Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Benjamin 2024, facit och kommentarer

Här följer ett facit som du kan använda för att rätta årets Kängurutävling. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru. Det finns också bifogat i det mail du fått om tävlingen. När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 30 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Många efterfrågar en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Benjamin*.

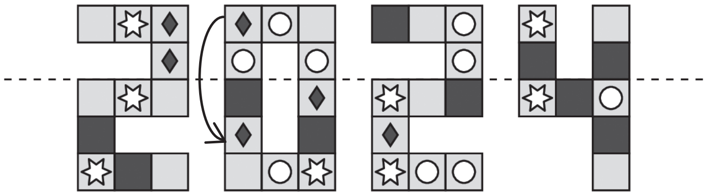
Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 1 000 kr.

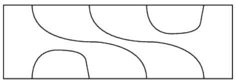
För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Nomineringen ska innehålla *elevens namn*, *skola*, *årskurs*, *tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond. Nomineringen måste vara ifylld senast *30 april*.

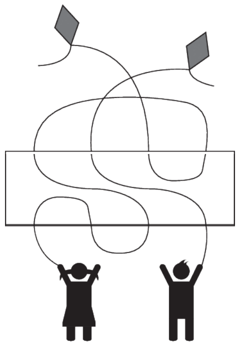
Facit och kommentarer – Benjamin 2024

1 B 

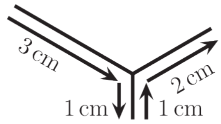


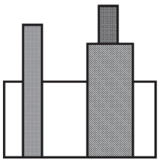
2 C 20 Hon landar på höger fot i var fjärde ruta – i ruta nummer 4, 8, 12, 16, 20, …

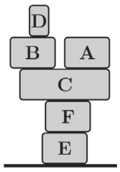
3 D 



4 B 7 cm En av sträckorna måste gås fram och tillbaka om inte pennan ska lyftas. Kortast blir det att gå 1 cm två gånger så att totalsträckan blir $3 + 1 + 1 + 2 = 7$ cm.



5 A 

6 C 

Stapel C kan inte byggas eftersom D är ovanpå B från början och alltså måste flyttas före B och då hamnar under eller bredvid B efter omflyttningen.

7 B 3 Endast 3 vikter behöver användas om man ställer 500 g i ena vågskålen och sedan 5 g och 50 g i den andra ihop med paketet.

8 C 34 Siffran 2 förekommer en gång som entalssiffra i varje tiotal (2 12, 22, 32 …) och tio gånger som tiotalssiffra. Det betyder att när 14 tvåor har använts har man kommit till 32 men rum nummer 42 kan inte finnas. Siffran 5 förekommer tre gånger i 5, 15, 25, så rum 35 kan inte finnas. Alltså måste det sista rummet på hotellet ha ett nummer större än 32 men mindre än 35. Det största blir alltså 34.

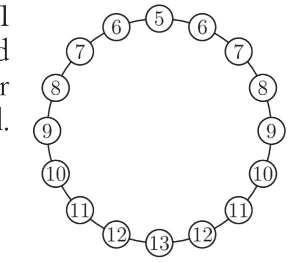
9 B 27 De två rektanglarnas sammanlagda area är 36. För att det ska bildas tre lika stora kvadrater måste den ursprungliga rektangeln delas på mitten ($18/2 = 9$), det vill säga överlappet måste vara halva den ursprungliga rektangelns area som är 9. Den nya rektangelns area blir därför $36 - 9 = 27$.

10 E E

Först ser vi att låda A är den enda med en banan så där lämnas bananen. Sedan är det bara låda B kvar som har körsbär som måsta lämnas där. Sedan är det bara låda C kvar som har ett päron så där lämnas päronet. Sedan är det bara låda D kvar som har hallon som måste lämnas där. Slutligen måste det vara i låda E som äpplet lämnas kvar. .

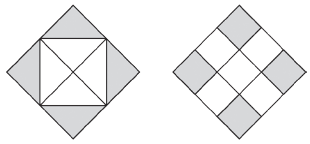
11 A 9

Mellan 5 och 13 finns det sju heltal: 6, 7, 8, 9, 10, 11 och 12. Eftersom skillnaden mellan två tal bredvid varandra måste vara 1 oberoende om man räknar upp eller ner behövs det sammanlagt 9 olika tal. Vi ser i figuren att det räcker med dessa



12 B 8

Om den vänstra kvadraten delas i fyra identiska kvadrater kan vi se att precis hälften av arean i varje sådan är grå. Det innebär att hela kvadratens area är 18. Den högra kvadraten kan delas in i 9 identiska kvadrater, varav 4 är grå. Var och en av dessa har en area som är $18/9=2$, vilket innebär att den totala grå arean är $2\cdot 4=8$.

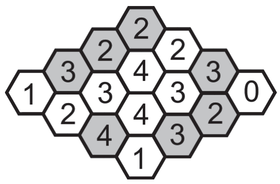


13 C 30

Ett tvåsiffrigt tal med sammanlagt 5 prickar kan ha fyra olika kombinationer: 1:4, 2:3, 3:2, 4:1. Vi beräknar alla möjligheter:
Kombinationer av 1 och 4 finns bara i talen 17 och 71.
Kombinationer av först 2 sedan 3 prickar finns i $4\cdot 4=16$ olika tal.
Kombinationer av först 3 sedan 2 finns i $3\cdot 4=12$ olika tal (0 kan inte vara först).
Sammanlagt finns $2+16+12=30$ olika tvåsiffriga tal med 5 prickar.

