Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2024
Student

- Tävlingen genomförs under perioden 21 mars – 5 april. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*
- Sista dag för redovisning av antalet deltagare är den *12 april*. Du får då tillgång till facit och ett kalkylblad där du matar in elevernas svar och sedan får du en sammanställning av klassens resultat.
- Redovisa resultatet senast *30 april*.
- *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter. De tre delarna ska genomföras vid *ett och samma tillfälle.*
- Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.
- *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*
- Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.
- Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.
- Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information. Där finns också information om hur kalkylbladet fungerar.
- Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 30 april, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

Mikael Passares stipendium
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med facit och kommentarer.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se

För administrativa frågor, vänd dig till Ann-Charlotte Forslund:
ann-charlotte.forslund@ncm.gu.se
031–786 69 85

För innehållsfrågor, vänd dig till Ulrica Dahlberg eller Johan Häggström:
ulrica.dahlberg@ncm.gu.se
johan.haggstrom@ncm.gu.se

Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
					SUMMA	

Namn:..

Klass:...

Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2024
Student

Trepoängsproblem

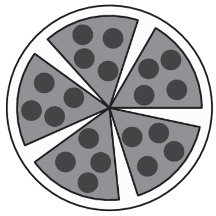
1 Vilket av följande tal är 2 mindre än en multipel av 10 och 2 större än ett kvadrattal och samtidigt dubbelt så stor som ett primtal?

A 78 B 58 C 38 D 18 E 6

[*Storbritannien*]

2 En känguruunge delade en pizza i 6 lika stora bitar. Han åt upp en och ordnade de återstående med lika stora mellanrum, se bilden.

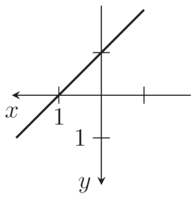
Hur stor vinkel har varje mellanrum?

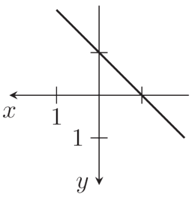


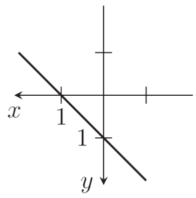
A 5° B 8° C 9° D 10° E 12°

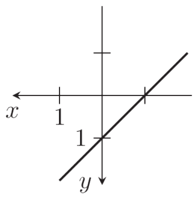
[*Tyskland*]

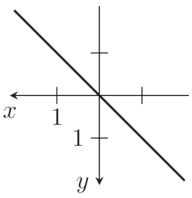
3 Juuso har ovanan att rita grafer, så att positiva koordinataxlar pekar till vänster och neråt. Han har ritat en graf av ekvationen $y = x + 1$. Hur ser den ut?

A


B


C


D


E


[*Finland*]

4 En fusktärning har samma sex möjliga utfall som en vanlig tärning och sannolikheter för 2, 3, 4 eller 5 är 1/6 vardera. Chansen att få upp en sexa är dubbelt så stor som att få upp en etta. Hur stor är sannolikheten att få upp en sexa när man rullar en sådan tärning?

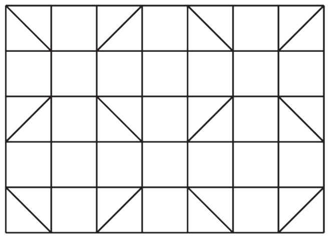
A 1/4 B 1/6 C 7/36 D 2/9 E 5/18

[*Tyskland*]

5 Vilket av uttrycken nedan har samma värde som $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

A 16^{19} B 4^{31} C 4^{60} D 16^{60} E 4^{122}

6 Vi ska färglägga kvadrater och trianglar i mosaiken så, att inga två figurer som gränsar mot varandra (inte ens bara med en punkt), ska ha samma färg.



Vilket är det minsta antalet färger vi behöver?

A 3 B 4 C 5 D 6 E 7

[*Finland*]

7 Sex glas, samtliga med öppningen uppåt, står på ett bord. I varje steg vänder vi uppochner på 4 glas. Vi får välja vilka 4 som helst av de 6 glasen.

