikern Adrian Metius.

[4] A. Metius, Arithmeticae libri duo, Lugduni Batauorum 1626.

[5] Arithmetica mnemonica universalis, 1642. Handskrift, förvarad i KB, sign. Fd 15.

[6] Bokhållare och lärare vid tyska skolan i Stockholm.

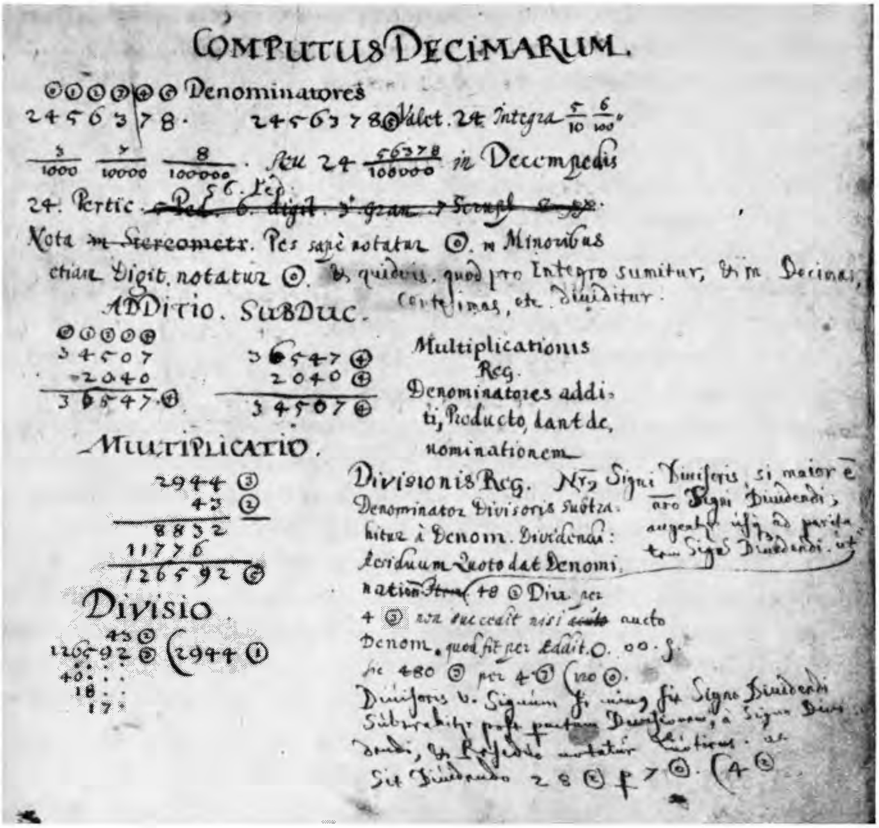


Fig. 5. En sida ur Georg Stiernhielms handskrivna Arithmetica mnemonica universalis (1642). Detta är den första framställningen av decimalbråk och räkning med dem som vi har i Sverige. Beteckningssättet överensstämmer med det ursprungliga av holländaren Stevin (1585) använda. Antalet decimaler utmärkes med en siffra inom en ring. I divisionsuppställningen står divisorn ovanför dividenden, inga delprodukter är utskrivna.

69	47689	691
	6270	rest
	1	
	414	
	621	
	69	
	47689	

fem uppställningar. En av dem illustreras med vidstående exempel. Här finner vi för första gången divisorn placerad till vänster. Resterna står samlade på ett ställe mellan dividenden och delprodukterna. Genom addition av delprodukter och rest prövas uträkningen. Om denna metod heter det i texten: »På sådant sätt procedera medh slike Exempel, är et beqwemt Maner til at dividera.»

I de flesta räknelärorna från denna tid — först hos Kexlerus — finns en metod demonstrerad, enligt vilken man börjar med att genom successiv addition upprätta en multiplikationstabell för divisorn. Därigenom blir det möjligt att utföra en division utan kunskap i multiplikation. En sådan tabell kallar vi nu för tiden »lathund»; i tyska räkneläror kallas den »Rechenknecht». Kexlerus har även i detta fall haft Metius' räknelära som förebild, men metoden anges också av t. ex. Clavius.