14 C 9

Det finns honung i de celler som är vita i figuren, de som är skuggade är tomma.



15 D 7

Den totala summan är $1+2+...+10=55$. Summan av talen i varje rad är $23+23+23=69$. Skillnaden mellan dessa är $69-55=14$ vilket innebär att det tal som är i den översta cirkeln och som har räknats två gånger för mycket måste vara $14/2=7$

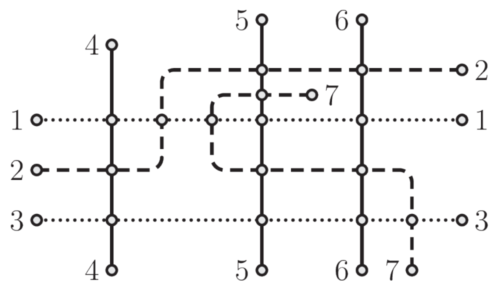
16 B 40

Den bortklippta arean är $36+9+4+1=50$ vilket innebär att hela kvadratens area är 100. Då måste sidan vara 10 och omkretsen på den ursprungliga kvadarten vara 40. Omkretsen på den kvarvarande figuren är lika stor som den urspungliga kvadratens.

17 A 3

Linje 1, 2 och 4 korsar varandra alla tre så det behövs minst tre färger. När väl dessa är bestämda kan man se att det räcker med tre.

De raka horisontella linjerena får en färg, de vertikala får en anna färg och de som svänger får en tredje färg.

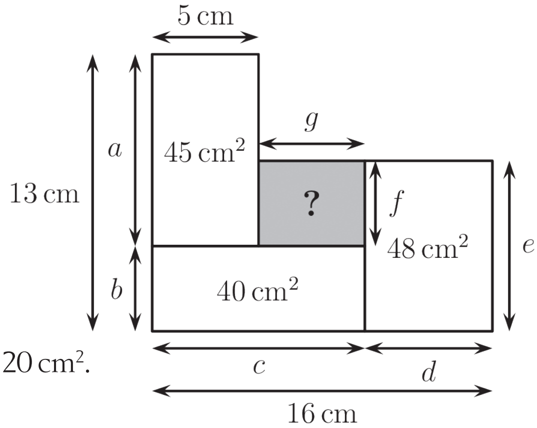


18 C 43

Det finns sex olika tal på tärningarna så inget tal finns mer än en gång. Jämför placeringen av talen på de andra tärningarna. Den första tärningen har 13 under eftersom 13 är placerad till vänster om 22 (se den högra tärningen). Den andra tärningen har 22 under eftersom 22 är placerad nedanför 13 (se den högra tärningen). Den tredje tärningen har 8 under eftersom 8 är placerad nedanför 22 (se den vänstra tärningen)och till vänster om 13 (se mittentärningen).

19 E 20

$a = 45 / 5 = 9$
$b = 13 - 9 = 4$
$c = 40 / 4 = 10$
$d = 16 - 10 = 6$
$e = 48 / 6 = 8$
$f = 8 - 4 = 4$
$g = 10 - 5 = 5$



Den skuggade arean är $4 \cdot 5 = 20$ cm^2.

20 D

Det är omöjligt att precis 3 av kopparna hamnar på matchande fat.

Om tre av fyra koppar står rätt skulle även den fjärde stå på rätt fat.

21 C 272

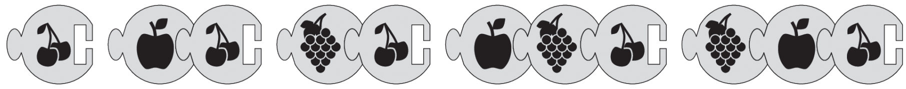
Eftersom det är 12 karameller över måste antalet barn vara fler än 12.
Det minsta talet större än 12 är 13. Antalet karameller är då $13 \cdot 20 + 12 = 272$.

22 A 24

När Danne markerar varje tolftedel används 11 markeringar.
När Muhammed markerar varje sextondel används 15 markeringar.
Tre av markeringarna sammanfaller eftersom $\frac{3}{12} = \frac{4}{16}$, $\frac{6}{12} = \frac{8}{16}$ och $\frac{9}{12} = \frac{12}{16}$.
Totala antalet klipp som Maya gör är därför:
$11 + 15 - 3 = 23$ vilket resulterar i 24 bitar. .

23 D 20

Det finns 2 olika huvuden och 2 olika svansar vilket ger 4 möjliga kombinationer av huvud och svans. Före svansen måste körsbär sitta, vilket gör att det i mitten finns 5 olika möjligheter enligt bilden.



Totalt finns det alltså $4 \cdot 5 = 20$ möjliga kombinationer. Observera att om ordningen inte beaktas och kombinationen äpple, druva, körsbär anses vara samma som druva, äpple, körsbär så finns det bara 10 kombinationer.

24 D 8

Amelia skriver talet ABC. Brandon skriver talet ABCD. Att talet ABC ökar med 2024 innebär att ABCD – ABC= 2024. Siffran A måste därför vara 2. Det leder till att siffran B också är 2, C måste vara 4 och D måste vara 8.

$$\begin{array}{r} ABCD \\ -\ ABC \\ \hline 2024 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2BCD \\ -\ 2BC \\ \hline 2024 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22CD \\ -\ 22C \\ \hline 2024 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2248 \\ -\ 224 \\ \hline 2024 \end{array}$$

$2024 = 10 \cdot ABC + D - ABC = 9 \cdot ABC + D$.
D är resten vid division av 2024 med 9, som är 8.