Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2025

Arbeta vidare med CADET

Matematiskt arbete handlar i stor utsträckning om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraters lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras. Många elever kanske också klarar sig utan de olika svarsalternativen.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det? Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru

Nedan har vi samlat några av problemen från CADET 2025. Vi ger förslag på hur eleverna kan arbeta med uppgifterna efter tävlingen och, i vissa fall, tar vi upp specifika svårigheter. Vi ger även exempel på hur frågeställningarna och förutsättningarna i uppgifterna kan varieras.

Tema: Testa och resonera

1. Träsiffror

Vilket är det minsta tal hon kan bilda med dessa siffror?
Hur många fyrsiffriga tal går att bilda med dessa siffror?
Hur många tal går totalt att bilda med dessa siffror? (Om noll är i början av talet blir det ett tresiffrigt tal).

3. Tre tärningar

Gör om uppgiften till summan 9 vid kast av tre tärningar som alla visar olika antal prickar. Vilket antal prickar är det Sandra inte kan ha fått på en av sina tärningar den här gången?
Utgå från tärningar med annat antal sidor. Låt eleverna hitta på egna frågeställningar.

7. Ohads siffror i uttryck

Vilket är det högsta resultatet på beräkningen som Ohad kan få?
Variera räknesätten till att även innefatta multiplikation och division.
Be eleverna hitta på egna uppgifter till varandra.

14. Primtal i division

Här kommer ett förslag på en problemlösningslektion för samma typ av fråga som i problem 14, målet är att diskutera delbarhet och primtalsfaktorisering. Starta i *5 praktiker för produktiva helklassamtal* (Förutse, Överblicka, Välja ut, Ordna och Koppla ihop). När eleverna löst uppgiften låter du elever med olika lösningsstrategi gå fram och redovisa på tavlan. Följ upp med diskussion om strategierna och hur de använt tals egenskaper.

Nedan finns variation av uppgiften för individualisering alternativt anpassning för helklass:

Två enklare uppgifter:
1:

> *Lisa har väljer fyra olika primtal mindre än 10, det vill säga bland {2, 3, 5, 7}.*
> *Hon lägger ihop de tre första primtalen och dividerar sedan summan med det fjärde.*
> *Är A ett heltal?"*

Här är uppsättningen av tillgängliga primtal mindre än 10 betydligt mindre, och eleverna kan testa alla möjligheter snabbt.

2:

> *Välj fem olika heltal bland {1, 2, 3 … 10}. Låt* $(a_1+a_2+a_3+a_4)/a_5$ *vara ett heltal A.*
> *Vilket är det största A du kan få?*

Denna variant använder inte bara primtal utan fem olika heltal vilka som helst från 1 till 10, vilket ger en liknande struktur (summa av fyra ska delas av det femte) men med ett större och enklare urval att resonera kring.

Två avancerade uppgifter:
1.

> *Elin väljer nio olika primtal mindre än 30. Hon kallar dem* $b_1, b_2 \dots b_9$ *och vill att kvoten*

$\dfrac{b_1 + b_2 + \ldots + b_8}{b_9}$ *ska bli ett heltal B. Vad är det största värdet B kan anta?*

Här krävs dels att man listar de primtal som finns under 30 (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29), och sedan klurar ut vilken som ska vara nämnare för att få störst heltalsresultat. Summan av alla tio primtal är större, och man måste välja bort exakt ett primtal för att få nio olika.

2: *Betrakta de 12 första primtalen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.*

Du ska använda alla 12 och ställa upp en division $\dfrac{b_1 + b_2 + \ldots + b_{11}}{b_{12}}$ *så att resultatet blir ett heltal C.*
Vilket är det största möjliga heltalsvärdet på C?

Här används en ännu större mängd primtal. Eleverna måste räkna ut summan av de 12 primtalen och undersöka vilka som kan vara nämnare för att ge en heltalskvot.

16. Chiffer med Papaya

Förslag på olika typer av variation:

- Variation med fler bokstäver och liknande villkor

Konstruktionen 'PAPAYA' innehåller tre bokstäver (P, A, Y). Hur skulle du ställa upp ett liknande problem fast med fyra olika bokstäver, till exempel 'GUAVA' (4-siffrigt) eller 'FIKON' (5-siffrigt)? Vilka nya svårigheter uppstår när man har fler bokstäver (fler villkor) och hur angriper du dem systematiskt?

