



Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2023

Student

- Tävlingen genomförs under perioden 16 mars – 24 mars. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*
- Sista dag för redovisning av antalet deltagare är den *31 mars*. Du får då tillgång till facit och ett kalkylblad där du matar in elevernas svar och sedan får du en sammanställning av klassens resultat.
- Redovisa resultatet senast *28 april*.
- *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter. De tre delarna ska genomföras vid *ett och samma tillfälle*.
- Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.
- *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*
- Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.
- Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.
- Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information. Där finns också information om hur kalkylbladet fungerar.
- Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 28 april, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med facit och kommentarer.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se

För administrativa frågor, vänd dig till Ann-Charlotte Forslund:

Ann-Charlotte.Forslund@ncm.gu.se

031–786 69 85

För innehållsfrågor, vänd dig till Ulrica Dahlberg eller Johan Häggström:

ulrica.dahlberg@ncm.gu.se

johan.haggstrom@ncm.gu.se



Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
SUMMA						

Namn:.....

Klass:.....

Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2023

Student



Trepoängsproblem

1 Beräkna $\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$

- A 1 B $\frac{7}{10}$ C $\frac{49}{10}$ D $\frac{77}{110}$ E 49

[Grekland]

2 Julia har kastat fem tärningar och fått 19 prickar sammanlagt.

Hur många av tärningarna kan som mest ha visat sexor?

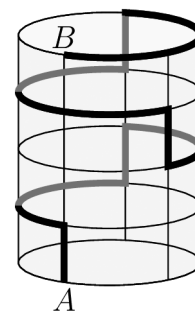
- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

[Tyskland]

3 En burk har formen av en cylinder med höjden 15 cm och en cirkulär bas med omkretsen 30 cm. En myra går från punkt A i basen till punkt B högst upp längs den tjocka linjen. Den går alltid antingen rakt upp eller horisontellt längs burkens yta.

Hur lång sträcka går myran?

- A 45 cm B 55 cm C 60 cm D 65 cm E 75 cm



[Grekland]

4 Vi säger att ett positivt heltal är "tvåprimt" om det har exakt tre delare, nämligen: 1, 2 och sig själv.

Hur många "tvåprima" tal finns det?

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

[Österrike]

5 Hur många par av positiva heltal m och n uppfyller ekvationen: $m + 2n = 2^{10}$?

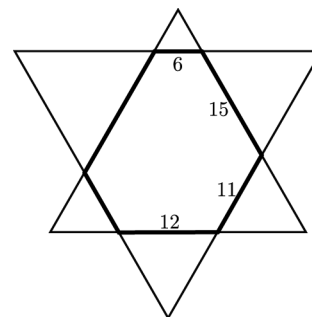
- A $2^9 - 1$ B 2^9 C $2^9 + 1$ D $2^9 + 2$ E 0

[Montenegro]

6 Två liksidiga trianglar avgränsar en sexhörning som har motsatta sidor parallella. Fyra av sexhörningens sidor har längder som i bilden.

Vilken omkrets har sexhörningen?

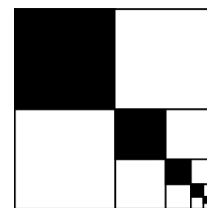
- A 64 B 66 C 68 D 70 E 72



[Mexico]



- 7 En vit kvadrat med arean 84 delades i fyra kvadrater. Kvadraten överst till vänster målades svart. Kvadraten nederst till höger delades och målades på samma sätt som den stora kvadraten, och så fortsatte man oändligt många gånger.



Hur stor sammanlagd area har kvadraterna som är målade svarta?

- A 24 B 28 C 31 D 35 E 42

[Nederländerna]

- 8 Alla siffror från 1 till 9 ska skrivas i rutraden, på så sätt att summan av tal i varje tre på varandra följande rutor ska vara delbar med 3. Siffrorna 7 och 9 är redan inskrivna.

På hur många olika sätt kan de övriga 7 siffrorna placeras?

	7		9				
--	---	--	---	--	--	--	--

- A 9 B 12 C 15 D 18 E 24

[Mexico]

Fyrapoängsproblem

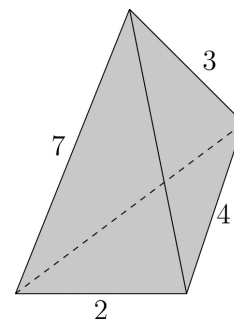
- 9 Vilken entalsiffra har produkten $(5^5 + 1) \cdot (5^{10} + 1) \cdot (5^{15} + 1)$?

- A 1 B 2 C 4 D 5 E 6

[Storbritannien]

- 10 Alla kanter i en tetraeder har heltalslängder. Fyra av längderna syns i figuren.

Vilken är summan av de återstående två kanternas längder?



- A 9 B 10 C 11 D 12 E 13

[Grekland]

- 11 $N! = 6! \cdot 7!$ Vilken siffersumma har N ?

- A 1 B 2 C 4 D 8 E 9

[Turkiet]

- 12 Det finns en punkt (x, y) sådan att, oavsett värde på a , graferna till funktioner i formen $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ går genom denna punkt.

Vilken är summan $(x + y)$ av punktens koordinater?

- A 2 B 4 C 7 D 8 E Ingen av föregående

[Grekland]



- 13 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = S$ och för varje $k, 1 \leq k \leq 5$, gäller $a_k = k + S$.