Vid demonstrationen av metoden med lathund skriver Kexlerus upp divisorn endast en gång. Annars är den berömde uppsalaastronomen Anders Spole den förste läroboksförfattare, som i ett typexempel bryter mot vanan att upprepa divisorn. Den får dock alltjämt stå kvar på sin gamla plats under dividenden. Själv skrev Spole om divisorn vid varje deldivision. Han använde nämligen galärdivision vid liten ensiffrig divisor, men annars holländsk uppställning.[7]

I ett par räkneläror förekommer ännu en divisionsmetod utan multiplikation. Nils Agrelius i sin Institutiones aritmeticae (1655)[8] har nämligen en metod med successiva subtraktioner »som för de enfaldigas skull upptänkt är». Subtraktionen sker från vänster (analytice), vilket var det vanliga på den tiden, och resterna skrivs ovanför som vid galärdivisionen. Divisionen från vänster kallades »analytice dividera». Agrelius omnämner också division från höger: »Syntheticé Dividera, thet är ifrån högra emot wänstra handen, sker ock Subtractione, och efter Cap. III. ther om lärdt är; ty Will man thet här, för thess prolixitet uphäfwit hafwa.» Laurbeckius (1673) har samma typexempel som Agrelius, men genomför subtraktionerna nedåt.

10	
13	
116	
159	
182	
4160	
8492	
11714	
14936	1111
46158	1111
78370	1111
110592	1111
32222	11
333	1
	3456

Division genom subtraktion hos Agrelius: 110592 skall divideras med 32. »Säg först 3 af 11 rester 8, men allenast 7, thetta skrif öfwer 11. Sedan 2 af 10 rester 8, skrif nu 1 in Quoto, efter tu en gång Divisorem af Dividendo subtraherat hafwer...»

[7] Manuskript av Spoles hand ingår i den stora samling av handskrifter, som observatoriet har deponerat i Uppsala universitetsbibliotek (ovan har begagnats sign. A 510, A 512).

[8] Nils Agrelius, inskrevs 1646 i Smålands nation i Uppsala, blev slutligen borgmästare i Varberg (Hultman, a. a., 1871, s. 209).

110592	145	179	
32...	32	32	1
78	113		11
32	32	o. s. v.	111
46	81		1111
32	32		1111
14	49		1111
	32		3456
	17		

Division genom subtraktion hos Laurbeckius.

Den under slutet av 1600-talet och större delen av 1700-talet mest använda räkneläran var Agrelius' nyssnämnda Institutiones arithmeticae.[9] Den utkom praktiskt taget oförändrad i en rad upplagor, den första 1655 och den sista 1798. Ingen annan svensk räknelära har nått en sådan livslängd. Men den kom så småningom att bli mycket föråldrad. Galärdivisionen bibehölls hela tiden. På grund av bokens popularitet kom därför denna divisionsform att envist hålla sig kvar i landet.

År 1727 utkom Anders Celsius' Arithmetica. Här påträffar vi för första gången i en svensk räknelära kolon som divisionstecken. Tecknet härrör från Leibniz, som använde det i en avhandling 1684.[1] Under 1600-talet fanns i våra räkneläror inget annat tecken för division än bråkstrecket. Spole omnämner visserligen tecknet)(, men han använder det inte. Ett särskilt tecken ǂ för ordet dividera eller dela hade införts av Schütz, men detta tecken tycks inte ha fått någon användning.

Celsius inför en divisionsuppställning (fig. 7), som vi känner igen från många av våra dagars räkneläror. Man frågar sig, om Celsius möjligen kan ha haft någon utländsk förebild för sin uppställning. Någon sådan har inte påträffats. I Celsius' stora bibliotek, som donerades till Uppsala observatorium, ingår ett femtiotal utländska räkneläror. Ingen av dem har någon divisionsuppställning med kolon. Det är därför möjligt, att denna uppställning är Celsius' eget initiativ, och att det kan vara berättigat att kalla den »Celsius' uppställning». Emellertid kan man konstatera, att metoden inte vann någon spridning och att Celsius själv övergav den. Senare, i början av 1800-talet, finns uppställningen i tyska räkneläror, men ingen uppgift har påträffats om dess första framträdande.

---

[9] Angående användningen av olika räkneläror, jfr D. Löfberg, Det nationalekonomiska motivet i svensk pedagogik under 1700-talet, Uppsala 1949, s. 340 ff., och G. Kaleen, Huvuddragen av den svenska handelsundervisningens historia fram till år 1830, Uppsala 1952, s. 440 ff.

[1] F. Cajori, A history of mathematical notations, Chicago 1928, I, s. 271.

