Svar och korta lösningar

Många problem kan lösas på flera sätt. Följande förslag ger inte någon heltäckande beskrivning. Diskutera olika lösningsförslag i klassen. I avsnittet *Arbeta vidare och utveckla problemidéerna* presenteras andra förslag till lösningar och olika möjligheter att bredda och fördjupa arbetet kring uppgifternas innehåll.

1. (E) 2323 blir 3232 baklänges, ett annat tal.

2. (C) Det enklaste är nog att jämföra varje del med siluetten och se vilken som inte passar.

3. (D) Familjen består av mamma, pappa, 3 döttrar och 2 söner. Varje flicka har ju samma antal bröder.

4. (B) I rutnätet ovanför mittenraden är 3 = 10 – 7, 1 = 7 – 6 och **2** = 3 – 1. Nedanför mittenraden är 17 = 10 + 7, 13 = 7 + 6 och **30** = 17 + 13.

5. (A) Det allra enklaste är kanske att pröva sig fram. Pröva A och se att det stämmer. Ett annat sätt är att anteckna veckodagarna i ordning och gå baklänges enligt texten.

6. (D) Halsband D har sex pärlor. Fyra stycken dvs två tredjedelar är mörka.

7. (D) Med överslag kan vi se att alternativen A, B och E är mindre än de två övriga, som är C: 10 000, D: 100 000.

8. (C) Vinklarna kan räknas var för sig: 10°, 20°, 30°, 50°, två och två: 30°, 50°, 80°, tre och tre: 10°+20°+30° = 60°, 20°+30°+50° = 100°, alla fyra tillsammans: 110°. Det ger åtta vinklar med olika gradtal.

9. (C) Det största tresiffriga talet är 987 och det minsta är 102. Skillnaden är 885.

10. (C) Kvadrat I har sidan 4 m och kvadrat II har sidan 6 m. Det innebär att kvadrat III har sidan 10 m (summan av sidlängderna på I och II). På liknande sätt får vi sidan på kvadrat IV till 16 m och omkretsen till $4 \cdot 16$ m.

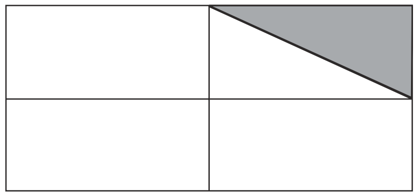
11. (D) Det är 33 tal mellan 1 och 100, delbara med tre: 3, 6, 9, ... 96, 99. Till 33 ska vi addera antalet tal, som slutar på tre men ej är delbara med tre. Talen är 13, 23, 43, 53, 73 och 83, 6 st.

12. (A) Det finns två påståenden om Fabian varav ett är felaktigt. Eftersom Maria har ett fyrfota djur och inte tycker om katter så har hon en hund och det kan då inte Fabian ha.

13. (B) Biets väg upprepas efter 5 celler. När det passerat 13 celler och rör sig in i den 14:e är det detsamma som att gå in i cell nr 4.

14. (B) Den enda skuggade area som är mindre än hälften är G. De övriga tre har alla halva figuren skuggad, på olika sätt.

15. (E) Med hjälp av figuren ser vi att triangelns area är 1/8.



16. (A) Rummets volym i kubikmeter: 4 x 5 x 3 = = 60. För att öka volymen med 60 m^3 – till det dubbla – ändrar vi takhöjden från 3 m till den dubbla, 6 m.

17. (C) Christians saltlösning väger 20 g. Salthalten är 3/20, vilket kan skrivas som 15/100 = 15 %.

18. (A) Från skålarna *P* och Q drar vi slutsatsen att ”triangeln” väger mindre än ”cirkeln”.

19. (A) Har Anton otur kan han först plocka upp 14 grå och sedan 8 vita möss. Först när han tar nästa mus får han säkert tre olika färger.

20. (C) Eftersom Barbro cyklar dubbelt så fort nerför och tjänar 15 min tar uppfärden 30 min och backen är då 5 km.
Alternativ lösning: Antag att backen är x km och jämför tiderna: $x/10 - x/20 = 15/60$.

21. (A) De sex färgerna är blå, vit, gul, svart, röd och grön. I den första bilden ser vi blå, gul och vit sida. Mittemot vit sida kan det inte finnas en blå eller gul, så alternativ B och E kan förkastas. I den tredje bilden ser vi svart och grön intill vit. Dessa kan inte finnas mittemot vit sida så C och D kan förkastas. Kvar finns A.

