



Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Ecolier 2023, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 28 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031–786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, tex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Ecolier*.

Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplommet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan tex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpssam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

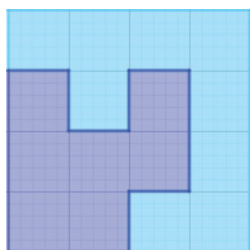
På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *29 april* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG



Facit och kommentarer – Ecolier 2023

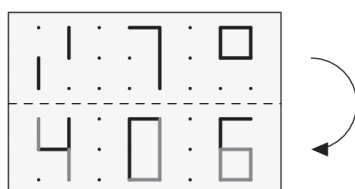
- 1 D Ljus D har brunnit kortast tid.
- 2 C 5 Värden av de kända myntvalörerna är $20 + 10 + 10 + 1 = 41$.
De två okända ska då vara tillsammans 10, det vill säga ett av dem är värt 5.
- 3 B 5 och 9 Från 1 till 5 är det fyra steg, eller timmar om vi tänker klocka. Det är samma avstånd mellan hålen hur vi än snurrar. Endast alternativ B uppfyller detta.
- 4 C 1 och 4



- 5 C 8 min Schemat visar lamporna under 12 minuter.
Den första minuten och den tionde minuten lyser bara en lampa.
Den tredje och den åttonde minuten lyser tre lampor.
Övriga åtta minuter lyser två lampor, de är markerade i figuren:



- 6 E



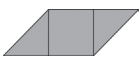
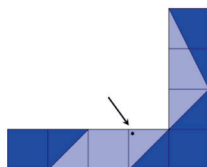
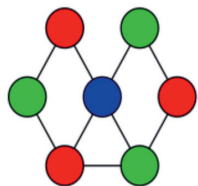
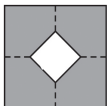
- 7 D 10 Av eleverna kommer 10 stycken att få 1 och 9 stycken att få 2.

- 8 E



Danny kan få A om han klistrar den grå biten på den svarta och sen den vita mitt på den grå.
B får han om han först klistrar den vita biten på den svarta och sen den grå så att den delvis täcker den vita biten.
C kan han få på liknande sätt som A, med skillnaden att han klistrar den vita biten på den svarta delen.
D får han om han klistrar den grå på den svarta och därefter den vita så att halva biten sitter över den grå delen och halva över den svarta.
E kan han *inte* få eftersom den grå biten i så fall måste delas.

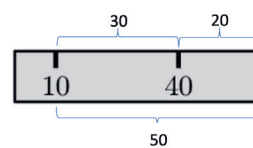


- 9 B 4 och 9 Skillnaden mellan de båda sidorna är 10, vilket vi kan få på olika sätt:
 Addera båda sidor: $15 \neq 25$
 Ta bort det som är lika:
 $1 + 4 + 8 = 5 + 8$ leder till $2 \neq 3 + 9$ eller $1 + 2 + 8 = 3 + 8$ som leder till $4 \neq 5 + 9$.
 Om skillnaden är 10 måste skillnaden på de två tal som byter plats vara 5, så att vänstra sidan blir 5 större och högra sidan 5 mindre.
 4 och 9 uppfyller det kravet.
 Även 8 och 3 har en skillnad på 5, men om vi byter 3 mot 8 så blir vänstra sidan 5 mindre och högra sidan blir 5 större, så att skillnaden ökar.
- 10 C 4 Vi kan kalla den största skivan A sen de övriga i storleksordning B, C och D.
 Utan skiva A kan vi bygga tornet på 1 sätt: BCD
 Utan skiva B kan vi bygga på 1 sätt: ACD
 Utan skiva C på 1 sätt: ABD
 Utan skiva D på 1 sätt: ABC
 Några andra sätt finns inte.
- 11 A  Vi utgår från hörnet, där bit C måste placeras. 
- 12 A 1 kg Eftersom summan av de sex burkarnas vikter är 21 kg, måste den burk som står vid sidan om väga ett udda antal kilogram, för att det som står på vågen ska kunna delas lika. Det kan vara 3 kg eller 1 kg, eftersom 5 kg redan står på vågen.
 Om vi tar bort 3 kg ska det stå 9 kg på varje vågskål och då skulle burken intill 6 kg väga 3 kg, men den har vi tagit bort.
 Om vi tar bort 1 kg ska varje vågskål väga 10 kg. Bredvid 6 kg kan vi då ställa 4 kg och på andra sidan kan vi ställa 2 kg och 3 kg intill 5 kg.
 Det stämmer.
- 13 B 3 Vi utgår från cirkeln i mitten eftersom den har flest förbindelser.
 Den får en färg, till exempel blå.
 De övriga cirklarna kan inte ha en och samma färg, eftersom de också har förbindelse mellan varandra. Vi behöver därför ytterligare två färger.
 Det är alltså möjligt att färglägga med tre färger så att villkoren uppfylls. 
- 14 B  Den övre högra fjärdedelen behåller sin position vid vikningen och den får en avklippt triangel i sitt nedre vänstra hörn.
 Denna form återfinns speglad i de andra fjärdedelarna.
- 15 D 5 Om det hade suttit två personer i alla bilar skulle det ha varit totalt 16 personer. De återstående tre personerna sitter i tre av bilarna.
 I tre bilar sitter tre personer och i fem bilar sitter två personer: $3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 19$.
- 16 D Eftersom det är 5 stationer på linjen kommer tåget att vara på samma station och i samma riktning efter 10, 20, 30 ... stopp. Ytterligare sex stopp placerar tåget på D.
 Det finns andra sätt att räkna, men enklast är att se efter regelbundenhet och mönster. Att räkna ett steg i taget går förstås, men det finns en betydande risk att man tappar bort sig.