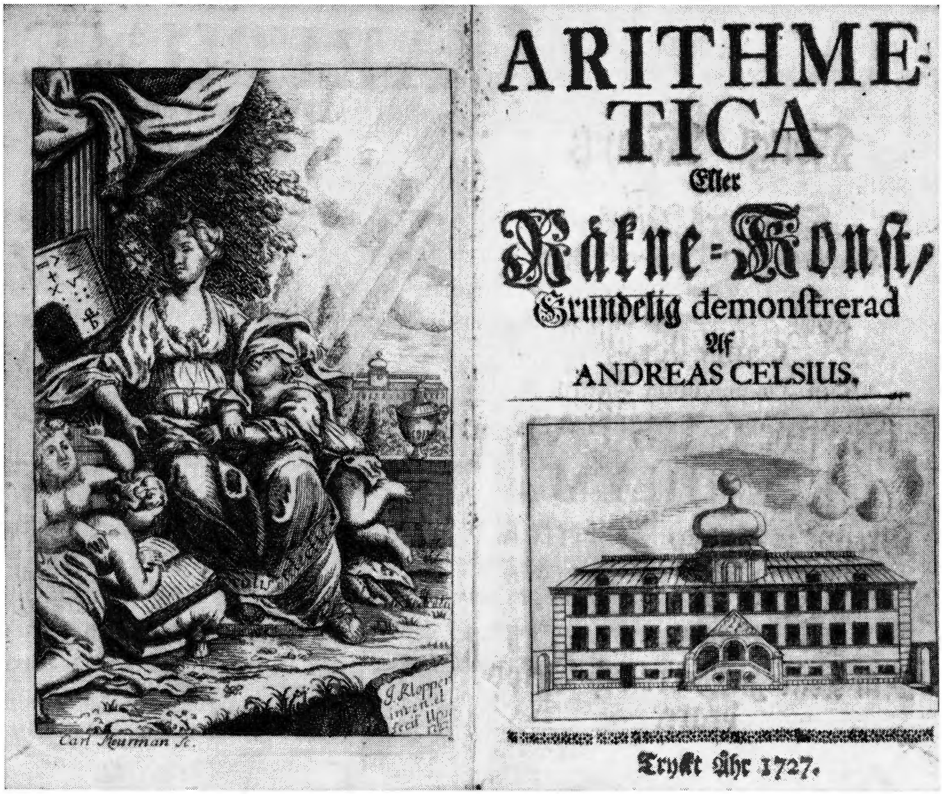


Fig. 6. Titelbladet till Anders Celsius' räknelära (1727). På försättsbilden synes en tavla med allehanda räknetecken. Flera av dessa tecken används här för första gången i en svensk räknelära, t. ex. likhetstecknet, divisionstecknet och analogibeteckningen. Den högra bilden visar Gustavianum sett från nuvarande universitetet.

Andra upplagan av Celsius' räknelära utkom 1741. Under mellantiden hade Celsius företagit sin utländska resa, och han hade också — kanske genom intryck från England — ändrat sin uppfattning om bästa sättet att ställa upp divisionsuträkningar. Han övergick nämligen till den engelska uppställningen (fig. 8), som vid den tiden allmänt användes i England. Denna uppställning hade redan några år tidigare införts i Sverige av Lars Liedbeck[2] (1737).

Anders Celsius' räknelära intar ur många synpunkter en framskjuten plats i den svenska räkneundervisningens historia. Även i fråga om en sådan detalj

[2] Lars Liedbeck (1707—1762) var då han utgav sina räkneläror löjtnant vid flottan; 1744 blev han professor i matematik i Lund.

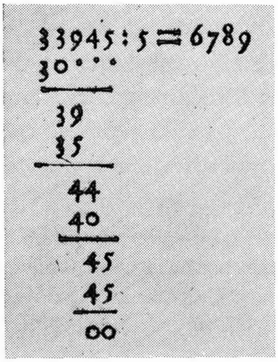


Fig. 7. Anders Celsius' divisionsuppställning 1727.

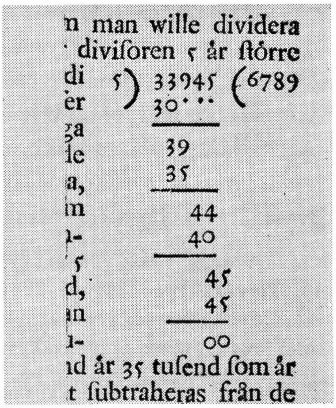


Fig. 8. Anders Celsius' divisionsuppställning 1741.

som divisionsuppställningen framstår Celsius alltså som en föregångsman. Det är därför av intresse att kunna konstatera, att Celsius vid sina egna divisionsuträkningar inte använde någon av de uppställningar, som han införde i sin räknelära, utan i stället under hela sitt liv höll fast vid den holländska uppställningen, utom när det gällde division med liten ensiffrig divisor (i allmänhet högst 6). Då använde han galärdivision. Samma divisionsvanor hade, som tidigare nämnts, Spole, vidare Anders Celsius' far Nils Celsius och hans svåger Olof Hiorter. Detta framgår av deras efterlämnade observationsanteckningar och föreläsningsmanuskript.[3]