Hur stor är summan S ?

- A $\frac{15}{4}$ B $-\frac{15}{4}$ C -15 D 15 E Ingen av föregående

[Grekland]

- 14 Hur många par av heltal m och n uppfyller olikheten $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

[Grekland]

- 15 Det står 23 stolar i en rad längs en vägg i danssalongen. På varje stol sitter en dansare: en pojke eller en flicka. Varje dansare har minst en flicka bredvid sig.

Hur många pojkar kan det vara som mest bland dansarna?

- A 7 B 8 C 10 D 11 E 12

[Ungern]

- 16 För ett heltal n gäller $n^n = 5^{(5^6)}$.

Vilket värde har n ?

- A 5^{30} B 5^6 C 5^5 D 30 E 11

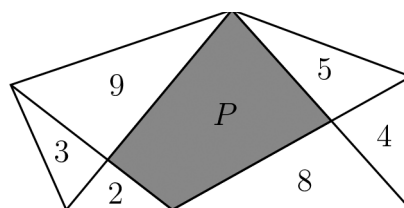
[Grekland]

Fempoängsproblem

- 17 En femhörning är uppdelad i mindre delar som i figuren.

Talen i trianglarna anger dess areor.

Vilken area (P) har den skuggade fyrhörningen?



- A 15 B $\frac{31}{2}$ C 16 D 17 E 18

[Grekland]

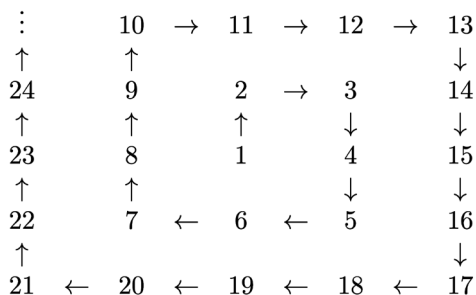
- 18 Hur många positiva heltal är delare i $2^{20} \cdot 3^{23}$ men inte delare i $2^{10} \cdot 3^{20}$?

- A 13 B 30 C 273 D 460 E Ingen av föregående

[Grekland]



19 De positiva heltalen: 1, 2, 3 och så vidare skrivs i tur och ordning i ett spiralmönster:

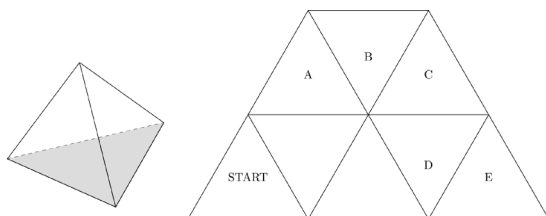


Om man fortsätter på samma sätt, hur kommer talen 625, 626 och 627 att uppträda i förhållande till varandra?

- A $\begin{array}{c} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{array}$ B $\begin{array}{c} 626 \rightarrow 627 \\ \uparrow \\ 625 \end{array}$ C $625 \rightarrow 626 \rightarrow 627$
- D $\begin{array}{c} 625 \rightarrow 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{array}$ E $\begin{array}{c} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{array}$

[Serbien]

20 En regelbunden tetraeder har en sida som är grå. Spelplanens trianglar är kongruenta med tetraederns sidor.



Tetraedern placeras så att den grå sidan täcker triangeln markerad "START". Sen rullas tetraedern över en kant till nästa triangel och nästa tills den hamnar på triangeln E.

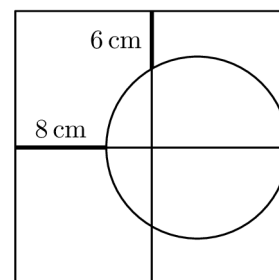
På vilken triangel kommer den först tillbaka på sin grå sida igen?

- A A B B C C D D E E

[Polen]

21 Den stora kvadraten är delad i fyra mindre. Cirkeln tangerar kvadratens högersida i dess mittpunkt.

Vad är den stora kvadratens sidolängd?



- A 18 cm B 20 cm C 24 cm D 28 cm E 30 cm

[Tyskland]



- 22 Två reella funktioner f och g uppfyller ekvationerna:

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \text{ och}$$

$$f(1-x) - g(x) = x^2.$$

Vilken funktion är f ?

- A $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$
 D $x^2 - 4x + 5$ E Det finns inga sådana funktioner

[Grekland]

- 23 Vilket värde har den största gemensamma delaren till alla tal i formen

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$$

där n är ett positivt heltal?

- A 2^93^3 B $2^33^55^3$ C $2^63^55^3$ D $2^83^25^3$ E $2^93^35^3$

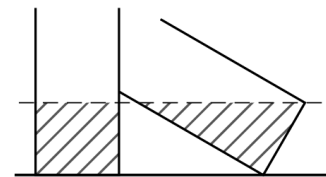
[Grekland]

- 24 Två identiska cylindriska kärl innehåller lika mycket vatten.

En står rakt och den andra lutad mot den första. Vattnet når samma nivå i båda kärlen, som visas i bilden.

Botten i båda kärlen är cirkulära med arean $3\pi \text{ m}^2$.

Hur mycket vatten innehåller varje kärl?



- A $3\sqrt{3} \pi \text{ m}^3$ B $6\pi \text{ m}^3$ C $9\pi \text{ m}^3$
 D $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^3$ E given information är otillräcklig för att beräkna det