- Nya villkor på relationerna

I vårt problem gällde $Y = 2P = 3A$*. Hitta på och undersök ett liknande villkor, till exempel* $Y = 3P + 2A$*. Vilka kombinationer av siffror (0–9) kan då uppfylla kravet om att vara entydiga (inga två bokstäver är samma siffra) och att den första bokstaven (P i exemplet) inte är 0?*

- Summor och produkter

Vi beräknade produkten $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot Y \cdot A$*. Undersök i stället summan* $P+A+P+A+Y+A$*. Finns det några intressanta samband mellan summan och produkten av siffrorna i just den här lösningen? Hur förändras summan respektive produkten om du varierar antalet bokstäver eller villkoren för siffrorna?*

- Kontroll med olika baser

Anta att PAPAYA (där P, A, Y är bestämda siffror) i stället tolkas i bas 8 eller bas 12. Hur beräknar du talets värde då? Skulle villkoret $Y = 2P = 3A$ *tolkas annorlunda om man arbetar i en annan talbas (exempelvis om '2' och '3' också är symboler i den nya basen)? Varför eller varför inte?*

- Divisibilitet och nya restriktioner

I det ursprungliga problemet var enda kravet att PAPAYA är ett sexsiffrigt tal med vissa relationsvillkor. Om vi även lägger till kravet att PAPAYA ska vara delbart med till exempel 9 eller 11, hur kan du steg för steg undersöka om det finns en lösning? Beskriv hur du skulle gå till väga för att hitta (eller avfärda) sådana lösningar.

23. Bokstäverna *p, q, r, s* och *t*

Kommande uppgifter tränar samma typ av logiska/algebraiska resonemang:

1. Att inse att ”fem (eller tre, fyra, sex) på varandra följande heltal” kan skrivas som $\{n, n+1, n+2 \ldots\}$
2. Att villkoren (summa, produkt, differens, kvot) begränsar hur man kan para ihop talen.
3. Att ingen siffra/tal används dubbelt, och att ordningen är godtycklig men alltid med exakta fem (eller fler/färre) olika heltal.

Målet är att fler elever ska använda en mer hållbar strategi än att testa olika kombinationer. Uppgifterna nedan kan antingen kombineras för en progression, eller delas ut baserad på individuell nivåanpassning.

Två enklare uppgifter:
1. Tre konsekutiva heltal i valfri ordning.

Erik, Fia och Göran väljer var sitt tal ur mängden $\{n, n+1, n+2\}$ av tre på varandra följande heltal, men inte nödvändigtvis i ordning. Vi kallar deras valda tal för E, F, G.

1. *Vi vet att $E+F=15$.*
2. *Vi vet också att $G-E=2$.*

Bestäm vilka tal Erik, Fia och Göran har valt.

Eleverna kan prova att låta (E, F) vara något par som summerar till 15 och se vilket n det ger. Sedan kontrolleras om G (det sista talet) passar in med differensen 2 och att alla tre är konsekutiva heltal.

2. Fyra konsekutiva heltal i valfri ordning.

Anna, Berit, Calle och David väljer var sitt tal ur $\{x, x+1, x+2, x+3\}$ av fyra på varandra följande heltal. Kalla deras val för A, B, C, D.

1. *Vi vet att $A \cdot B=56$.*
2. *Vi vet också att $C+D=15$.*

Bestäm vilket tal var och en har (det vill säga, vilka är A, B, C, D)?

Eleverna behöver inse att bland fyra konsekutiva heltal finns endast vissa par som kan bilda produkten 56. Sedan kontrollerar man om de återstående två talen kan bilda summan 15.

Två mer avancerade uppgifter:
1. Fem konsekutiva heltal i valfri ordning, med flera villkor.

Det finns fem heltal $\{n, n+1, n+2, n+3, n+4\}$.
Låt bokstäverna p, q, r, s, t motsvara de fem på varandra följande heltalen i någon ordning (alla fem olika, förstås). Vi känner till följande tre villkor:

1. $p+q=21$
2. $p \cdot s=72$
3. $r-s=3$.

Vilka är talen p, q, r, s, t? Och vilket av dem är $\{n, n+1, n+2, n+3, n+4\}$ i stigande ordning?