Det sega fasthållande vid en en gång inlärd räknemetod, som här kommer till synes, möter vi också hos en samtida till Anders Celsius, matematikern och fysikern Samuel Klingenstierna. Denne gjorde alla divisionsuträkningar med galärmetoden i dess ursprungliga form.[4] Klingenstiernas lärjunge, Fredrik Mallet, observator i astronomi och senare professor i matematik, använde däremot den engelska uppställningen.[5]

I räknelärorna under senare hälften av 1700-talet blev den engelska divisionsuppställningen allt vanligare. Samtidigt undanträngdes Agrelius' räknelära definitivt av mera tidsenliga läroböcker. Särskilt uppskattad var Roloff An-

---

[3] Jfr UUB, A 507, 508 (Nils Celsius); A 526, 530, 533 b (Anders Celsius); A 542 (Hiorter).

[4] Jfr UUB, A 9 h.

[5] Jfr UUB, A 564.

dersson s Arithmetica tironica, som utkom i många upplagor under åren 1779—1843. Den upptog endast den engelska uppställningen. Denna blev också allmänt använd i Sverige under slutet av 1700-talet och större delen av 1800-talet. Det var först under 1800-talets senare hälft, som den utträngdes av den italienska uppställningen. Denna infördes emellertid redan 1750 av matematikern Fredrik Palmqvist[6], som i sin Undervisning i räknekonsten med många exempel demonstrerar dess överlägsenhet över galärdivisionen. Så säger han:

»Det i allmänt bruk mäst wedertagna men ock tillika orediga divideringssättet, består deruti, at resterna, dem wi hittils satt under minuenderne, sättas här öfwer desamma. ... På det en begynnare icke allenast må kunna se huru härmed tilgår, utan ock finna huru swårt och oredigt detta divideringssättet är i jämförelse emot det, som jag här anfört, så wil jag här nedanföre wisa några exempel uträknade på båda sätten.

```
    2
  418                                 48
37728   (786          37728   |  786
 4888                 336
33648                 ---
   44                  412
  388                  384
    2                  ---
                        288
                        288
                        ---
                        000
```

Men som detta sättet är nog widlyftigare än det förra, så wil jag icke råda någon at wänja sig härwid. I det stället wil jag råda hwar och en at icke en gång skrifwa up producterne, utan blotta resterne. En förrättning, som ganska wäl låter sig göra och förkårtar räkningen ansenligt.»

```
Ex.             64
      2096384 | 32756
       176
        483
         358
          384
           00
```

Palmqvist ger också den holländska uppställningen med motiveringen: »En begynnare skulle, för större redighets skull, i hwar förrättning kunna skrifwa divisor under sin dividend.» Palmqvist utgav efter Celsius' död en bearbetning

[6] Fredrik Palmqvist (1720—1771) tänkte bli militär, men drabbades 1739 av en sjukdom, som medförde lamhet. Han började då ägna sig åt matematiska studier och författarskap. 1745 blev han ledamot av Vetenskapsakademien.

av hans Arithmetica. Han låter här den engelska uppställningen vara kvar i typexemplen, men han ger också några exempel med den italienska uppställningen och uttalar att han anser den bättre. Den slog emellertid inte igenom. Nästa gång finner man den nämligen först 1804 i andra upplagan av Beckmarcks Arithmetik. Första upplagan av denna räknelära (1795) hade den engelska uppställningen.

1798 utkom sista upplagan av Agrelius' räknelära, och 1800 utkom den sista räknelära i Sverige, som lärde ut galärdivision. Det var Carl Stridsbergs Första grunderna i räknekonsten (1:a upplagan 1792). Som jämförelse kan nämnas, att den sista tyska räknelära, som innehöll galärdivision, också utkom 1800.

Vid 1800-talets ingång användes således nästan uteslutande den engelska divisionsuppställningen i vårt land. Galärdivisionen var praktiskt taget försvunnen. Metoden att vid varje deldivision upprepa divisorn (holländska uppställningen) kom likaså snart ur bruk. Den finns sista gången som huvudmetod i Wappengrens räknelära (1803). Sista gången den överhuvud omnämnes är i Sellanders räknelära (1808): »Har en begynnare svårt att undgå misstag, så kan han skriva på detta sätt.»

