Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Cadet 2024, facit och kommentarer

Här följer ett facit som du kan använda för att rätta årets Kängurutävling. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru. Det finns också bifogat i det mail du fått om tävlingen. När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 30 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Många efterfrågar en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet Arbeta vidare med Cadet.

Nominera till Mikael Passares stipendium

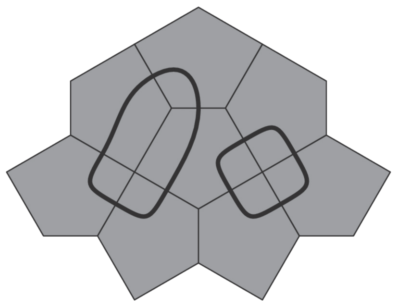
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 1000 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. På ncm.gu.se/kanguru finns ett nomineringsformulär. Nomineringen ska innehålla *elevens namn*, *skola*, *årskurs*, *tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond. Nomineringsformuläret måste fyllas i senast *30 april*.

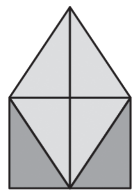
Facit och kommentarer – Cadet 2024

1 B  Snöre B består av ringar som passerar genom varandra och det är omöjligt att veckla upp det utan att klippa av snöret.

2 C  Lägg märket till att plattorna måste roteras 180° för att passa



3 E 50 % Romben kan delas in i fyra rätvinkliga trianglar med samma area som de som läggs till. Den nya figuren består av sex trianglar.
Förhållande mellan areorna är 6/4 = 1,5 och ökningen är 50%.



4 D 60

$$\frac{20\times24}{2\times0+2\times4}=\frac{20\times24}{0+8}=\frac{20\times3\times8}{8}=20\times3=60$$

5 D 12 En tetraeder har fyra hörn. Tre sidor möts vid varje hörn. Varje avskuret hörn ger därför tre nya hörn och inga av de gamla finns kvar.. Så om alla fyra gamla hörn skärs av skapas $4\cdot3=12$ nya hörn.

6 B 4 Du kan göra talen 1511, 1115, 5111 och 1151. Lägg märke till att du normalt kan göra $3\cdot2\cdot1=6$ tal, men när 1 och 11 ligger bredvid varandra är ordningen oviktig, så 2 varianter försvinner.

7 E Eva Om alla ska få frukten hen gillar så får Alva äpplet och Eva får körsbären.

	Äpplen	Vindruvor	Körsbär	Jordgubbar	Bananer
Alva	+				
Bo	+		+	+	+
Camilla		+	+	+	+
Dan	+	+	+		
Eva	+		+		

8 C 5 Vi måste bestämma hur många barn som kan vara i hissen istället för 12 – 9 = 3 vuxna. Istället för 12 vuxna kan vara 20 barn, då kan det istället för en fjärdedel av de vuxna vara en fjärdedel av barnen, dvs 20 / 4 = 5.

9 C 13

I den översta raden har vi antingen en 2:a och en 3:a, eller en 1:a och en 6:a. Om vi placerar 2:an i den övre vänstra rutan måste vi upprepa en 2:a i den nedre vänstra rutan så detta är inte möjligt. Om vi placerar en 3:a eller en 6:a i den övre vänstra rutan ger det en bråkdel i den nedre vänstra.
Därför måste vi placera en 1 i den övre vänstra rutan. Härifrån kan vi fylla i hela rutnätet enligt följande:

1	6	6
4	2	8
4	12	

Alternativ lösning: I den övre vänstra rutan måste vi skriva en gemensam divisor av 4 och 6, det kan bara vara 1 eller 2. Om vi skriver 2:an i den övre vänstra rutan måste vi upprepa en 2:a i den nedre vänstra rutan så detta är inte möjligt. Så det återstår bara 1 för den övre vänstra rutan. Härifrån kan vi fylla i hela rutnätet.

10 B 4°

Vinkeln för varje bit är 360° / 10 = 36°. Detta gäller även den uppätna biten. Det finns 9 luckor. Därför är vinkeln för varje gap 36° / 9 = 4°.

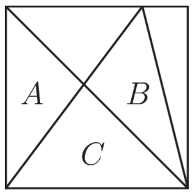
11 A | 1 | 1 | 3 |

En av de givna bitarna har en rad med fyra tal med summan 2 + 1 + 3 + 1 = 7. Därför är summan av talen i hela kvadraten 4 · 7 = 28. Summorna av talen på de tre bitarna är 7, 8 och 8. Därför behövs en bit där summan av talen är 28 – 7 – 8 – 8 = 5. Av de givna alternativen är A den enda med summan 5. Bilden visar hur dessa fyra bitar passar ihop för att göra kvadraten.

