

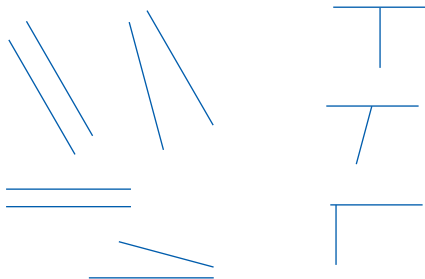


Parallella och rätvinkliga linjer



Elever kommer tidigt under sin skolgång i kontakt med linjaler och något senare med vinkelhakar. Det går inte att förutsätta att alla kan använda dessa hjälpmedel på ett säkert och ändamålsenligt sätt utan det är en kompetens som de måste ges möjlighet att utveckla. Hjälpmedelskompetens skrivs fram som en av åtta kompetenser i den danska KOM-rapporten, medan den i nuvarande svenska kursplaner har en högst undanskymd roll. I denna aktivitet får elever öva på att hantera dessa hjälpmedel även om huvudsyftet är att de ska få erfarenhet av begreppen parallella respektive rätvinkliga linjer. Dessa begrepp återkommer på olika sätt genom elevers matematikutbildning.

På den grundläggande nivå som aktiviteten beskriver handlar det främst om att eleverna ska bli bekanta med parallella och rätvinkliga linjer. Om begreppen är helt nya för eleverna kan de börja med att titta på bilder som visar exempel och motexempel och diskutera vilka likheter och skillnader de ser.



Låt eleverna tillsammans formulera förklaringar av begreppen. Troligen kommer de att

använda uttryck som att *parallella linjer möts aldrig hur långt vi än ritar*, att de *hela tiden ligger sida vid sida av varandra* eller att *de ser ut som en tågräls*. Rätvinkliga linjer kanske beskrivs som *två linjer som möter varandra som i ett T* eller att *den ena linjen går rakt ut från den andra*. Även om detta inte är helt korrekta definitioner rent matematiskt duger de bra på denna nivå. Var bara uppmärksam så ingen elev ger en definition som leder fel, diskutera exempelvis vad de menar med "rakt ut".

Att hantera linjal och vinkelhake

Innan det egentliga arbetet börjar kan det vara bra att se efter att alla elever vet hur de ska hantera linjalen, d v s att de lägger den rätt på pappret, hur de håller den och var de ritar. De idag vanligast förekommande typerna av plastlinjal har en tydlig fram- och baksida. Att rätt sida kommer uppåt är naturligtvis viktigt när eleverna ska mäta och avläsa måtten, men även när de bara ska rita räta linjer underlättar det mycket att rätt sida är uppåt. Se också efter att ingen elev håller om linjalen utan att den ligger helt plant på underlaget och bara hålls fast med fingertopparna. Det är enklare att dra linjer längs den sida där måtten står utsatta, vid den andra långa kanten är det i regel svårare att dra ett streck eftersom den är tjockare eller ibland till och med "hänger i luften". Motsvarande genomgång bör göras då vinkelhaken ska börja användas.

Låt eleverna rita några räta linjer helt fritt på ett papper bara för att visa att de vet hur de ska hantera linjalen. Dessa papper kan tas tillvara för fortsatt bildarbete.

Parallella och rätvinkliga linjer

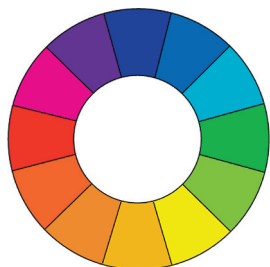
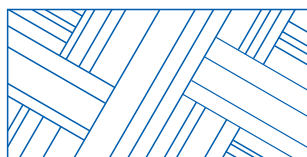
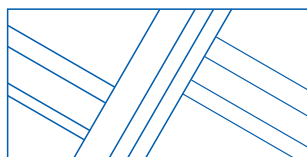
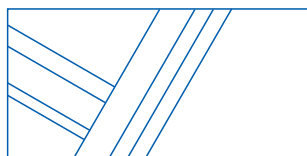
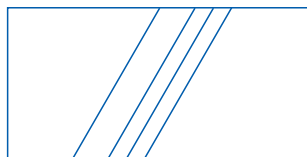
Arbetsbeskrivningen är gjord för lärarlett helklassarbete där resonemang och kommunikation får ta stor plats. Genomför gärna aktiviteten i samverkan med bildämnet. Avgör vilken storlek på pappersark eleverna bör använda med tanke på deras finmotorik. Pappersstorleken bestämmer sedan valet av lämpligt sätt att färglägga.