Under 1800-talet kan sedan en sakta fortgående förskjutning konstateras från den engelska uppställningen mot den italienska. Den sista räknelära, som endast har den engelska uppställningen, är Sylwans Aritmetik (1906).

Av särskilt intresse är de läroböcker, som i en senare upplaga bytt uppställning:

Beckmark. 1:a upplagan 1795 har engelsk uppställning, 2:a upplagan 1804 har italiensk.

v. Zweigbergk. Denna räknelära utkom i 35 upplagor under åren 1839—1920. Den har från början båda uppställningarna, men från och med 21:a upplagan 1870 har den endast den italienska uppställningen i typexemplen.

Otterström. 1849 den italienska uppställningen men 1880 den engelska.

Elowson. 1868 båda uppställningarna men 1890 endast den italienska.

I allmänhet saknar läroböckerna motiveringar för att den ena eller andra uppställningen valts. Inte ens då uppställningen ändras redovisas något skäl. I några få arbeten finns dock korta omdömen:

Lidén (1850) använder italiensk uppställning och säger om den engelska: »Somliga uppställa på följande sätt.»

Linde (1850) använder engelsk uppställning och säger om den italienska: »Kan ävenledes tecknas.»

Nyström (1853) har båda uppställningarna och säger om den italienska: »Detta sednare beteckningssätt bör föredragas, emedan man derigenom wid de i divisionen förekommande multiplikationerna får multiplikatorn strax under multiplikanden, såsom man redan är wan.» Denna anmärkning finns inte med mer än i de två första upplagorna. 26:e upplagan (1924) har alltjämt båda uppställningarna omnämnda, men inga typexempel ges.

Bäckman (1862) har den italienska uppställningen och skriver: »Ganska många föredraga att skriva divisorn till venster, så dividenden samt qvoten till höger med lodrätta streck på ömse sidor om dividenden. Att detta sätt är mera ovigt än det ofvan anförda finner man dock lätt vid större exempels uträknande. Vid sorträkning är det ofta opraktiskt, hvarföre man bör föredraga det först anförda sättet. — I st. f. lodräta linjer begagna äldre författare halva parenteser, hvilket allt utan skada kan lemnas åt glömskan.»

Wiemer (1866) har italiensk uppställning och motiverar den med »att ögonen vid varje multiplikation icke behöver flyttas så mycket».

Lindvall (1879) har båda uppställningarna och säger om den italienska: »Detta senare uppställningssätt är det vanligaste.»

Såväl den engelska som den italienska uppställningen förekommer i många olika former. Nedan följer några olika skrivsätt samt den första påträffade användningen av dem.

Varianter av den engelska uppställningen:

5) 185 (37	Liedbeck	1737
5 | 185 | 37	Åkerbladh	1784
5 : 185 = 37	Österholm	1793
5) 185 | 37	Lithander	1814
5 : 185 (37	Goldsmith	1836
5 | 185 = 37	Lunddahl	1837

De två första skrivsätten var de vanligaste. Liedbecks användes allmänt fram till omkring 1850, därefter Åkerbladhs.

Varianter av den italienska uppställningen:

$\begin{array}{r\|l} \multicolumn{1}{r}{} & 5 \\ \cline{2-2} 185 & 37 \end{array}$	Palmqvist	1750
$\begin{array}{r\|l} & 5 \\ \cline{2-2} 185 & 37 \end{array}$	Beckmark	1804
$\begin{array}{r\|l} 185 & 5 \\ \cline{2-2} & 37 \end{array}$	Kjellin	1816
$\begin{array}{r\|l} 185 & 5 \\ \cline{2-2} \multicolumn{1}{r}{} & 37 \end{array}$	Åstrand	1852
$\begin{array}{rl} 185 : & 5 \\ & = 37 \end{array}$	Guldberg (översättning från norska)	1869

Numera användes så gott som uteslutande Kjellins skrivsätt.

Märkligt nog finner man inte i någon svensk räknelära det franska skrivsättet:

$$185 \begin{cases} 5 \\ \overline{37} \end{cases}$$

I den räknepedagogiska diskussionen under 1800-talet uppmärksammades några frågor i samband med räknesättet division:

Användningen av kolon som divisionstecken hade ännu i början av 1800-talet inte stabiliserat sig, ty i ett flertal räkneläror från denna tid användes kolon i betydelsen »uti», t. ex. $4 : 8 = 4$ uti $8 = \frac{8}{4}$. Den ursprungliga betydelsen »dividerat med» accepterades allmänt först vid mitten av 1800-talet.

