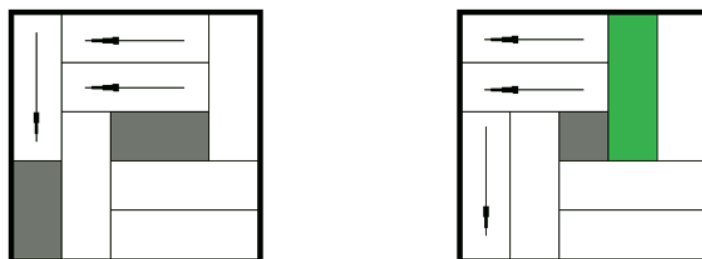


Svar: Minst tre klossar måste flyttas.



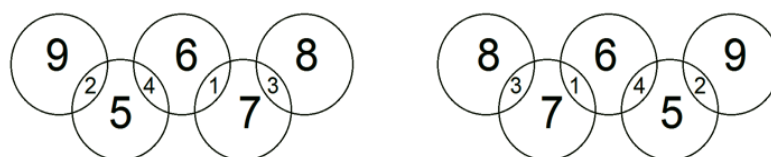
Först flyttar vi neråt klossen, som finns längst till vänster. Då blir det möjligt att flytta till vänster de två klossar som ligger överst. På det sättet skapas det grönmarkerade utrymmet för en ny kloss.

Några andra klossar kan vi inte flytta innan dessa tre har flyttats, så de måste flyttas för att få utrymme för en kloss till.

Problem 2

Svar: 6.

Det blev nog en hel del pusslande för alla som försökte lösa problemet. Först måste man fylla i de 9 tal så att problemets villkor blir uppfyllda. Här ser vi två sätt att göra det eller egentligen ett och dess spegelbild, talet i området med frågetecknet är 6.



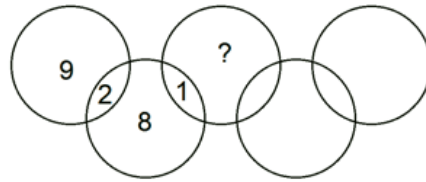
Sedan försöker man få andra tal i samma område tills man är säker på att allt annat än en sexa är omöjligt. Och sist, ska man övertyga andra om detta, och listan på alla försök skulle bli lång, om man ens kommer ihåg dem alla.

Vera förklarar det otroligt kort:

Eftersom 9 bara kan paras ihop med 2 och 8 bara kan paras ihop med 3 måste dem vara ytterst, kvar har jag 1, 4, 5, 6 och 7.

Det finns bara ett sätt att placera dem på och då hamnar 6 i mitten.

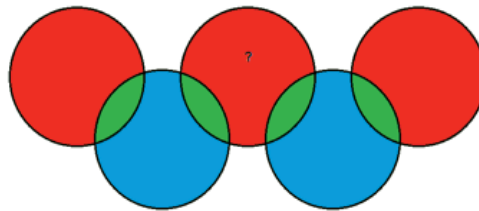
Det är ganska lätt att se att 9 måste stå i ett av de yttre områdena. Men att "8 bara kan paras ihop med 3" är inte alls självklart. Skulle det inte fungera om man började så här?



– Nej! ... men bevisa det! – OK! Cirkeln nere till höger har tre tomma områden. Ta-
len 1 och 2 har vi redan förbrukat, så det minsta vi kan skriva i dem är 3, 4 och 5 men
 $3+4+5=12$. Det går inte att få det till 11. Återstår att bevisa att 8 inte kan stå i annat än
det andra yttre område.

Ett annat bevis att i området med frågetecknet måste en sexa skrivas.

Vi undersöker helheten och grupper av områden innan vi går in på enskilda områden
och tal. Vi ska vissa att talet 6 inte kan stå i ett annat område än det med frågeteck-
net.



Vi säger att talen som ska skrivas i röda, gröna eller blå områden är röda, gröna res-
pektive blå tal.

R, G och B står för summor av röda, gröna respektive blå tal.

Summan av tal i alla tre färger är summan av alla heltal från ett till nio:

$$R + G + B = 1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45.$$

Röda och gröna områden tillsammans bildar tre cirklar, alltså $R + G = 3 \cdot 11 = 33$.

Blå och gröna områden tillsammans bildar två cirklar, alltså $B + G = 2 \cdot 11 = 22$.

$$R = 45 - 22 = 23 \quad B = 45 - 33 = 12 \quad G = 45 - 23 - 12 = 10$$

De gröna talen är fyra olika positiva heltal och har summan 10, alltså de måste vara
de fyra minsta positiva heltal: 1, 2, 3 och 4. Inget av de gröna talen är 6.

$B = 12$ och de två blå talen är olika, så ingen av dem är 6.

De yttre röda talen är > 6 eftersom varje av dem ska ha summan 11 med ett grönt tal
(ett tal ≤ 4).

Någonstans måste sexa skrivas och det återstår bara det inre röda området, det med
frågetecknet.

Problem 3

Svar: 13

Vera:

Efter varje sträck man drar bildas det en likbent triangel.

I en likbent triangel finns det alltid 2 sidor och 2 vinklar som är lika stora.

Ju fler sträck man drar desto större blir de lika stora vinklarna på triangeln. De ökar med 7 grader.

Man kan dra sträck så länge de 2 lika stora vinklarna i trianglarna är mindre än 90 grader.

Triangel:	Vinklar
1	$7 + 7 + 166$
2	$14 + 14 + 152$
3	$21 + 21 + 138$
4	$28 + 28 + 124$
5	$35 + 35 + 110$
6	$42 + 42 + 96$
7	$49 + 49 + 82$
8	$56 + 56 + 68$
9	$63 + 63 + 54$
10	$70 + 70 + 40$
11	$77 + 77 + 26$
12	$84 + 84 + 12$

Jag har dragit 12 sträck plus den första som ska räknas.

Ofta kallar man de lika stora vinklarna basvinklar och den tredje vinkeln toppvinkel.

Vera tillämpar rekursion. Nämligen ur vinklar i föregående trianglar beräknar hon vinklar i varje ny triangel. Om $b(n)$ och $t(n)$ är basvinkeln och toppvinkeln i triangel nr n , så kan sambanden beskrivas med formeln: $b(n) = 180 \text{ grader} - b(n-2) - t(n-1)$. Det sorters formel kallas rekursionsformel.



För alla likbenta trianglar gäller: $t = 180\text{grader} - 2 \cdot b$. Ur dessa två formler kan man härleda att basvinkeln ökar lika mycket i varje steg $b(n) - b(n-1) = b(n-1) - b(n-2)$. Hur mycket den ökar framgår inte av det rekursiva steget men man kan se detta genom att undersöka de första två trianglarna.

Det finns också explicita (dvs. icke rekursiva) sätt att visa att basvinkeln ökar med 7 grader för varje nästa triangel. Se figuren nedan! Man drar en hjälplinje parallell till en av vinkelns ben, och påståendet följer av ett par klassiska geometris axiom.



Låt oss slutligen se, vad som händer när vi har dragit 13 sträck (inklusive den första) och därmed ritat 12 trianglar. Om vi skulle dra en fjortonde sträck på samma sätt, så skulle en ny triangel till bildas, men inte som hittills utanför den senaste utan innanför. Sträcka nr 14 skulle skära sträcka nr 12.