17 E 60 cm

På linjalen är 10 cm och 40 cm markerade
 20 cm är avståndet från 40 cm till slutet av linjalen.
 30 cm är avståndet från 10 till 40.
 50 cm är avståndet från 10 till slutet av linjalen.
 60 cm är hela linjalens längd.



18 C 3

För att det överallt ska finnas en pojke bland tre barn måste vart tredje barn vara en pojke. Eftersom det bara är två pojkar bland de åtta barnen måste dessa stå så långt från kanterna som möjligt, det vill säga på plats 3 och 6. Om 1 hade varit pojke hade det stått en pojke på både plats 4 och 7. Om 2 hade varit en pojke hade det stått en pojke på både 5 och 8.

19 A 4

Det finns 7 hus norr om Storgatan och 5 hus söder om den. Det finns alltså 12 hus sammanlagt. Det ligger 8 hus öster om Kängurugatan så 4 hus (12–8) måste ligga väster om Kängurugatan.

20 B 2

Endast Harry och Ron kan gå in först.
 Om Harry går in först går Ron in som nummer två och Hermione som nummer tre. Ron går ju aldrig in sist.
 Om Ron går in först går Hermione in som nummer två och Harry som nummer tre. Harry går aldrig in som nummer två.
 Hermione går aldrig in först, så den möjligheten behöver vi inte undersöka.
 Det finns alltså bara två olika sätt på vilka de kan gå in i salen.

21 D



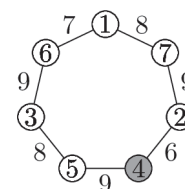
Eftersom en klocka går en timme före och en annan går en timme efter måste det vara de tre klockor som visar tre timmar efter varandra. Klockan två, klockan tre och klockan fyra (alt B, D och C) är de enda tre som motsvarar denna förutsättning. Då är det klockan som visar 3 som går rätt.

22 B 4

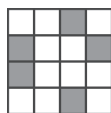
Buster har 3 röda och 6 blå kulor eftersom han har dubbelt så många blå som röda. Det finns då $8 - 3 = 5$ röda och $10 - 6 = 4$ blå kulor kvar till Agaton.

23 D 4

Vi kan börja med att fundera på var 1 ska stå.
 Eftersom vi bara har talen 1–7 att sätta ut, kan 1 inte finnas i någon cirkel som ska ge summan 9. Det finns bara en sådan cirkel, den på toppen som ingår i summorna 7 och 8. När ettan är på plats är det bara att fylla i resten av cirklarna och då hamnar 4 i den mörka.



24 E



Vi kan pröva systematiskt:
 Om A vore den rätta, skulle C ha två rutor fel.
 Om B vore den rätta, skulle C ha två rutor fel.
 Om C vore den rätta, skulle A, B och D ha två rutor fel.
 Om D vore den rätta, skulle C ha två rutor fel.

Vi kan också se att alla fem har markerat tre rutor på samma sätt. Om vi ser på de andra markerade rutorna och jämför de fem, så är det bara E som endast har en ruta som skiljer sig från de andras.

