Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Junior 2023, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 28 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Cadet.*

Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

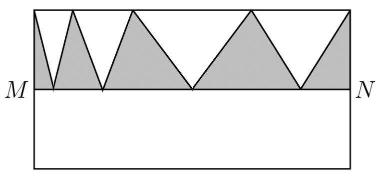
För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap.* Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *29 april* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

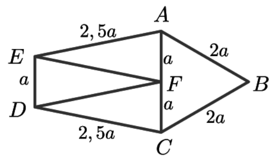
Facit och kommentarer – Junior 2023

1	A	2 och 6	Bilden visar att det skiljer 4 timmar mellan de två klockslagen som visas. När ett hål visar 10 kan det andra vara 4 timmar före eller efter 10.
2	D		Bussen kör fortare än Maria springer och hon springer fortare än hon går. Maria går av bussen andra gången den stannar.
3	D	$m \cdot n + 2$	När m och n båda är udda är $m+1$, $n+1$ och $m+n$ jämna tal. Det ger att endast alternativet $m \cdot n + 2$ är udda.
4	D	42 %	Den sammanlagda höjden för de två skuggade parallelltrapetserna är skillnaden mellan sidorna i kvadraterna, $10 - 4 = 6$ cm. Arean av parellelltrapetserna är $\frac{10+4}{2} \cdot 6 = 42\,\text{cm}^2$. Arean av den stora kvadraten är $100\,\text{cm}^2$.
5	C	torsdag	Eftersom 2023 är delbart med 7 kommer dagen att vara en torsdag.
6	D	$1920\,\text{cm}^2$	Det skuggade området har 4 fler vertikala sidor och 4 fler horisontella sidor än rektangeln. Omkretsen av det skuggade området är $2\cdot(5+6)\ +8 = 30$ små kvadratsidor. Sidan i en liten kvadrat är $240\,\text{cm} / 30 = 8$ cm och rektangelns area är $30 \cdot 8 \cdot 8 = 1920\,\text{cm}^2$.
7	D	46	Summan av åldrarna av de fyra äldsta i familjen är 74. Sju år tidigare var denna summa $74 - 28 = 46$. Den yngsta var inte född då och bidrar inte till summan av åldrar.
8	B	96	Den första delen av staketet består av 2 stolpar och 4 horisontella brädor. Varje följande del består av 4 brädor och 1 stolpe. Det totala antalet stolpar och brädor måste kunna uttryckas så här; $5 \cdot x + 1$ (där x är antalet delar i staketet).
9	E	4	Den givna ekvationen kan ersättas med det ekvivalenta uttrycket; $a \cdot b = 5 \cdot 7$. Primtalsuppdelning av produkten 35 ger fyra lösningar; $1 \cdot 35$, $35 \cdot 1$, $5 \cdot 7$, $7 \cdot 5$.
10	E	4	Av de 200 spelen har jag vunnit 98 gånger och förlorat 102 gånger. För att vinsterna ska kunna bli lika många som förlusterna måste jag spela $102 - 98 = 4$ gånger till. Då kan jag ha vunnit och förlorat 102 spel vardera.
11	E	med $\frac{7}{16}$	Jenni använder $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ jämfört med tidigare. Minskningen är $\frac{7}{16}$.
12	B	$\frac{55}{4}$	Kalla de vertikla sidorna i den skuggade parallelltrapetsen p och q. Med hjälp av likformiga trianglar har vi att $\frac{p}{3} = \frac{q}{3+5} = \frac{8}{3+5+8}$. Det ger att $p = \frac{3}{2}$ och $q = 4$. Arean av parallelltrapetsen är; $\frac{3}{2} \cdot (\frac{3}{2} + 4) \cdot 5 = \frac{55}{4}$.
13	C	45 m	Låt den längsta biten vara v m. Då är den näst längsta $\frac{2v}{3}$ m och den kortaste biten $\frac{4v}{9}$ m. Det gäller att $v + \frac{2v}{3} + \frac{4v}{9} = 95$, och $v = 45$ m.
14	C	$\frac{1}{4}$	Var och en av de skuggade trianglarna har halva rektangelns höjd. När de nedre speglas upp framgår det att arean av trianglarna är hälften av halva rektangeln; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.