Tips för lösning:

- Lista fem på varandra följande heltal som kan ha två tal med summan 21 och två tal med produkten 72.
- Kontrollera därefter vilket par kan uppfylla differensen 3.
- Se till att inget tal används dubbelt och att de verkligen är fem konsekutiva tal.

2. Sex konsekutiva heltal – tre olika villkor (summa, produkt, kvot):

Vi har sex på varandra följande heltal $\{m, m+1, m+2, m+3, m+4, m+5\}$. Dessa fördelas i någon ordning på sex bokstäver a, b, c, d, e, f. Följande villkor gäller:

1. $a \cdot b = 54$
2. $c/d = 2$
3. $e + f = 15$

Bestäm vilket tal c motsvarar (och hitta gärna hela fördelningen av $\{m, m+1, m+2, m+3, m+4, m+5\}$ om du kan).

Tips för lösning:

- Fundera på vilka två konsekutiva heltal (ur ett visst intervall) som kan ge produkten 54.
- Vilka två (andra) konsekutiva heltal kan ha kvoten 2?
- Slutligen, vilka två (sista) heltal kan summera till 15?
- Se till att alla sex heltal används exakt en gång och verkligen bildar en sekvens av sex i stigande ordning.

Tema: Tid och hastighet

5. 12-minutersperioder

Hitta på andra tidsperioder där tiden i minuter är en faktor till talet 60.

Hur många 6-minuters perioder går det på 6 timmar?
Hur många 10-minuters perioder går det på 10 timmar?
Hur många 5-minuters perioder går det på 5 timmar?

Be eleverna fundera på:
Hur ska frågorna formuleras för att svaret alltid ska bli 30, 120 respektive 15?
En variant är också att ändra antalet timmar så att resultatet inte blir 60.

13. Stoppur vid löpband

Man kan lätt variera tiderna i den här uppgiften. Starta med resultatet (det vill säga tiden som är den samma för de båda uren) och lägg till lika mycket på ena tiduret som dras bort från det andra så det finns två nya tider att utgå ifrån.

Be eleverna att formulera en strategi för att lösa den här typen av uppgift efter att ha testat att lösa olika exempel.

Följande är ett förslag på scaffolding-steg (stöttning där problemet bryts ner i delproblem) om man vill jobba med uppgiften på en lektion.

1. Omvandling till sekunder
   - *Deluppgift:* Beräkna hur många sekunder 14 minuter och 58 sekunder (14:58) motsvarar.
   - *Följdfråga:* Gör samma sak för 21 minuter och 32 sekunder (21:32).
2. Skillnad mellan de två tiderna
   - *Deluppgift:* Räkna ut skillnaden i sekunder mellan tiden som redan förflutit (14:58) och tiden som återstår (21:32).
   - *Följdfråga:* Hur många minuter och sekunder motsvarar denna skillnad?
3. Definiera en variabel
   - *Deluppgift:* Låt x vara antalet sekunder som går från nu tills tidmätarna visar samma tid.
   - *Följdfråga:* Vilka uttryck kan du skriva för ”tiden som gått” och ”tiden som är kvar” när de visar samma tid (i termer av x)?
4. Formulera och lös ekvationen
   - *Deluppgift:* Skriv en ekvation som fångar att ”tiden som gått plus x” ska vara lika med ”tiden som är kvar minus x”.
   - *Följdfråga:* Lös ekvationen för x. Hur många sekunder är det tills de båda stoppen visar samma tid?
5. Tolka svaret
   - *Deluppgift:* Hur lång är den tid som har förflutit när stoppen visar samma tid? (Tips: lägg till x på den tid som redan gått.)
   - *Följdfråga:* Omvandla det värdet till minuter och sekunder. Vilken tid visar båda stoppen?
6. Reflektera
   - *Deluppgift:* Varför är det rimligt att den gemensamma tiden ligger mellan 14:58 och 21:32?
   - *Följdfråga:* Skulle det kunna uppstå flera tillfällen då de visar samma tid? Varför/varför inte?

21. Anurags skolväg

Samtliga uppgifter tränar tid/distans- och hastighets-beräkningar, men med varierande grad av komplexitet, beroende på om sträckan är uppdelad eller om fler villkor (paus, flera delsträckor et cetera) tillkommer.