Vilket är det minsta antal steg vi måste utföra för att få alla glas vända med botten uppåt?

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

[*Kina*]

8 Hanna startade med talet 1. Hon multiplicerade det med 6 eller kanske med 10. Resultatet multiplicerade hon igen med 6 eller med 10 men aldrig med något annat tal och hon upprepade det många gånger.

Vilket av följande tal kunde hon aldrig få som resultat?

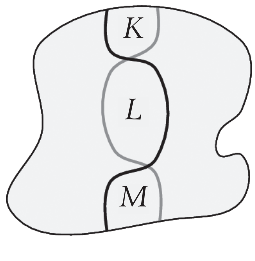
A $2^{100}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$ B $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{80}$ C $2^{90}\cdot 3^{20}\cdot 5^{70}$

D $2^{110}\cdot 3^{80}\cdot 5^{30}$ E $2^{50}\cdot 5^{50}$

[*Grekland*]

Fyrapoängsproblem

9 Bäcken (grå linje) delar ett parkområde i två delar med lika stora areor. Även stigen (svart linje) delar parkområdet i två delar med lika stora areor.



Vilket av följande måste vara sant?

A $K=M$ B $L=K+M$ C $L=\frac{1}{2}(K+M)$ D $L=\frac{2}{3}(K+M)$ E $L=\frac{3}{5}(K+M)$

[*Grekland*]

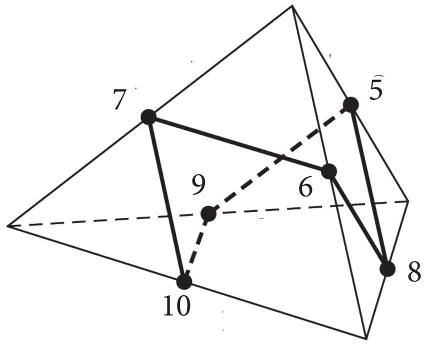
10 Precis ett av dessa påståenden om ett visst positivt heltal n är sant. Vilket?

A n är delbart med 3 B n är delbart med 6 C n är ett udda tal

D $n=2$ E n är ett primtal

[*Grekland*]

11 I en tetraeder har man markerat kanternas mittpunkter och förbundit dem med svarta streck till en sluten rymdpolygon (en sexhörning). Talen vid mittpunkterna anger respektive kants längd, t ex punkt 7 är mittpunkten av en kant med längden 7.

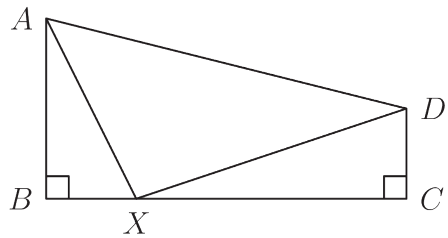


Vilken omkrets har sexhörningen?

A 19 B 20 C 21 D 22 E 23

[*Grekland*]

12 Vinklarna B och C i fyrhörningen $ABCD$ är räta vinklar.
$AB = 4$, $BC = 8$, $CD = 2$
X placeras någonstans på sträckan BC.

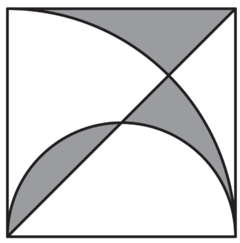


Vilken är minsta möjliga längden av linjen AXD?

A $9\sqrt{2}$ B 12 C 13 D 10 E Inga av dessa

[*Kina*]

13 I en kvadrat med sidlängden 6 cm har man ritat en diagonal, en halvcirkel och en kvartscirkel.



Vilken area, i cm^2 har den skuggade delen?

A 9 B 3π C $6\pi - 9$ D $10\pi/3$ E 12

14 $0 < p < q$. Vilket av följande uttryck har det största värdet?