De latinska benämningarna dividend, divisor och kvot har varit allmänt använda i räknelärorna. En del försök att ersätta dem med svenska ord har dock gjorts. Redan Rizanesander använde »delare» i stället för divisor. Senare har bl. a. följande förslag framkommit, utan att dock vinna något gehör:

delare) delägare (delvisare	Liedbeck	1737
dele $\left\vert \frac{\text{delare}}{\text{del}} \right.$	Cronstrand	1831
det hela $\left\vert \frac{\text{delarnas antal}}{\text{delen}} \right.$	Nordlund	1890

Räknesättets uppdelning i delningsdivision och innehållsdivision började mera allmänt iakttagas av läroboksförfattarna vid mitten av 1800-talet. En framställning av den livliga diskussionen kring denna fråga har givits av Conrad Lönnqvist i uppsatsen Quator Species (Verdandi 1916). De båda slagen av division må illustreras av följande exempel.

Delningsdivision: 185 kr skall fördelas lika mellan 5 personer. Hur mycket får var och en?

$$\frac{185 \text{ kr}}{5} = 37 \text{ kr}$$

Innehållsdivision: Till hur många personer räcker 185 kr, om var och en får 5 kr?

$$185 \text{ kr} : 5 \text{ kr} = 37$$

(Man använder numera vid undervisningen i folkskolan ofta dessa olika skrivsätt för de båda slagen av division. Själva uträkningen sker däremot med samma uppställning.[7])

---

[7] En läroboksförfattare (C. G. Hellsten) har dock italiensk uppställning vid innehållsdivision och vidstående uppställning vid delningsdivision.

$$\begin{array}{l} \frac{1}{5} \cdot 185 = 37 \\ \;\;\underline{15} \\ \;\;\;\;35 \\ \;\;\;\;\underline{35} \end{array}$$

De två divisionsarterna uppmärksammades redan av de tyska och italienska räknemästarna på 1500-talet. Någon noggrann efterforskning rörande deras första framträdande i en svensk räknelära har inte gjorts. Måhända daterar det sig till 1755, ty Johan Bergmarcks Räknebok från detta år innehåller en klar beskrivning av de båda slagen av division. I varje fall kan konstateras, att Hultman inte omnämner någon sådan åtskillnad i de av honom granskade räknelärorna.

En omstridd divisionsmetod har den förkortade divisionen (sid. 145) varit. Som redan nämnts användes den redan av Georg Stiernhielm (sid. 151). I Agrelius' räknelära finns den omnämnd, men bara som »en annan metod».[8] Palmqvist däremot rekommenderar den (sid. 156). C. E. Kjellin (1816) använder den också utan betänkande och anser, att man »har nästan halfva mödan besparad». O. Forssell (1818) omnämner metoden i en not, men med varningen: »En stadgad och väl öfvad räknare kan betjena sig deraf om han så behagar, med mycken minskning i tid, endast han är säker på att ej missräkna sig. Men för begynnare, till hvilkas handledning denna bok egenteligen är ämnad, fruktar jag att denna method skulle föranleda till så täta fel i räkningen, att mer skada än gagn deraf förorsakades.» Denna uppfattning har tydligen delats av senare läroboksförfattare. Den förkortade divisionsmetoden har aldrig blivit allmänt accepterad i vårt land. Den har huvudsakligen förbehållits läroböckerna i snabbräkning. Endast ett fåtal av de vanliga räknelärorna omnämner metoden. H. Falk (1830) har följande intressanta uppställning, som han betecknar som »Ett kortare sätt, mindre vanligt, men nyttigt att lära känna»:

```
857
-------
2249625
-------
 2625
14962
  18375
   0000
```

Det är första gången vi i en svensk räknelära finner kvoten ovanför dividenden. Divisorn däremot står på sin allra äldsta plats.

I P. Westerstrands Handbok i arithmetiken (1850) omnämnes förkortad division som »en vigare metod». Denna räknelära är märklig i ett annat avseende. Den är nämligen den enda svenska räknelära, som har en framställning av den berömde franske matematikern Fouriers divisionsmetod.[9] Denna är

[8] I de senare upplagorna finns ett tillägg: »Följande sätt att dividera må man billigt hålla för thet kortaste och lättaste, tå man allenast blifwer wahn ther wid.» Metoden skiljer sig från galärdivisionen endast genom placeringen av divisorn och kvoten.

```
      2132
    140514
32) 468792
    ------
    14649 24/32
```

[9] J. Fourier, Analyse des équations determinées, Paris 1831, s. 187 ff.

en arbetsbesparande men teoretiskt ganska komplicerad metod att vid division med mångsiffrig divisor endast räkna med de första siffrorna i divisorn och sedan ta hänsyn till de andra genom successiva korrektioner.