Två enklare uppgifter:

1. Kortare sträcka, enkel jämförelse

Lisa har 500 meters promenad till bussen. Hon måste vara framme vid hållplatsen kl 07:30. Om hon går i 3 km/h kommer hon fram 5 minuter för sent.

a. *Hur långt i tid tar det för henne att gå i 3 km/h?*

b. *Vid vilken tid behöver hon egentligen anlända till hållplatsen för att tajma bussen perfekt (det vill säga hur många minuter total restid hade hon behövt)?*

c. *Hur många minuter för tidigt kommer hon om hon ökar farten till 4 km/h?*

2. Olika starttid, enkel ökning av hastighet

Amal ska cykla hem från skolan, en sträcka på 2 km. Hon börjar cykla kl 15:00. Med en hastighet på 8 km/h kommer hon fram kl 15:20.

a. *Hur många minuter tog cykelturen i det fallet?*

b. *Vilken är den ”rätta” ankomsttiden om hon egentligen skulle komma fram 5 minuter tidigare än 15:20?*

c. *Med vilken hastighet hade hon behövt cykla för att anlända på den rätta tiden?*

Två avancerade uppgifter:

1. Två olika delsträckor och sammanvägd restid

Ali ska gå totalt 3 km för att ta sig till jobbet, men sträckan är uppdelad i två olika delar:

- *2 km landsväg, där han går i 4 km/h*
- *1 km stadsmiljö, där han bara går i 3 km/h.*

Han startar kl 07:30 och anländer 10 minuter för tidigt.

a. *Hur lång tid tar promenaden sammanlagt? (Beräkna dels tiden för 2 km, dels för 1 km, och lägg ihop.)*

b. *När är den schemalagda ankomsttiden?*

c. *Om han i stället skulle använda en elsparkcykel och köra hela sträckan i jämn hastighet 12 km/h, vilken ny ankomsttid får han då? Hur många minuter för tidigt eller sent blir det?*

2. Växla hastigheter med stopp på vägen

Fatima har 6 km till jobbet. Hon startar kl 07:00 och måste vara framme kl 07:30 exakt.

- *Hon springer de första 4 km i 12 km/h.*
- *Därefter tar hon en paus på 3 minuter.*
- *Hon går de sista 2 km i 5 km/h.*

Tyvärr anländer hon 4 minuter för sent.

a. *Räkna ut hur lång tid hennes resa (inklusive paus) tog, och bekräfta att hon blev 4 minuter sen.*

b. *Hur snabb hade hon behövt vara under de sista 2 km för att anlända i precis rätt tid, förutsatt att hon behåller samma öppningsfart och samma paus?*

c. *Hur mycket kortare hade pausen behövt vara (om hon behållit sina hastigheter) för att inte komma sent?*

Förslag på andra hastighetsproblem från tidigare år: Cadet 2023:18, Junior 2022:14

Tema: Algebra och tals användning

2. Hexagonal vridning

Låt eleverna ge förslag på korrekta lösningar där antalet rotationer är större än 12. Fråga eleverna hur många olika förslag på antal rotationer de kan hitta inom olika intervall, som du själv hittar på, med samma villkor att hexagonen ser ut som den gjorde från början.

Liknande problem: Ecolier 2025:2, Benjamin 2025:5.

4. Hexagon uppdelad i trianglar

Låt eleverna motivera varför samtliga trianglar är lika stora i figuren.
Hur hade det blivit ifall det varit andra typer av polygoner?

6. Ålder på syskon

Låt eleverna hitta på egna problem med två syskon. Låt eleverna variera syskonens ålder och om hur många år summan av syskonens åldrar ska summeras. Öka även antalet syskon.

Tema: Logik

10. Sanningssägare och lögnare

Förslag på variationer:

- Variation av antal personer och skillnad

Anta att det nu är totalt 30 personer i rummet, och att det finns k fler sanningssägare än lögnare. Alla svarar fortfarande "Ja" på frågan 'Är du en sanningssägare?'. Hur kan du ställa upp och lösa motsvarande ekvationssystem för att hitta antalet sanningssägare och lögnare?

- Förändrad fråga

Vad händer om frågan som ställs är 'Är du en lögnare?' i stället för 'Är du en sanningssägare?'? Hur förändras svaren och hur löser man problemet i det fallet?