Material

Papper, pennor, linjaler, vinkelhakar och färgkritor, färgpennor eller vattenfärg.

Arbetsgång

1. Rita, på ett papper eller på tavlan, *fyra parallella linjer*. Diskutera vilken sorts linje de är, hur de benämns och vad som utmärker dem. Eleverna ritar motsvarande linjer på sitt eget papper, men diskutera och demonstrera först hur det ska göras. Låt eleverna hjälpa varandra i par eller smågrupper. Samla eleverna och låt några berätta hur det gick för dem att rita. Lätt? Svårt? Låt dem motivera hur de kan veta att linjerna verkligen är parallella.
2. Berätta att i nästa steg ska ni rita *fyra linjer som är vinkelräta mot de parallella linjerna*. Be om förslag på hur de ska göra. Några vill kanske fortsätta med linjalen och utgå från dess kortsida. Det kan fungera, men det är bättre att använda vinkelhaken. Ta upp en diskussion om vad som är vinkelrätt, be t ex om förslag från föremål i klassrummet. Diskutera och demonstrera hur de rätvinkliga linjerna ska ritas med hjälp av vinkelhaken. Samla eleverna igen och låt några elever berätta om hur det var att rita linjer som är vinkelräta mot varandra.
3. Fortsätt rita fyra linjer "på andra sidan".
4. Titta nu på alla linjer. Diskutera vilka som är parallella och vilka som är rätvinkliga. Låt eleverna upptäcka att linjerna faktiskt är både parallella och vinkelräta samtidigt!
5. Låt eleverna fortsätta på egen hand att fylla pappret med parallella och rätvinkliga linjer.
6. När pappret är fyllt, låt var och en välja två (komplement)färger och färglägga.
7. Sätt upp de färdiga alstren. Diskutera vad ni ser. Låt varje elev skriva kort om sitt arbete.



Inspiration till detta Uppslag har hämtats från *Math Art. Hands-on math activities for grades 2, 3, and 4* av Zachary J. Brewer.



Parallella och rätvinkliga linjer

Följande texter och bilagor är komplement till Uppslaget i Nämnaren 2014:4.

Två förslag

I uppslaget gavs förslag på att eleverna skulle rita några räta linjer på ett papper för att visa att de kan hantera linjalerna på ett korrekt och ändamålsenligt sätt. Nedan ges två förslag på hur man kan använda dessa bilder för fortsatt arbete.

Fyrfärgsproblemet

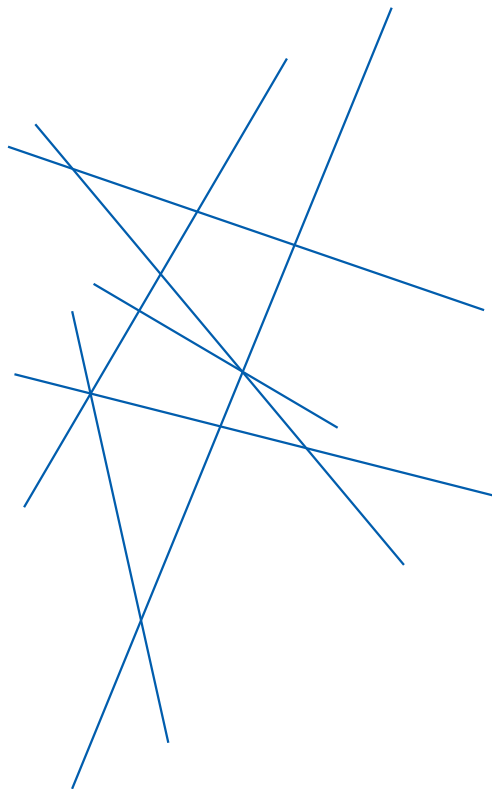
När eleverna har gjort klart sin bild med parallella och rätvinkliga linjer kan de användas för att undersöka fyrfärgsproblemet. Mer om det finns sist i detta dokument.