22. (D) Med **4** i mitten kan de kvarvarande talen paras ihop två och två med summan 8. Varje riktning får summan 12. Med **7** i mitten kan de andra talen paras ihop två och två med summan 7 och varje riktning får summan 14. Med **1** i mitten kan talen paras ihop två och två med summan 9 och varje riktning får summan 10.

23. (C) I varje grupp om fyra lag spelas $(4 \cdot 3)/2$ matcher = 6 matcher.

Omgång	Grupper	Totala antal matcher
1	8	$8 \cdot 6 = 48$
2	4	$4 \cdot 6 = 24$
3	2	$2 \cdot 6 = 12$
4	1	$1 \cdot 6 = 6$
final		1
summa		91

24. (C) För 32 sexhörningar får man lägga till nio grupper om tre sexhörningar. För att lägga till en grupp med tre sexhörningar behövs 11 tändstickor. Till nio grupper behövs 99 stickor, dvs totalt 123 tändstickor.

Arbeta vidare och utveckla problemidéerna

Det är vår förhoppning att ni ska finna många intressanta uppslag och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under många lektioner. Här är några förslag till arbeten.

Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter och vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid diskussionerna eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Till en del uppgifter har vi nedan gett direkta kommentarer om detta. Det finns naturligtvis mycket annat man kan göra. Hör gärna av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren och på *namnaren.ncm.gu.se*

Vi rekommenderar dig också att studera Nämnarens *Problemavdelning* som finns i varje nummer, med lösningar och kommentarer.

1. När man använder år, datum och klockslag kan man bilda en sifferpalindrom. För en månad sedan hade vi år 2002 den 20/2 kl.20.02. Utskrivet 20.02.20.02.20.02. När får vi en palindrom av det här slaget nästa gång? Skriv upp sifferpalindrom där år, datum och klockslag ingår.

Vilka av talen 10 – 100 är palindromer? 12 är inte en palindrom. Vänd på talet, 21, och addera till 12, det blir 33 som är en palindrom! 28 är inte en palindrom. Vänd på talet, 82, och addera, 110, inte palindrom. När vi vänder en andra gång får vi 011 och efter addition 121 som är en palindrom. 28 kan vi kalla en ”tvåstegspalindrom”.

Undersök alla tal upp till 100 och ange vilka som är palindromer, enstegspalindromer och tvåstegspalindromer osv.

Undersök klassens telefonnummer, har någon en palindrom. Kan man genom upprepade omvändningar och additioner få en palindrom?

Konstruera också ordpalindrom som t ex Paris, sirap, girig, ni talar bra latin.

2. Diskutera hur eleverna kan göra jämförelser, med bilden och med språkstöd, t ex ”en böj, en rak och sen uppåt”.

Låt eleverna sitta två och två. En beskriver en ritad figur med ord och den andra ritar efter beskrivningen – utan att se bilden. De kan också bygga med t ex logiska block. En lagd figur beskrivs så att kamraten, som inte ser den första figuren, kan lägga en likadan.

3. Det finns olika frågor att ställa, t ex *Hur många systrar har varje bror?*

Variera antalet bröder och systrar. Ta in fler släktingar. Hur många söner finns det i en båt med Robert, Roberts far och farfar?

Rita släktträd och konstruera problem utifrån detta. Vad heter t ex mammas mosters systerdotter.

4. Gör egna liknande problem enskilt eller i grupp och variera svårighetsgrad. Låt eleverna konstruera problem åt varandra.

5. Utgå från torsdagen och byt ut i övermorgon mot i förrgår. Då kommer man till tisdag som är dagen efter födelsedagen, som alltså var måndag.

Jämför innebörder: ”i går” och ”i morgon”, ”i övermorgon” och ”i förrgår”, ”om en vecka” och ”för en vecka sedan” etc.

6. Variera antalet pärlor men låt andelen mörka pärlor vara lika stor. Variera andelen mörka pärlor och studera hur totala antalet pärlor varierar.

7. Gör en första bedömning/skattning av vilka tal som är stora resp små. Förenkla beräkningar genom att t ex byta ordning på faktorerna. Använd möjligheten att ”läsa” uttrycket, t ex ”tusen gånger en tusendel är ett”. Det är ibland en fördel att skriva talen i bråkform i stället för decimalform.

Undersök multiplikation med 10-potenser.

Vad innebär det att multiplicera med ett tal mellan 0 och 1?

Vad innebär det att dividera med tal mellan 0 och 1? Gör undersökningar med miniräknare och ge en förklaring som kan stödja tankarna. Här behövs ”innehållsdivisionstänkande”.

