

Problem 3

Svar: Det finns 4 sådana tal.

Många har svarat att talen är: 101123, 112358, 202246 och 303369. Johan och Daniel och en till visar hur man kommer fram till det.

Johans lösning:

Låt de två första siffrorna vara a och b

Talets sex siffror är då:

a

b

$a + b$

$a + 2b$

$2a + 3b$

$3a + 5b$

Vi noterar att $0 \leq 3a + 5b \leq 9$ (siffra) samt $1 \leq a \leq 9$ (inledande siffra)

Alla de övriga siffror d uppfyller $0 \leq d \leq 3a + 5b \leq 9$, så alla a och b som uppfyller de två ursprungliga olikheterna ger ett giltigt tal.

$b = 0$ ger $3 \leq 3a \leq 9$ som är ekvivalent med $1 \leq a \leq 3$ (3 möjligheter)

$b = 1$ ger $3 \leq 3a \leq 4$ som är ekvivalent med $1 \leq a \leq 4/3$ (1 möjlighet)

$b \geq 2$ ger $3a < 0$ (0 möjligheter)

Det finns alltså 4 sådana tal.

“ABC-Basic for ever” löste problemet på ett helt annat sätt. Han skrev ett Basic-program som lät hans dator testa de fyra likheterna $a+b=c$, $b+c=d$, $c+d=e$ och $d+e=f$ där a , b , c , d , e och f var talets sex siffror. Testet gjordes för samtliga 900000 sexsiffriga tal. Datorn utförde flera miljoner additioner, tester, logiska operationer och programhopp och skrev ut de fyra tal som uppfyllde villkoren. Här följer programmet och resultatet något komprimerade:

```
for a=1 to 9:for b=0 to 9:for c=0 to 9:for d=0 to 9:for e=0 to 9:for f=0 to 9
```

```
if c=a+b and d=b+c and e=c+d and f=d+e
```

```
then print 100000*a+10000*b+1000*c+100*d+10*e+f,
```

```
next f,e,d,c,b,a
```

```
101123112358      202246      303369
```

Datorn klarade det blixtnabbt.

Vilken av dessa två metoder var bäst? När man löser ett problem för praktiska behov, så är det naturligt att använda en dator om det är det enklaste sättet. Många tycker också att det är roligt att programmera. Men om man tycker att det är roligt att lösa matematiska problem, så föredrar man nog att göra det själv, om det låter sig göras utan för många och för jobbiga beräkningar.

Det är också en skillnad på resultaten. Läser man noga Johans lösning, så ser man klart och säkert att det inte kan finnas fler än fyra sådana tal. Att läsa datorutskriften från ABC-Basic ger inte samma sorts säkerhet.

Men skriv gärna till oss om du inte håller med.