Bifogat material

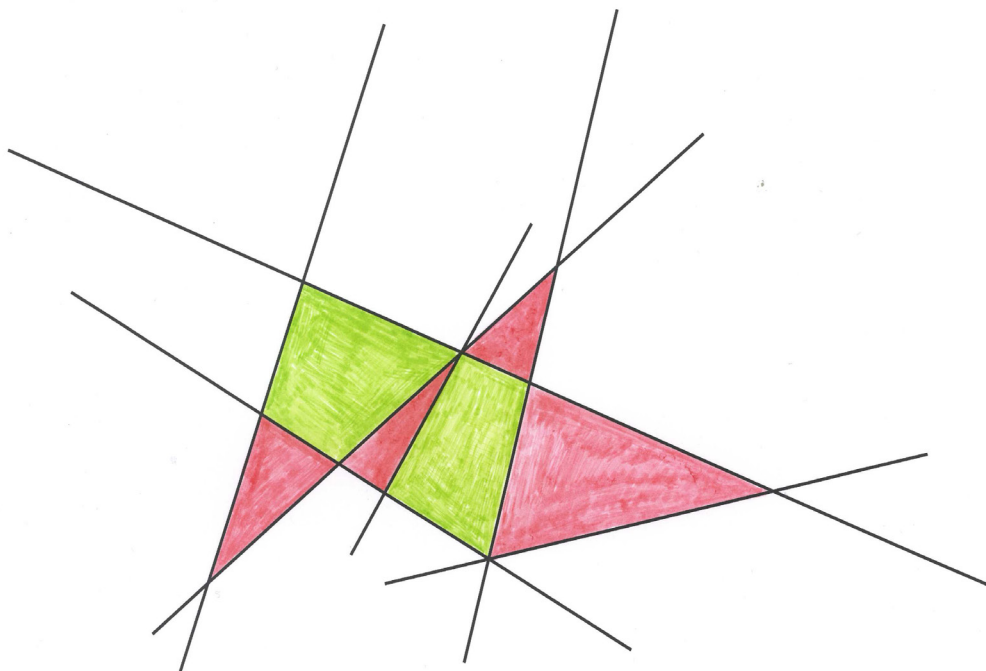
Bifogat, som länkar på webbplatsen, finns

- ◇ en sida med kort som visar parallella respektive inte parallella linjer. Använd sidan som den är eller laminera och klipp ut korten.
- ◇ motsvarande sida finns även för par av linjer som är rätvinkliga – eller inte.

Låt eleverna sortera korten och sedan motivera hur de har sorterat. Därefter skriver de en sammanfattning av vad som avgör vilken grupp respektive kort har sorterats i.



