



Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Cadet 2025, facit och kommentarer

Här följer ett facit som du kan använda för att rätta årets Kängurutävling. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru. Det finns också bifogat i det mail du fått om tävlingen. När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad senast 30 april. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Många efterfrågar en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, tex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Cadet*.


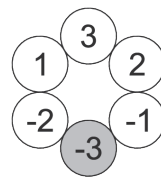
Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 1000 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. På ncm.gu.se/kanguru finns ett nomineringsformulär. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplom. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan tex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpbar och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond. Nomineringsformuläret måste fyllas i senast 30 april.



Facit och kommentarer – Cadet 2025

- 1 C 5220 För att få det största talet måste siffrorna ordnas från högsta till lägsta, alltså 5220.
- 2 E 12 Efter ett antal rotationer som är delbart med 6 kommer pappret se ut som från början. Det enda talet i alternativen som är delbart med 6 är 12.
- 3 E  För att få summan 8 av tre olika heltal mellan 1 och 6 är de enda möjligheterna $5+2+1$ och $4+3+1$. Ingen av dessa alternativ innehåller 6.
- 4 B $1/3$ Den regelbundna hexagonen är uppdelad i 36 kongruenta trianglar, varav 12 är skuggade. Den skuggade delen är lika med $12/36=1/3$.
- 5 A 60 12 perioder à 60 minuter är lika mycket som 60 perioder à 12 minuter. Alternativt: Det finns 5 perioder om 12 minuter på 1 timme. Därför finns det $5 \cdot 12 = 60$ perioder om 12 minuter på 12 timmar.
- 6 E 30 Om 7 år kommer Daniels ålder att vara $5+7=12$. Om 7 år kommer Dominics ålder att vara $(5+6)+7=18$. Summan av deras åldrar blir då $12+18=30$.
- 7 C -5 Uttrycket visar att han ska lägga till två av siffrorna och sedan subtrahera de andra två. Ohad kommer att få det minsta resultatet från sin beräkning när de två siffrorna han placerar efter subtraktionstecknen är så stora som möjligt. Därför bör han subtrahera 5 och 2 för att få det minsta resultatet. En sådan beräkning där detta är fallet är $2-2+0-5=-5$. Därför är det minsta svar Ohad kan få -5.
- 8 B 36 cm^2 Det finns fyra överlappande områden i figuren med en total yta på $4 \times 1 \text{ cm}^2 = 4 \text{ cm}^2$. Därför är den totala ytan som täcks av figuren $5 \cdot 8 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$.
- 9 A 4037 Någon som tittar från sidan måste lägga till 2 för varje siffra, för att få veta den verkliga kombinationen. Alltså är 4037 den verkliga kombinationen på Pauls väns lås.
- 10 B 5 Sanningssägare måste svara "ja", men lögnare kommer också att svara "ja" eftersom de ljugar. Därför är det totalt 20 personer i rummet. Det finns 10 fler sanningssägare än lögnare, det vill säga det är 5 lögnare och 15 sanningssägare.
- 11 A 16 m Det femte hindret kommer att vara efter $12 \text{ m} + 8 \text{ m} \cdot 4 = 12 \text{ m} + 32 \text{ m} = 44 \text{ m}$. Detta är $60 \text{ m} - 44 \text{ m} = 16 \text{ m}$ från målet.
- 12 D -3 Då två ringar redan är ifyllda måste det stå 3 i den övre ringen. Eftersom summan av 3 och den tomma ringen nere till vänster måste vara 1, måste det stå -2 i den. Samtidigt måste summan av 3 och ringen nere till höger bli 2, så det måste stå -1 i den. Därför måste det stå -3 i den eftersökta ringen.
- 
- 13 D 18:15 Uren på bilden visar en tidsskillnad på 6 minuter och 34 sekunder. Hälften av denna tid är 3 minuter och 17 sekunder, vilket är när uren visar lika mycket. Om vi lägger till 3 min och 17 s till det första stoppuret, kommer det att visa 18:15, och om vi subtraherar lika mycket tid från det andra stoppuret kommer det också att visa 18:15.
Alternativ lösning: Passetts längd = tiden som har gått + tiden kvar = $14:58 + 21:32 = 36:30$. Uren visar samma tid när hälften av passet har gått och hälften är kvar. De visar $36:30/2 = 18:15$ var.



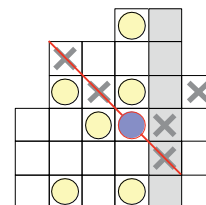
14 C 10

Summan av alla primtal mindre än 20 är 77:
 $(2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 = 77)$.

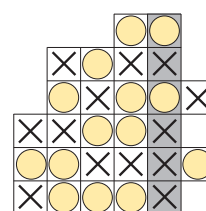
Låt n vara primtalet i nämnaren. Då skrivs A: $A = (77 - n)/n = 77/n - 1$
 Alltså är n en delare av 77, $n = 7$ eller $n = 11$, vilket ger $A = 6$ eller $A = 10$.
 10 är störst av dessa två tal.

15 B 2 ringar och 4 kryss

Den ritade diagonalen visar att det måste vara en ring i den tomma rutan längs diagonalen. Kolumnen som denna nyritade ring tillhör måste fyllas i med kryss i de tomma rutorna så att det inte blir fyra ringar på rad.



Fortsätt och titta på olika diagonaler, rader och kolumner så att det inte kan finnas plats för fyra ringar eller fyra kryss "på rad". Till slut blir den skuggade kolumnen ifylld och vi får följande resultat:



Den skuggade kolumnen innehåller fyra kryss och två ringar.