2	1	3	1
2	2	2	1
1	3	1	2
2	1	1	3

12 A 0 m²

Areorna av A + C och B + C är lika eftersom de båda är trianglar med samma bas och lika höjder.
Så A – B = (A + C) – (B + C) = 0.



13 D 52

Det enda sättet som en unge kan ha ätit 44 fiskar totalt är att ha ätit 5 fiskar sex gånger och 7 fiskar två gånger. Därför hade den ätit fisk på 8 dagar. Antalet fiskar som Paula tog med sig på dessa 8 dagar var 8 · 12 = 96. Den andra ungen har ätit 96 – 44 = 52 fiskar.

14 A 18

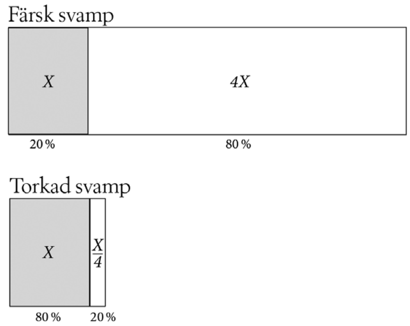
Det finns 30 sidor att täcka. Att lägga till en kub i en av ”vinklarna” runt ena kanten av strukturens innersta kub täcker 2 (inre) sidor samtidigt. Det finns 12 kanter på denna innersta kub, så med 12 kuber täcker du dessa 24 inre ytor. För att täcka de yttersta ytorna behöver du ytterligare 6 kuber, vilket ger 18 kuber totalt.

15 B 10

I bilden ser vi att omkretsen av rektangeln uppe till vänster och omkretsen av rektangeln längst ner till höger tillsammans är lika med omkretsen av den stora rektangeln. Detsamma gäller för omkretsen av rektangeln längst ner till vänster och omkretsen av rektangeln uppe till höger.
Därför har vi 24 + ? = 18 + 16 och ? = 10.

16 C 75 %

Vi tar som exempel 100 gram färsk svamp. Eftersom 80 % av detta är vatten, har resten en massa på 20 gram. När de är torkade representerar dessa 20 gram nu 80 % av den totala massan och så de 20 % som nu är vatten har en massa på 5 gram. Därför är den totala massan av de torkade svamparna 25 gram och minskningen är därför 75 gram eller 75% av den ursprungliga massan.



Alternativ lösning: Låt torrvikten i svampen vara X gram. I den färska svampen väger vattnet fyra gånger så mycket, dvs $4X$ gram. I den torkade svampen är hela torrvikten kvar, men nu är vattnet endast 20 % av totalvikten, dvs $X/4$ gram.

Viktminskningen är $5X - (X + X/4) = 20X/4 - 5X/4 = 15X/4$
Viktminskningen är $(15X/4) / 5X = 15X / 20X = 75/100 = 75\,\%$

17 D 6000

Varje hexagon är omgiven av sex trianglar, och varje triangel berör tre hexagoner. Det finns $6/3 = 2$ trianglar per hexagon, alltså ungefär 6000 totalt.

18 E 9

Eftersom alla fyra gjorde ett sant uttalande var
– talen på Aleksas kort 1 och 5 eller 2 och 4,
– talen på Barts kort 1 och 6, 2 och 7, 3 och 8 eller 4 och 9,
– talen på Claras kort 2 och 9 eller 3 och 6 och
– talen på Dennis kort 1 och 2, 2 och 4, 3 och 6 eller 4 och 8.
Anta att talen på Aleksas kort var 2 och 4. Då kan talen på Claras kort bara vara 3 och 6. Detta skulle dock inte lämna några möjliga kort för Dennis. Därför är talen på Aleksas kort 1 och 5.
Anta nu att talen på Claras kort var 2 och 9. Då kan talen på Dennis kort bara vara 3 och 6. Detta skulle dock inte lämna några möjliga kort för Bart. Därför är talen på Claras kort 3 och 6.
Anta slutligen att talen på Barts kort var 4 och 9. Detta lämnar dock inga möjliga kort för Dennis. Därför måste talen på Barts kort vara 2 och 7, vilket lämnar kort numrerade 4 och 8 för Dennis. Därför finns kortet med nummer 9 kvar på bordet.