15 D $\frac{5}{3}$

Låt sidan i den liksidiga triangeln vara $2a$. Omkretsen av ABC är $6a$. Trianglarna AFE, DFE och FCD har också omretsen $6a$, vilket ger sidan $2{,}5a$. Bilden visar längden på alla sidor.



Det sökta förhållandet är $\frac{10a}{6a} = \frac{5}{3}$.

16 E 4

I det nya tornet kommer det att under varje kloss numrerad med ett tal n, delbart med tre, ligga en kloss numrerad med $n-1$ och under den en kloss numrerad $n-2$. Under kloss 39, delbart med 3, ligger kloss 38 och 37. Därunder kommer nästa tal delbart med tre, 42 och under det 41 och 40. Det finns fyra klossar mellan kloss 39 och 40.

39
38
37
42
41
40

17 D 337

Oavsett om Anita börjar gå med höger eller vänster fot upprepas samma mönster för vart sjätte steg. Under dessa sex steg kommer hon att gå på ett svart steg med höger fot (det andra svarta steget sätter hon vänster fot på). $2023 = 337 \cdot 6 + 1$ och det första steget i varje sekvens om sex är ett vitt steg. Hon kommer att gå på 337 svarta steg.

18 D 11

Siffrorna i ett *kraftlöst tal* kan vara 2, 3, 5, 6 och 7. Både 0 och 1 kan skrivas som en potens med valfri exponent och $9=3^2$, $8=2^3$, $4=2^2$. Det minsta kraftlösa talet är 22 och det största är 77. Då $22 = 2 \cdot 11$ och $77 = 7 \cdot 11$ har vi att 11 är gemensam delare till dessa två tal.

19 B $500\,\text{cm}^2$

Lösningen är inte att börja addera och subtrahera areor för olika delar. Vi noterar istället att areorna av de två skuggade cirklarna tillsammans är lika med arean hos den större cirkeln; $3^2\pi + 4^2\pi = 5^2\pi$. Vi ersätter den vita cirkeln med de två små färgade och får en polygon med arean $\frac{5}{9} \cdot 30^2 = 500$.

20 C 6

Summan av de fem primtalen måste vara delbar med fem. Summan av de fem minsta primtalen, $2+3+5+7+11=28$ fungerar inte. Om vi byter 11 mot 13 får vi $2+3+5+7+13=30$. Medelvärdet av dessa är $30/5 = 6$.

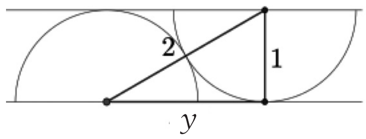
21 C 2

Talföljden ser ut så här:
2, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, ...
Med början från det andra talet har följden en period på fem. 2023 består av 404 perioder om fem tal och ytterligare tre; $2023 = 404 \cdot 5 + 3$.
2, ... [404 x (0, 2, 3, 1, 4)] ... , 0, 2, ...

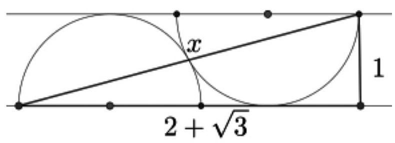
22 B $8+4\sqrt{3}$

Vi använder Pythagoras sats två gånger.

$2^2 = y^2 + 1^2 \qquad y = \sqrt{3}$

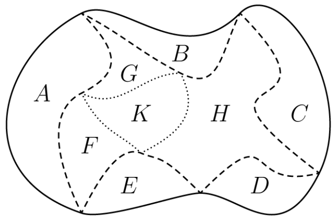


$x^2 = (2+\sqrt{3})^2 + 1^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 1 = 8 + 4\sqrt{3}$



23 B 26 km

Summan av omkretsarna för A, B, C, D och E ger parkens omkrets plus längden av de streckade kurvorna. Om vi subtraherar omkretsarna för F, G och H får vi bort längden av den streckade kurvan, men då har vi även minskat med den prickade kurvan. Vi kompenserar för detta genom att addera omkretsen för K.



Parkens omkrets är $(A+B+C+D+E)-(F+G+H)+K=42-20+4=26$.

24 C

Om vi följer kurvorna på de utvikta rätblocken när de är ihopvikta syns det att endast en dessa har en kurva som inte är sluten.
Bilderna visar hur kurvorna på de utvikta figurerna hänger ihop när de är ihopvikta.