16 A 432

Eftersom $Y = P + P = A + A + A$, vet vi att Y är både en multipel av 2 och 3, och därmed ett multipel av 6. Talet Y är ensiffrigt vilket måste innebära att Y är 6. Därmed är $P = 3$ och $A = 2$.

Därför är $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot Y \cdot A = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 = 432$.

17 A 6

Vi behöver flytta en boll som har ett tal som är större än genomsnittet av talen i den ena skålen, men mindre än genomsnittet av talen i den andra skålen. Genomsnittet för den röda skålen är 7, medan genomsnittet för den blå skålen är 5,8. Mellan 5,8 och 7 finns talet 6. Då är det bollen med talet 6 vi behöver flytta.

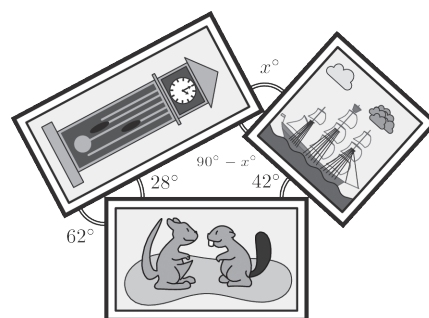
18 B 70

På bilden finns inritade vinklar som används i beräkningarna som leder fram till hur stor x är:

$$90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$$

$$28^\circ + 42^\circ + (90^\circ - x) = 180^\circ - 90^\circ$$

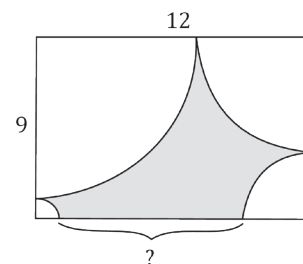
$$x = 70^\circ$$





19 B 6 cm

Flaggan är en rektangel, därför är dess motsatta sidor lika. De två korta sidorna innehåller tillsammans radierna för de fyra cirklarna och de adderas till $2 \cdot 9 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$. De andra två sidorna, det vill säga de fyra radierna och den saknade längden, adderas till $2 \cdot 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$. Därför är den eftersökta längden $24 \text{ cm} - 18 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.



20 D 9

Eftersom 60% av skotten som siktas på övre vänstra hålet måste vara ett heltal, måste detta tal vara en multipel av 5 ($60\% = 60/100 = 3/5$). Därför sköt han 0, 5, 10 eller 15 gånger mot det övre vänstra hålet. Detta innebär att han sköt $17 - 0 = 17$, $17 - 5 = 12$, $17 - 10 = 7$ eller $17 - 15 = 2$ gånger mot det nedre högra hålet. Av dessa alternativ måste 75% ($= 3/4$) vara ett heltal, vilket ger att talet måste vara ett multipel av 4. Därför gjorde han 12 skott på det nedre högra hålet, av vilka han träffade $0,75 \cdot 12 = 9$.

21 E 16

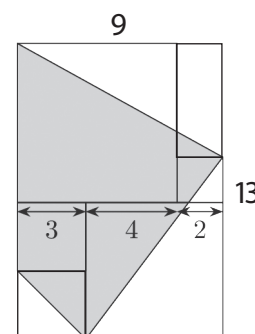
Tiden det tar för Anurag att gå 1 km är 15 minuter, och tiden det tar för honom att cykla 1 km är 4 minuter. Därför sparar han 11 minuter. Eftersom han är 5 minuter tidig när han går, är han totalt 16 minuter tidig när han cyklar.

22 C 66

Genom att förlänga linjerna så bildas en rektangel med måtten 13 cm och 9 cm och därmed arean 117 cm^2 . Om vi subtraherar areorna för de tre vita rätvinkliga trianglarna i hörnen från rektangelns area, får vi fram den sökta arean:

$$117 - (9 \cdot 5)/2 - (6 \cdot 8)/2 - (3 \cdot 3)/2 = 66.$$

Den skuggade fyrhörningen är alltså 66 cm^2 .



23 C 34

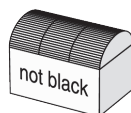
Eftersom de fem heltalen är på varandra följande, är den största möjliga skillnaden mellan dem fyra. De möjliga paren av heltal med en skillnad på fyra eller mindre, som när de adderas blir 69 kan vara 34 och 35 eller 33 och 36. På samma sätt är de möjliga paren av heltal med en skillnad på fyra eller mindre, som när man adderar dem blir 72, är 35 och 37 eller 34 och 38.

Om heltalsparet som adderas till 69 var 34 och 35, skulle inget av heltalsparen som adderas till 72 kunna skapas utan att upprepa ett heltal. Därför är paret som adderas till 69, 33 och 36.

Nu kommer paret som adderas till 72 att vara 35 och 37, annars skulle vi få en skillnad större än fyra mellan två av heltalen.

Därför är fyra av heltalen 33, 36, 35 och 37, och därmed är värdet på det saknade heltalet, r , lika med 34.

24 D



Om låda D innehåller de guldfärgade pärlorna är vi klara. Om vita pärlor ligger i D, så ligger rosa i E, i B svarta och i C guldpärlor. Annars ligger vita i E, rosa i B, svarta i C och guldpärlor i A.

Vi visar också att valet av en av de andra lådorna inte garanterar att Adira vet var de guldfärgade pärlorna finns. Om låda A innehåller röda pärlor, så kan de andra lådorna innehålla antingen svarta, gyllene, rosa, vita pärlor (i naturlig ordning) eller rosa, svarta, guldfärgade, vita pärlor, och det är inte entydigt var de guldfärgade pärlorna finns. Ett liknande resonemang gäller för de andra lådorna.