A $\frac{p+3q}{4}$ B $\frac{p+2q}{3}$ C $\frac{p+q}{2}$ D $\frac{2p+q}{3}$ E $\frac{3p+q}{4}$

[*Storbritannien*]

15 Hur många tresiffriga tal innehåller minst en av siffrorna 1, 2 eller 3?

A 27 B 147 C 441 D 557 E 606

16 För siffrorna p, q, r och s gäller att det positiva decimaltalet $\overline{pq,rs}$ är det aritmetiska medelvärdet av de tvåsiffriga talen pq och rs. Hur stor är siffersumman $p + q + r + s$?

A 14 B 18 C 21 D 25 E 27

[*Australien*]

Fempoängsproblem

17 André har 6 kort och på vardera sidan av varje kort står ett tal. På korten står följande talpar: (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) och (9, 10).
Han lägger ett kort, med valfri sida upp, i var och en av de tomma rutorna.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

Vilket är det lägsta resultatet som han kan få?

A -23 B -24 C -25 D -26 E -27

[*Tjeckien*]

18 Kängurun löser ekvationen $ax^2 + bx + c = 0$ och Bävern löser ekvationen $bx^2 + ax + c = 0$, där *a*, *b och c* är tre heltal, sinsemellan olika och skilda från 0. De hittar en gemensam rot.

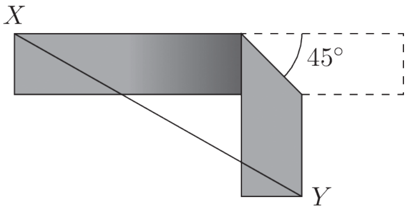
Vilket av följande påståenden måste gälla?

A Den gemensamma roten är 0 B Ekvationen $ax^2 + bx + c = 0$ har exakt en reell rot

C $a > 0$ D $b < 0$ E $a + b + c = 0$

[*Australien*]

19 En pappersremsa är 12 cm lång och 2 cm bred. Vi viker den längs en linje som bildar 45° vinkel mot remsans kant. De två delarna av remsan bildar då rät vinkel mot varandra.

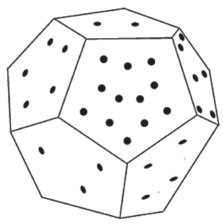


Vilken är den kortaste längd i cm som XY kan ha?

A $6\sqrt{2}$ B $7\sqrt{2}$ C 10 D 8 E $6 + \sqrt{2}$

[*Australien*]

20 En dodekaedertärning har tolv sidoytor markerade med 1 till 12 prickar. När man rullar en sådan så är det lika sannolikt för varje sida att hamna överst.
Rasika har en handfull sådana tärningar och när hon rullar alla på en gång så är det lika sannolikt att precis en av dem ska visa 12 prickar på toppen som att ingen ska göra det.



Hur många dodekaedertärningar har Rasika?

A 8 B 9 C 10 D 11 E 12

[*Australien*]

21 För polynomet $p(x)$ gäller $p(x+1) = x^2 - x + 2p(6)$ för alla reella x.

Vad är summan av polynomets koefficienter?

A -40 B -6 C 12 D 40 E Något annat

[*Grekland*]

22 $2^x = 3$, $2^y = 7$ och $6^z = 7$.

Vilket av följande gäller då?

A $z = \dfrac{y}{1+x}$ B $z = \dfrac{x}{y} + 1$ C $z = \dfrac{y}{x} - 1$

D $z = \dfrac{x}{y-1}$ E $z = y - \dfrac{1}{x}$

[*Australien*]

23 För funktionen $f : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ gäller $f(20 - x) = f(22 + x)$ för alla reella x. Funktionen har exakt 2 nollställen.

Vad är summan av dessa nollställen?

A -1 B 20 C 21 D 22 E 42

[*Grekland*]

24 Ett fyrsiffrigt tal $\overline{abcd}$ uppfyller ekvationen $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$.

Vilket värde har a?

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

[*Schweiz*]