Vid 1900-talets ingång hade den italienska divisionsuppställningen helt utträngt den engelska. Men det märkliga hade hänt, att Celsius' uppställning före sekelskiftet (1888) upptagits av enstaka författare. Möjligen kan detta ha skett efter påverkan från Tyskland, där en alldeles likadan uppställning allmänt använts sedan början av 1800-talet. Den har senare accepterats i många av våra räkneläror.

I Amerika och England hade emellertid mot slutet av 1800-talet en annan divisionsuppställning börjat användas. Man placerade kvoten ovanför dividenden efter gammalt arabiskt mönster. En sådan uppställning anges av den bekante räknepedagogen K. P. Nordlund, som visserligen inte använder den, men konstaterar[1]: »Att sätta delen ofvanför det hela i st. f. såsom vanligen sker, till höger eller venster medför åtskilliga viktiga fördelar: 1) Framgår däraf öfverensstämmelsen mellan denna räkning och mångfaldsräkningen (multiplikationen). 2) Uppställningen skyddar räknaren från att uteglömma nollor i delen, vilket fel förekommer ofta. 3) Räknaren märker genast, hvilken siffra skall nedflyttas hvarje gång. Af nämnda skäl vore det lämpligare vid delningsräkning (division) att använda denna uppställning i st. f. den vanliga.» I en räknelära införde E. Ehlin (1902) en liknande uppställning, men med divisorn placerad till höger (således en syntes av Celsius' uppställning och den amerikanska uppställningen).

	(5)	
37	37	37
5) 185	185	185 : 5
15	15	15
35	35	35
35	35	35
Amerikansk uppställning	Nordlunds uppställning	Ehlins uppställning

Den amerikanska uppställningen finns omnämnd och rekommenderad några gånger.[2] En rad fördelar med skrivsättet framhålles, framför allt dess värde vid räkning med decimalbråk. Men ännu har ingen av våra läroboksförfattare vågat använda den. Inte heller Nordlunds skrivsätt har påträffats i någon

[1] K. P. Nordlund, Lärobok vid den grundläggande undervisningen i räkning, Stockholm 1890, s. 54.

[2] T. Kärrdahl, Praktisk divisionsuppställning, Pedagogiskt Forum 1936, s. 72, även H. Boman och S. Rydén, Räkning 4, Stockholm 1951, s. 2.

räknelära. Ehlins uppställning slutligen har länge endast funnits omnämnd (jämte andra uppställningar) i Ehlins räkneläror. Först 1952 gör sig Frits Wigforss till talesman för denna uppställning[3] och 1954 använder han den genomgående i en räknelära.

Situationen är för närvarande den, att den italienska uppställningen och Celsius' uppställning tycks vara ungefär lika vanliga. Den engelska uppställningen har helt kommit ur bruk. Uppställningar med kvoten ovanför dividenden har börjat användas.

En jämförelse med förhållandena i våra grannländer skulle givetvis vara av stort intresse, men har inte kunnat ingå i planen för den föreliggande undersökningen. En antydan om det nuvarande tillståndet erhölls vid den i inledningen omnämnda räkneundersökningen. I denna deltog nämligen också skolbarn i Danmark och Norge. Undersökningen hade karaktär av stickprov utan anspråk på representativitet.

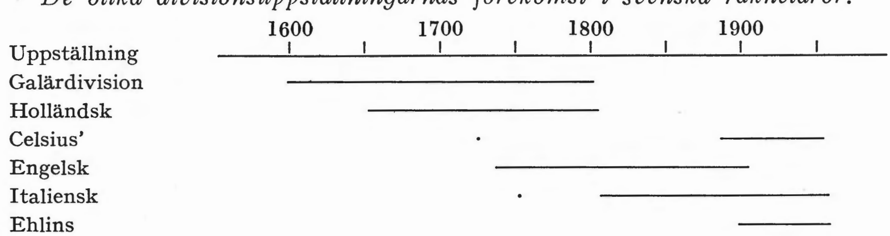
Skolbarnens fördelning på olika uppställningar framgår av nedanstående översikt:

Uppställning	*Antal elever i*		
	Danmark	*Norge*	*Sverige*
Italiensk	—	—	508
Celsius'	98	297	466
Engelsk	16	—	—
Österrikisk	—	—	1
Amerikansk	—	—	1
Ehlins	56	—	9

Som synes tycks situationen vara mycket olika i de tre länderna.