Inramade figurer

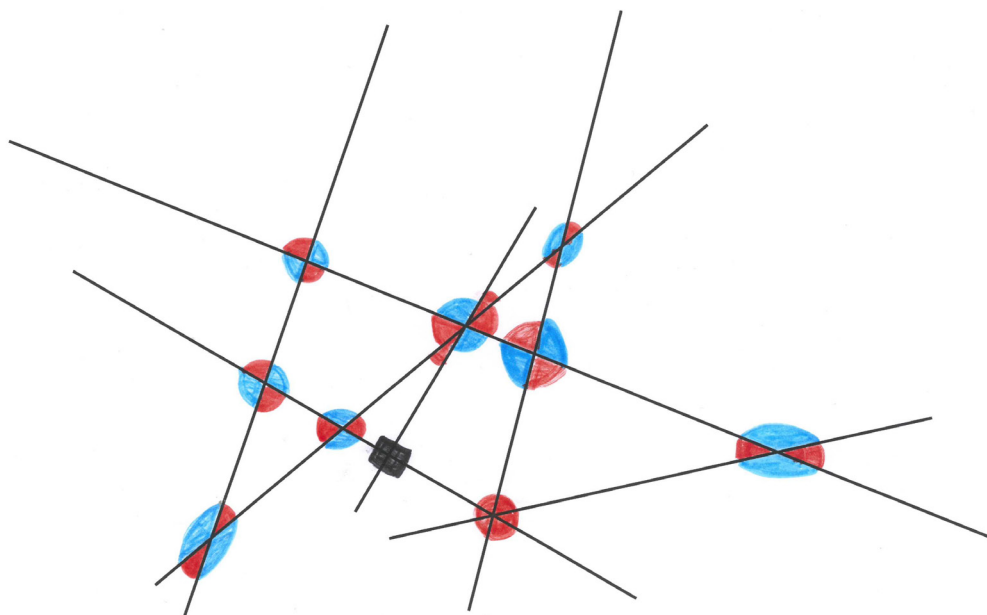


Titta gemensamt på de papper där eleverna ritat några räta linjer.

- ◇ Hur ser de olika områdena ut som linjerna "ramar in"? Vad heter de?
- ◇ Diskutera orden trekant, trehörning och triangel respektive fyrkant och fyhörning.
- ◇ Vilka namn finns det på olika fyhörningar? Är det någon som har "ramat in" en kvadrat? Rektangel? Parallelogram? Parallelltrapets? Romb?
- ◇ Har någon "ramat in" figurer med fler än fyra hörn?

Låt eleverna färglägga sina bilder, exempelvis trianglar i en färg och fyhörningar i en annan.

Linjerna bildar vinklar



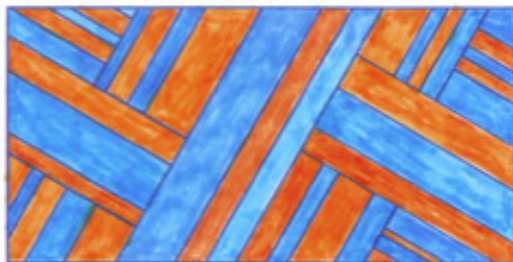
Titta på de vinklar som linjerna bildar och samtala om räta, spetsiga och trubbiga vinklar.

- ◇ Låt eleverna använda ett avrivet hörn från ett vanligt A4-papper som mall för rät vinkel. Vilka elever har en eller flera räta vinklar på sina bilder? Visa hur en rät vinkel brukar markeras.
- ◇ Vilka vinklar är spetsiga? Markera alla spetsiga vinklar och färglägg markeringarna i en och samma färg.
- ◇ Vilka vinklar är trubbiga? Markera alla trubbiga vinklar och färglägg dessa markeringar i en annan färg.
- ◇ Går det att se mönster av något slag när alla vinklar är bestämda och färglagda?
- ◇ Vad kan vi ta reda på om vertikalvinklar och alternatvinklar?

Fyrfärgsproblemet

Det finns ett klassiskt matematiskt problem som handlar om hur många färger som maximalt behövs för att färglägga vilken karta som helst. Fyrfärgssatsen säger att det behövs *högst* fyra färger för att färglägga varje möjlig geografisk karta på ett sådant sätt att inga angränsande regioner har samma färg. Två regioner sägs vara angränsande om de har en gemensam gräns, inte bara en punkt.

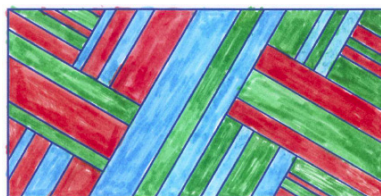
Satsen framlades 1852 av britten Francis Guthrie, vars bror var kartritare. 1976 bevisades slutligen satsen av Kenneth Appel och Wolfgang Haken vid University of Illinois. Fyrfärgssatsen blev därigenom det första större teorem som bevisades med hjälp av datorer. Beviset accepterades till en början inte av alla matematiker eftersom det inte direkt och enkelt kunde kontrolleras av en människa. En annan del i kritiken var avsaknaden av matematisk elegans.