8. Låt eleverna rita de 8 möjliga vinklarna. Kan ett annat resultat nås om vinklarnas inbördes placering är en annan? Variera vinklarnas storlek upp till summan 360°.

9. Vilket är det största resp. minsta fyrsiffriga talet med olika siffror? Om två siffror är lika i vardera talet?

Finn två olika tresiffriga tal som har given differens, t ex 123. (Se även Benjamin 2001, 21.)

Vilket tal med siffrorna 1, 2, 3, 7 och 9 ligger närmast 30 000?

Använd även negativa heltal och undersök liknande relationer.

10. Jämför också kvadraternas areor. Gör egna bilder med andra mått.

11. Välj andra tal, t ex 4 eller 7. Låt eleverna svara i en bestämd ordning. Är det några elever som alltid får säga ”burr” och några som aldrig får det? Varför?

12. Gör egna exempel individuellt eller i grupp.

13. Rita den fortsatta vägen! Vad upptäcker man då?

14. Låt eleverna på flera olika sätt, laborativt, med bilder, resonemang och med användning av formler visa att de skuggade areorna *E*, *F* och *G* är lika stora.

Antag att kvadraten har sidan *s*. Den skuggade arean *E* är hälften av kvadratens area. Arean av triangeln *F* är också hälften av kvadratens area, eftersom triangelns bas är lika med kvadratens sida *s* och dess höjd är *s*.

Area *F* blir:

$$\frac{s \cdot s}{2} = \frac{s^2}{2}$$

Area G (basen *s*/2 och höjden *s*):

$$\frac{\frac{s}{2} \cdot s}{2} = \frac{s^2}{4}$$

dvs hälften så stor som areorna E och F.

Arean av parallellogrammen *H* är hälften av kvadratens area.

Hur skulle figurerna kunna se ut om alternativ A vore uppfyllt? Alternativ C, D, E?

15. Rita en bild! Låt *b* och *h* beteckna rektangelns bas och höjd, $b \cdot h = 1$. Den konstruerade triangeln har basen *b*/2 och höjden *h*/2 med arean

$$\frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2}}{2} = \frac{b \cdot h}{8} = \frac{1}{8}$$

Vad händer om rektangeln byts mot en kvadrat? Mot en liksidig triangel?

16. Hur kan andra rum med samma volym se ut? Vilka mått? Hur stor volym får rummet med takhöjningen i B, C, D eller E ?

17. Hur mycket vatten behövs till 1 kg salt för att salthalten ska behållas? Hur mycket är 17 g vatten?

18. Samtliga skålar innehåller en fyrhörning så den kan vi bortse ifrån vid jämförelse. Från skålarna *P* och Q kan man avläsa att ”triangeln” väger mindre än ”cirkeln”. Den skål som skall placeras innehåller en triangel och en cirkel, den ska alltså placeras in mellan skål *P* och Q. En liknande uppgift finns i Benjamin 2000, nr 22. Låt eleverna göra egna problem och lösa varandras.

19. Lös en liknande uppgift t ex: I en byrålåda ligger röda, vita och blå strumpor. Hur många måste man minst plocka upp för att få två av samma färg?

20. Istället för km/h skulle man kunna prata om h/km eller i det här fallet 60 min/km. 10 km/h motsvaras då av 60 min/10 km = 6 min/km. 20 km/h blir då 60 min/20 km = 3 min/km. Det betyder att tidsskillnaden för varje kilometer mellan upp- och nedfärd är 3 min. Tidsskillnaden mellan upp- och nedfärd anges till 15 min så backen är 5 km. Vad händer med tidsskillnaden om vi ökar farten nerför till 30 km/h?

21. Låt eleverna bygga tärningar i litet tjockare papper och färglägga sidorna. Formulera egna problem muntligt eller skriftligt genom att lägga tärningarna på olika sätt.

22. Låt eleverna placera ut talen på lappar i cirklar och laborera fram de olika alternativen. Varför går det bara med 1, 4 och 7 i mitten?

23. Ändra antalet lag och villkor, t ex att endast bästa laget i varje grupp går vidare? Istället för enkelserie kan vi ha dubbelserie och avsluta med bäst av 3 matcher.

24. Låt eleverna bygga figuren med tändstickor och studera hur antalet stickor ökar för varje sexhörning som läggs till. Formulera ökningen språkligt eller i en formel med symboler. Pröva med andra figurer t ex trianglar, romber eller regelbundna femhörningar.