Divisionens historia visar på ett ovanligt påtagligt sätt hur under en utvecklingsprocess det nya ofta framträder isolerat och länge förblir obeaktat. Det gamla består seglivat och trängs endast långsamt tillbaka. Det kan dröja århundraden innan en idé slår igenom. Följande diagram visar utvecklingen i Sverige i dess huvuddrag.

De olika divisionsuppställningarnas förekomst i svenska räkneläror.



[3] Studieplan i matematik, Stockholm 1952.

Det återger med all tydlighet den tröghet, som karakteriserar hela förloppet vid en metods framträdande och försvinnande. Att härvid den mänskliga faktorn spelat — och spelar — den främsta rollen är uppenbart. De fyra räknesätten får man i skolan nöta in så fast, att de blir en del av ens natur. Den metod man en gång lärt sig överger man inte frivilligt, inte ens om man vet, att det finns bättre metoder. Exemplen med Anders Celsius och Klingenstierna är inte ensamstående. Samma konservatism har förvisso också påverkat läroboksförfattarna. Deras ställningstagande har dikterats av subjektiva värderingar. Lägger man härtill, att en populär räknelära påverkar situationen mycket mera än en lite använd, så kan man inte undgå reflektionen, att tillståndet vid varje tidpunkt i mycket måste vara ett slumpens verk. Annars skulle det t. ex. inte vara så olika i de tre nordiska länderna just nu. I stort är det dock en tydlig utvecklingsgång i vårt land, som kommer till synes i diagrammet. Skulle man våga använda detta för en prognos för framtiden skulle den väl lyda: vi står måhända inför ett mera allmänt accepterande av en divisionsuppställning med kvoten placerad över dividenden. Divisorns placering är det svårare att sia om. Ska vi behålla den delen av Celsius' uppställning, eller ska vi återinföra divisorns placering till vänster om dividenden? Men frågan är, om hela utvecklingen alltjämt bör få fortgå planlöst och så att säga av egen kraft. Skulle det inte vara så stora pedagogiska fördelar med en gemensam divisionsuppställning, att man borde träffa överenskommelse om en sådan? Vilken ska man då välja? Det borde man avgöra genom teoretiska överväganden och praktisk prövning. Men det bör också finnas plats för historiska synpunkter.

Summary:

THE HISTORY OF DIVISION IN SWEDEN

By Erik Vanäs

The oldest method of written division in Sweden was the scratch method, which was exclusively used in the earliest arithmetics from the beginning of the 17th century. Our first arithmetic, Rizanesander's Arithmetic of 1601, was never printed but exists only in manuscript. A list of Swedish arithmetics published before 1750 is given on p. 147. The first step towards long division was taken by Ublenius (1630). However, it was not until 1658 that we find it used regularly by Simon Kexlerus, Professor of Mathematics at Åbo, who had borrowed both method and typical examples from the Dutchman Adrian Metius (see Fig. 4). This method—here called the Dutch method—was used in many arithmetics. Nevertheless, it is obvious that

long division had been used before. Georg Stiernhielm, for example, in his handwritten arithmetics, used a method, which is known as the Austrian method (see Fig. 5). Still, the most common method was no doubt the scratch method, which stubbornly kept its position until the beginning of the 19th century.

Even during the first half of the 18th century, however, our modern methods of division had been introduced. In 1727 Anders Celsius published an arithmetic which was remarkable in many respects. He introduced Leibniz' sign of division, the colon (:). Celsius' method of division (see Fig. 7) has not been found in any previous textbook and has therefore here been called the "Celsius method". It was apparently not accepted by his contemporaries, and Celsius abandoned it himself, for in the second edition of his arithmetic he used the English method, which had been introduced into Sweden a few years earlier (1737). In his own calculations Celsius used the Dutch method. The English method was in general use in Sweden about the end of the 18th and during the greater part of the 19th centuries. It was only during the latter half of the 19th century that it was supplanted by the Italian method, which, however, had been introduced into Sweden as early as 1750. At the beginning of the 20th century the Italian method had entirely ousted the English method. But the remarkable thing had happened that even before the turn of the century the Celsius method had been adopted by some writers of textbooks, possibly owing to German influence. Nowadays this method is probably just as common as the Italian.

A method which puts the quotient above the dividend is to be found in an arithmetic book published in 1830, but the first to recommend the use of it is the well-known arithmetician K. P. Nordlund (1890). A few years later (1902) E. Ehlin introduces a synthesis of the Celsius method and the well-known American method. The latter method has not yet been used in an arithmetic textbook. Ehlin's method, on the other hand, has been recommended by another celebrated arithmetician, Fritz Wigforss, in a syllabus intended for the Unity School. It may be that a method of division which puts the quotient above the dividend will soon be generally accepted.