Problem 1

Svar: 3 (men man kan också tänka sig ett annat svar).
Mirja:
Det minsta tvåsiffriga talet = 10   10 + 17 = 27
Det största ensiffriga talet = 9   27/9 =3

Jonathan och Isak tyckte att -99 var det minsta tvåsiffriga talet.
Detta ger: -99 + 17 = -82
-82 / 9 = -9,111...

När man talar om en- två- tresiffriga tal, så brukar man mena naturliga tal, men en definition av ett tvåsiffrigt tal är svår att hitta. Får inte andra tecken än siffror förekomma i ett tvåsiffrigt tal? Jonathan och Isak tyckte att de får ingå. När man talar om något viktigt så är det säkrast att undvika sådana termer. Säg inte till en som tänker resa till Svalbard att ”temperaturen där i juli brukar vara ett ensiffrigt antal celsiusgrader”. ”0 till 9 grader” är en bättre upplysning.

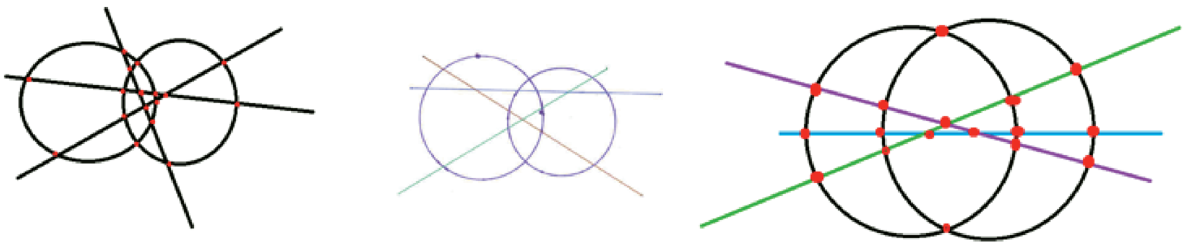
Problem 2

Svar 21 km.
I början visar kilometerräknaren 187569.
Under den första milen (1 till 10 km) är tiotalssiffran 7, samma som tusentalssiffran 18757e.
(e står för entalet). Under nästa mil är tiotalssiffran 8, samma som tiotusentalssiffran 18758e.
Under den tredje milen är tiotalssiffran 9 som entalssiffran var i början 18759e.
Men entalssiffran ändras för varje kilometer och under den första kilometern av den tredje milen, dvs. i den 21:a kilometern är entalssiffran, och bara den, 0, alltså alla siffror är olika. 187590.

Problem 3

Svar: 17.
De flesta svarade 17. Mirja svarade 50.
Jonathan och Isak samt Vera påpekar att svaret beror på om det med linjer menas räta linjer eller linjer i allmänhet dvs. kurvor. Ordet ”linje” är egentligen synonymt med ”kurva” men ofta lånar man det för att beteckna rät linje . Man ska se till att undvika missförstånd. I detta problem kan man förstå att det är räta linjer som avses, det talas om cirklar och linjer. Skulle vi med linje mena kurva så skulle vi skriva: ”Kristoffer ritade fem linjer varav två var cirklar.

Vera, Egor, Jonathan med Isak och andra skickade bilder.



Man har ritat figurerna och räknat skärningspunkterna, kan man nu veta att man har fått det största möjliga antalet skärningspunkter?
Jonathan och Isak förklarar:
När vi ritar ut två cirklar så är största antalet skärningspunkter 2.
När första linjen skär genom cirklarna får vi 4 nya skärningspunkter.
När andra linjen skär genom cirklarna får vi också 4 nya skärningspunkter och 1 extra då linjen skär den föregående linjen också.
När tredje linjen skär genom de två cirklarna får vi 4 nya skärningspunkter och 2 extra då linjen skär de två föregående linjerna.
2+4+5+6= 17
Cirklarna skär varandra, alla linjer skär varandra och varje linje skär varje cirkel. Men för att verkligen få 17 olika skärningspunkter får man, när man ritar figurerna, se till att alla skärningspunkter blir just olika, aldrig fler än två figurer som skär varandra i en punkt.
Jonathan och Isak fortsätter med en generalisering:
Summan av n tal på varandra utrycker max antal extra skärningspunkter mellan linjerna på n stycken linjer. 3 stycken linjer ger alltså 3 extra skärningar. 4 linjer ger 6 extra skärningar och 5 stycken linjer ger 10 extra skärningar osv. ...
Vi kan då teckna en generell formel som uttrycker max antal skärningspunkter i hela figuren med n stycken linjer:

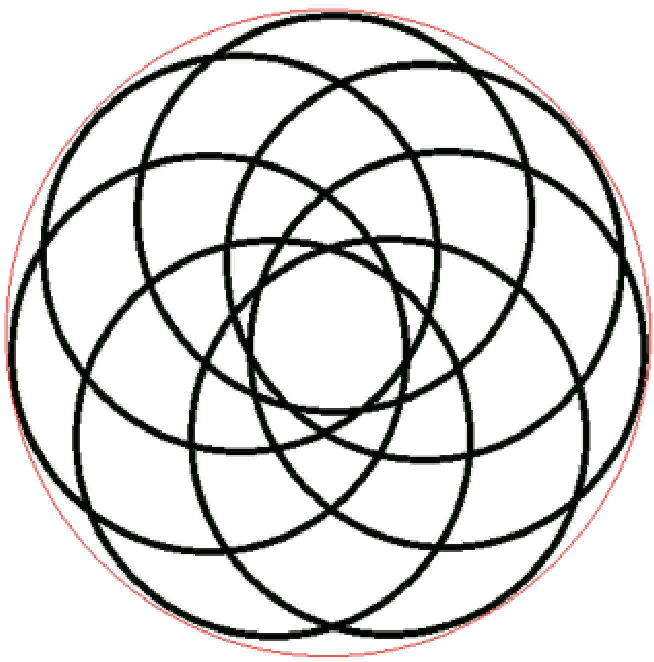
$$2+n^*4+(n-1)^*n/2$$

Jonathan och Isak kan alltså beräkna max antal skärningspunkter för två cirklar och ett godtyckligt antal linjer men då undrar vi: Hur blir det om man ritar fler cirklar? Det finns tre termer i Jonathan-Isaks uttryck: 2, n*4 och (n-1)*n/2.

2 är antalet skärningspunkter mellan cirklarna
n*4 antalet skärningspunkter mellan linjer och cirklar
(n-1)*n/2 antalet skärningspunkter mellan linjerna
Om vi har k cirklar och n linjer, så

antalet skärningspunkter mellan linjerna kan som mest vara (n-1)*n/2, som ovan
antalet skärningspunkter mellan linjerna och cirklarna 2*k*n
då varje linje skär varje cirkel på två ställen

Antalet skärningspunkter mellan cirklarna kan vi beräkna på samma sätt som antalet skärningspunkter mellan linjerna fast det blir dubbelt så många 2*(k-1)*k/2 = (k-1)*k då varje par av cirklar skär varandra på två ställen. Här ser vi sju lika stora svarta cirklar som skär varandra, alla med alla i 6*7= 42 olika punkter. (Den röda cirkeln räknas inte.)



k cirklar och n linjer kan sammanlagt som mest ha k*(k-1) + 2*k*n + n*(n-1)/2 skärningspunkter. Till exempel 4 cirklar och 4 linjer kan ha 4*(4-1) + 2*4*4 + 4*(4-1)/2= 12+32+6= 50 skärningspunkter.