- Introduktion av en tredje grupp

Föreställ dig att det finns en tredje grupp i rummet som varken alltid ljuger eller alltid talar sanning, utan svarar slumpmässigt. Beskriv hur du skulle försöka ta reda på hur många det finns i varje grupp när du ställer en viss fråga och får svaren 'Ja' och 'Nej'.

- Mer komplex frågeformulering

Om frågan lyder: 'Om jag frågade dig: "Är du en sanningssägare?", skulle du svara "Ja"?' – hur besvarar sanningssägare respektive lögnare den här nya, mer inbäddade frågan? Hur kan du resonera för att räkna ut antalet i varje grupp utifrån deras svar?

- Logiska resonemang med upprepade frågor

Om du i stället fick möjlighet att ställa två olika frågor till var och en i rummet, hur skulle du då kunna formulera dina frågor för att entydigt identifiera vem som är sanningssägare och vem som är lögnare? Beskriv en strategi och förklara hur antalet svar 'Ja' och 'Nej' låter dig dra slutsatser.

Liknande problem: Cadet 2022:21, Benjamin 2020:16, Cadet 2015:16, Student 2016:14

Tema: Geometri

11. Häcklöpning

Detta problem kan ses som ett delbarhetsproblem men vi kan också klassificera det som avståndsmätning och ställa fler frågor kring avstånd.

Jobba mot ett generellt algebraiskt uttryck:

> *Om vi i stället skulle ha 6 häckar med samma avstånd mellan dem, hur ändras avståndet från den sista häcken till mållinjen? Vilka nya beräkningar behöver du göra?*
>
> *Om vi i stället skulle ha 103 häckar med samma avstånd mellan dem, hur ändras avståndet från den sista häcken till mållinjen? Vilka nya beräkningar behöver du göra?*
>
> *Om vi i stället skulle ha häckar med samma avstånd mellan dem, hur ändras avståndet från den sista häcken till mållinjen? Vilka nya beräkningar behöver du göra?*

För in generella beteckningar

> *Kan du ta fram en formel som beskriver avståndet från sista häcken till mållinjen i termer av:*
>
> *L = totala längden på loppet*
> *d = avståndet till första häcken*
> *n = antal häckar*
> *a = avståndet mellan häckarna?*
>
> *Hur skulle formeln se ut och hur kan man härleda den?*

18. Geometri – vinklar

Uppgifter med vinklar från tidigare år: Cadet 2022:23, Cadet 2023:14

22. Geometri – Area

Exempel på andra areaproblem från tidigare år: Cadet 2923.16, Cadet 2022:13, Junior 2022:20

Tema: Sannolikhet och statistik

17. Skålar med bollar

Kommande uppgifter tränar liknande idéer: att jämföra ursprungliga medelvärden med nya, använda (ofta enkla) algebraiska eller aritmetiska resonemang, och att systematiskt pröva vilka förflyttningar som faktiskt leder till att medelvärdet ökar. De enklare uppgifterna har färre bollar/restriktioner, medan de mer avancerade kräver fler steg eller fler skålar/byten.

Två enklare uppgifter:

1. Flytta en boll mellan två små uppsättningar

> *Tina har en röd skål med bollarna {1, 2, 3} och en blå skål med bollarna {4, 5}. Hon vill flytta precis en boll från den röda till den blå skålen så att båda skålarnas medelvärde stiger jämfört med det ursprungliga.*

a. *Vilka är de ursprungliga medelvärdena i respektive skål?*

b. *Finns det någon boll hon kan flytta så att medelvärdet i både röd och blå skål ökar? Om ja, vilken?*

2. Flytta en boll med fler restriktioner

Amir har två lådor med siffror. Den första lådan har {1, 10}, den andra har {2, 3, 9}. Han vill flytta en siffra från den första lådan till den andra, och efter flytten ska:

- *Medelvärdet i den första lådan öka.*
- *Medelvärdet i den andra lådan öka.*
- *Summan i den första lådan förbli större än summan i den andra lådan.*

Finns det någon flytt som uppfyller alla tre krav?