19 A 9

Varje siffra har 0, 1, 2 eller 3 horisontella segment, så summan 5 kan erhållas som
$5 = 2 + 2 + 1$ eller
$5 = 3 + 1 + 1$ eller
$5 = 3 + 2 + 0$.
Det första alternativet är dock inte möjligt eftersom endast 0 har två horisontella segment. Det andra alternativet är heller inte möjligt, eftersom endast 4 och 7 har ett horisontellt segment, och siffrorna 4 och 7 har totalt $3 + 2 = 5$ vertikala segment, vilket innebär att den tredje siffran behöver ha 5 vertikala segment och maximalt möjligt är 4.
Därför måste det finnas 3, 2 och 0 horisontella segment i siffrorna. Endast siffran 1 har inga horisontella segment och endast siffran 0 har två horisontella segment och de har sex vertikala segment mellan sig. Därför har den sista siffran tre horisontella segment och fyra vertikala segment och det har siffran 8. Alltså summan $8 + 0 + 1 = 9$.

Alterntiv lösning:
Börja med att betrakta de vertikala segmenten.
Det finns två siffror med 4 sådana "0" och "8", samt två med 3 var "6" och "9".
$10 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3$. Men $3 + 3$ är omöjligt eftersom "6" och "9" har fler än 5 horisontella tillsammans.
$4 + 4 + 2$ betyder "0" och "8" och att den tredje siffran har 2 vertikala och inga horisontella segment. Den är "1". $0 + 8 + 1 = 9$.

20 B 92 cm

Låt h cm vara längden på den okända korta sidan av rektangeln. Därför är radierna för de tre halvcirklarna i cm, h, $h - 5$ och $h - 7$. Genom att betrakta den längre sidan av rektangeln, har vi $2(h + h - 5 + h - 7) = 36$. Denna ekvation har lösningen $h = 10$.
Därför är rektangelns omkrets, i cm, $2 \cdot (36 + 10) = 92$.

21 D 6

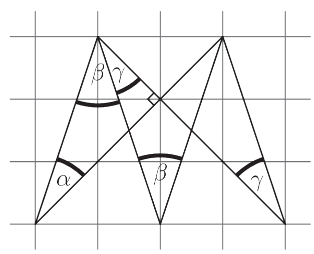
Låt a och b vara de saknade värdena i rutorna på vänster respektive höger sida av den nedre raden. Därför är värdena i rutorna i den mittersta raden an och bn och värdet i den översta raden är abn^2. Vi vet att detta värde är 720 och därför $abn^2 = 720$.
n^2 är alltså en faktor av 720. Primtalsuppdelning ger
$720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ och n^2 är 1, 4, 9, 16, 36 eller 144.
Det ger $n = 1, 2, 3, 4, 6$ eller 12.

22 E 29

Bjarne hade totalt $4 + 6 + 12 + 13 + 22 + 29 = 86$ ägg. Efter att ha sålt en korg märker Bjarne att antalet hönsägg han har kvar är dubbelt så många som ankäggen. Därför är det totala antalet ägg han har kvar en multipel av 3. Eftersom 86 lämnar en rest av 2 vid division med 3, har antalet ägg han sålt också en rest av 2 när de divideras med 3. Av antalet ägg i de olika korgarna lämnar endast 29 en rest av 2 vid division med 3.
Kunden köpte därför 29 ägg.

23 D 90°

Bilden visar en triangel med vinklar lika med α, $\beta + \gamma$ och $90°$. Därför $\alpha + \beta + \gamma = 90°$.



24 B Al

Anta att Tom berättade sanningen. Eftersom det totala antalet mynt är 30, skulle hans notering för guldmynt vara $30 - 9 - 11 = 10$. Detta är dock detsamma som Pits svar för guldmynt och eftersom de tre piraterna som ljög, ljög i alla tre av svaren är detta inte möjligt.
Anta nu att Pit berättade sanningen. Hans notering för silvermynt skulle vara $30 - 10 - 10 = 10$ men detta är detsamma som Jims svar och är därför inte möjligt.
Anta sedan att Jim berättade sanningen. Hans notering för bronsmynt skulle vara 11 men detta är detsamma som Toms svar och är därför inte möjligt.
Därför, eftersom ingen av Tom, Pit eller Jim berättade sanningen, kan bara Al ha berättat sanningen. Hans saknade svar för silvermynt skulle vara 11. Vi ser att inget av hans svar matchar något av den andra piratens svar.