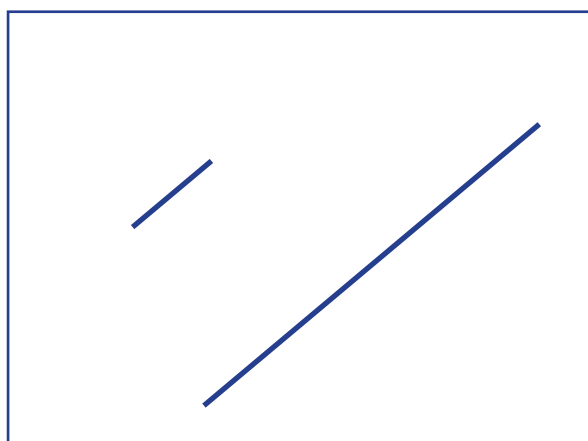
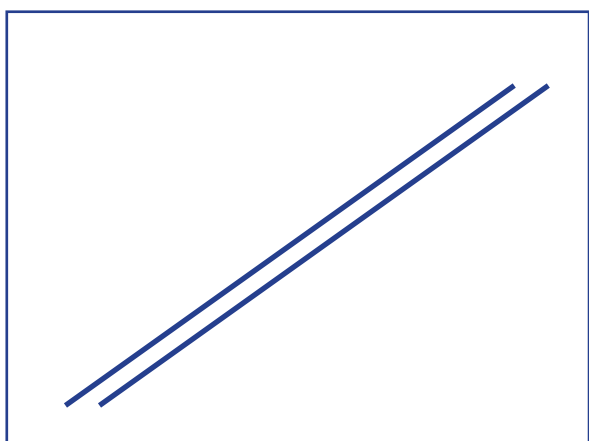
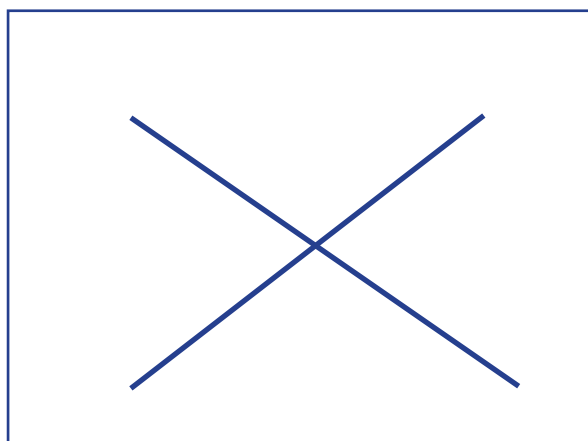
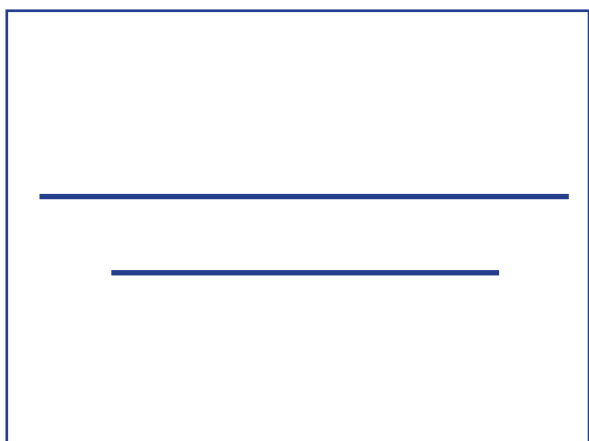
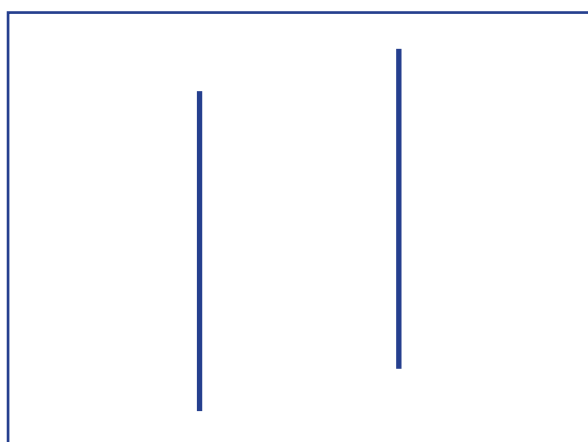
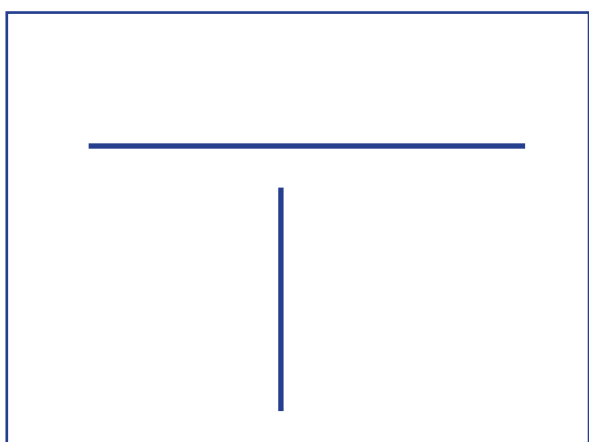
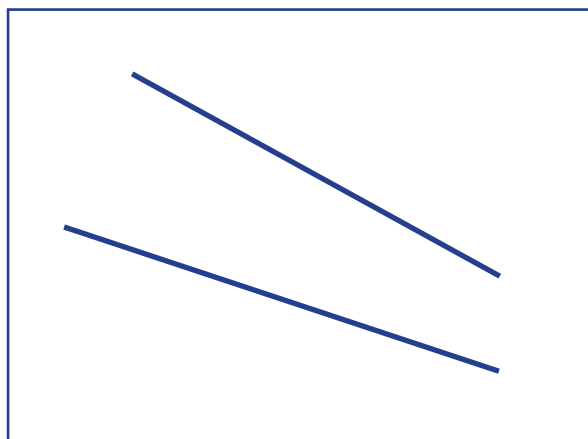
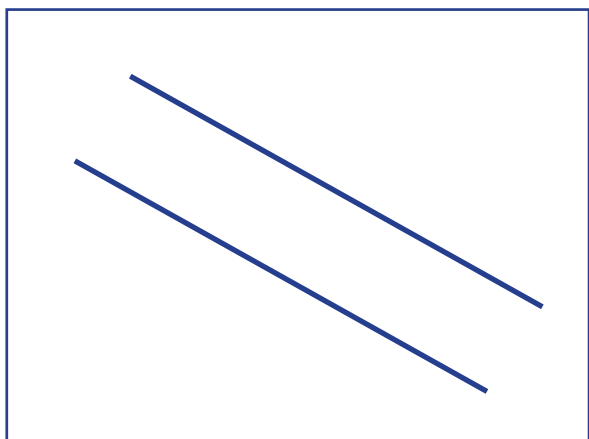
Då uppslagets bilder färgläggs med två färger är det enkelt att se att det är omöjligt att färglägga med bara två färger om inte en och samma färg får gränsa till sig själv.

- ◇ Hur är det med elevernas "slutprodukter", går de att färglägga så att högst fyra färger används och inget område gränsar till ett annat i samma färg?
- ◇ Om det fungerar med fyra färger, går det till och med att skära ner till tre färger?

Mer att läsa om den matematik som ligger bakom fyrfärgsproblemet finns bland annat i artikeln *Grafteori – en intressant och rolig del av den diskreta matematiken*, Torgny Domar, Nämnaren 1988:2



Vilka par av linjer är parallella?
Vilka är det inte? Motivera!



Vilka par av linjer är rätvinkliga?
Vilka är det inte? Motivera!

