

Problem 3

Om både a och b är tal större än 1, vilken av följande kvoter är störst?

$$a: \frac{a}{b-1}$$

$$b: \frac{a}{b+1}$$

$$c: \frac{2a}{2b+1}$$

$$d: \frac{2a}{2b-1}$$

$$e: \frac{3a}{3b+1}$$

Lösning

En kvot där täljaren inte ändras blir större ju mindre nämnaren är.

Om vi jämför a: och b: ovan så har de samma täljare men a:s nämnare är mindre än b:s, då blir $a/(b-1) > a/(b+1)$

Om vi jämför c: och d: så har de också samma täljare men c:s nämnare är mindre än d:s nämnare, då blir $2a/(2b-1) > 2a/(2b+1)$

Vi har kvar a:, d: och e: att välja mellan:

$$a: \frac{a}{b-1}$$

$$b: \frac{a}{b+1}$$

$$c: \frac{2a}{2b+1}$$

$$d: \frac{2a}{2b-1}$$

$$e: \frac{3a}{3b+1}$$

Vi förkortar e: med 3 och får $a/(b+1/3)$ som är större än $a/(b-1)$

Nu har vi bara a: och d: kvar att välja mellan:

$$a: \frac{a}{b-1}$$

$$b: \frac{a}{b+1}$$

$$c: \frac{2a}{2b+1}$$

$$d: \frac{2a}{2b-1}$$

$$e: \frac{3a}{3b+1}$$

Vi förlänger a: med 2 och får $2a/(2b-2)$ som är större än d: därför att nämnaren är mindre i a: än i d:

Svar: $a/(b-1)$ är störst