Två avancerade uppgifter:

1. Två byten istället för ett

Du har två samlingar av heltal:

- *Samling R: {2, 4, 5, 8, 10}*
- *Samling B: {1, 6, 7, 9, 12}*

Du får nu göra två flyttar: en boll från R till B och en boll från B till R, alltså ett slags ”byte”. Därefter vill du att medelvärdet i båda samlingarna ska vara högre än innan bytet.

a. *Visa hur du beräknar de ursprungliga medelvärdena i R och B.*

b. *Undersök möjliga byten (en boll från R, en boll från B). Finns det något byte som höjer medelvärdet i båda samlingarna?*

3c *Om ja, vilken eller vilka kombinationer fungerar?*

2. Tre skålar och en cyklisk förflyttning

Du har tre skålar, var och en med ett antal heltalsbollar:

- *Skål A innehåller 4 bollar: {1, 2, 9, 10}*
- *Skål B innehåller 3 bollar: {3, 4, 12}*
- *Skål C innehåller 3 bollar: {5, 6, 7}*

Du ska flytta exakt en boll från A till B, en boll från B till C, och en boll från C till A (så att varje skål lämnar ifrån sig en boll och får en från en annan).

a. *Formulera villkoret för att medelvärdet i alla tre skålarna ska öka efter dessa tre förflyttningar.*

b. *Undersök om det finns en eller flera sådana cykliska förflyttningar som ökar alla medelvärden. Motivera.*

Liknande problem: Cadet 2023:4, Cadet 2022:12

20. Skjuta skott

Dessa uppgifter hjälper eleverna att befästa idén att träffprocent × antal skott ska vara ett heltal, samtidigt som de övar på att formulera och lösa enkla heltals- och procentproblem med olika villkor.

Två enklare uppgifter:

1. Enkel procent och färre skott

> *Sara skjuter totalt 10 pilskott mot två olika mål. Mot det första målet träffar hon 50 % av skotten, och mot det andra målet träffar hon 60 %. Om antalet träffar mot vart och ett av målen måste bli ett heltal, hur många skott sköt hon mot det första respektive andra målet?*

Här är det ett mindre totalt antal skott (10) och enklare procentsatser (50 % och 60 %). Eleverna får resonera kring ”antalet träffar måste vara heltal” samt att summan av skotten är 10.

2. Udda antal skott men med enkla procenttal

> *Anna skjuter mot två basketkorgar. Hon skjuter totalt 9 gånger. Mot den första korgen träffar hon 33 % (1/3) av skotten, mot den andra korgen träffar hon 50 % av skotten. (Alla träffar är heltalsantal.) Hur många skott sköt hon mot den första respektive andra korgen?*

Här är det ett mindre antal skott (9) och enkla procenttal som även är tydliga bråk (1/3 och 1/2). Eleverna behöver hitta heltalsuppdelningar som gör träffarna till hela tal.

Två avancerade uppgifter:

1. Tre mål och två olika träffandelar

> *Daniel skjuter totalt 20 pilar fördelade på tre olika mål:*
>
> - *Mål A: träffprocent 40 %*
> - *Mål B: träffprocent 50 %*
> - *Mål C: träffprocent 80 %*
>
> *Han skjuter x gånger mot A, y gånger mot B och z gånger mot C. Då gäller* $x + y + z = 20$ $x + y + z = 20x + y + z = 20$*. Dessutom måste antalet träffar mot varje mål vara ett heltal. Bestäm samtliga möjliga fördelningar* (x, y, z)*.*

Här finns tre mål i stället för två, och fler möjligheter. Eleverna tränas i att både hålla koll på summan av skott och krav på att träffantalet (exempelvis $0{,}4x$) är heltal för alla tre målen.

2. Olika träfffrekvenser och extra villkor

> *Patrik skjuter totalt 24 skott mot två mål:*
>
> - *Mål 1: träffprocent 70 %*
> - *Mål 2: träffprocent 50 %*
>
> *Låt a vara antal skott mot mål 1 och b antal skott mot mål 2, så* $a + b = 24a + b = 24a + b = 24$*. Dessutom vill Patrik att totala antalet träffar från de två målen tillsammans ska vara mer än 15 men mindre än 18. Räkna ut samtliga möjliga värden på* (a, b) *som uppfyller dessa krav (förstås med heltalskrav på de enskilda träffarna).*

Detta problem använder två mål men lägger till en extra restriktion för det totala antalet träffar (ett intervall). Eleverna får kontrollera både att 70 % respektive 50 % av *a* och *b* blir heltal och att summan av träffar är mellan 16 och 17 (”mer än 15 men mindre än 18”).

Liknande problem: Junior 2025:14, andra procentproblem: Cadet 2023:7