Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Benjamin 2023, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 28 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Benjamin*.

Nominera till Mikael Passares stipendium

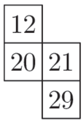
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

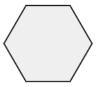
På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *29 april* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

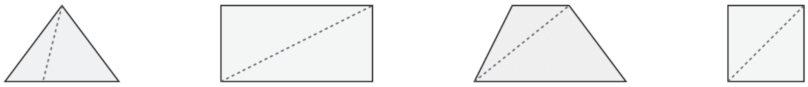
Facit och kommentarer – Benjamin 2023

1 A 

Ett tal är alltid 8 större än talet som finns precis ovanför.

2 D 

Övriga figurer kan delas i två trianglar med hjälp av en rät linje.



3 D 12

Det räcker med att inse att det är 21 trappsteg totalt. Eftersom 9 trappsteg syns måste 12 trappsteg därför vara dolda.

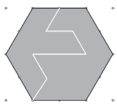
4 B 5

Att välja fyra är samma sak som att välja bort en. Det innebär att det finns fem olika sätt att välja fyra brickor.
När väl fyra brickor är valda finns det bara ett sätt att bygga tornet på.
Om vi numrerar brickorna från 1 (minst) till 5 (störst) kan de fem tornen byggas så här:

2 3 4 5
1 3 4 5
1 2 4 5
1 2 3 5
1 2 3 4

5 E N, M, Q, P

P ligger ovanför M och Q.
Q ligger ovanför M och N.
M ligger ovanför N.
Det innebär att ordningen måste vara underifrån N, M, Q, P

6 B 

Bitarna 1 och 3 passar ihop som i bilden.

7 E 4, 6 och 12

Om vi utgår från bilden ser vi att ett hål är placerat fyra timmar efter 1 och det andra ytterlige två timmar senare.
I förslag E utgår vi från 12 och då får vi 4 efter fyra timmar och 6 efter ytterligare två timmar.

8 C 

I bild C skulle den grå biten täcka mer än halva cirkeln.

9 E kängurun och bävern

Både bävern och kängurun behöver 11 hopp för att landa på Mål-punkten. Haren kommer aldrig att landa där eftersom den är placerad 11 steg efter start och det är ett jämnt antal steg runt hela banan.

10 B ♥♥

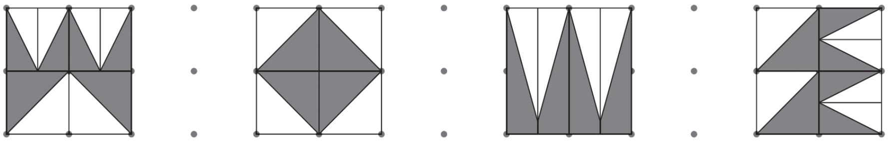
Tittar man tiotalssiffran ser man att det sker ett byte. Det betyder att andra talet måste vara ett jämnt tiotal och sluta på 0 och att det sista av de tre talen slutar på 1.
Alltså är kvadraten 1 och de tre talen således 19, 20, 21. Nästa tal i ordningen blir då 22 som skrivs som två hjärtan.

11 D 

Tiden från början är 21:51. Efter 30 minuter kommer den att vara 22:21, vilket ser ut som 15:55 i spegeln.

12 C 

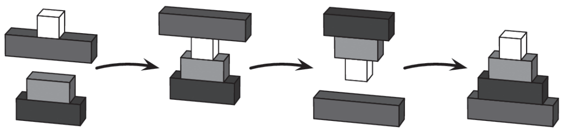
Alla figurer utom C har samma area – precis halva arean av ett 2 x 2-rutnät, medan C har lite större area.



A B C D

13 B 3

Steg 1: vänd på de 2 översta
Steg 2: vänd på alla 4
Steg 3: vänd på de 3 översta



14 A 1 och 11

Från början är summorna så här:
Grå rutor $1 + 2 + 4 + 6 + 7 = 20$
Vita rutor $3 + 5 + 8 + 11 + 13 = 40$
Om vi vill ha samma summa måste vi minska de grå med 10 och samtidigt öka de vita med 10. Den enda kombinationen som gör det är 1 och 11.

15 C 6 cm

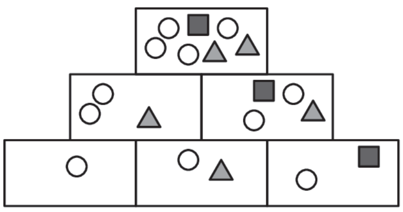
Kvadratens omkrets är $9 \cdot 4 = 36$.
Det medför att den liksidiga triangelns sida är $36/3 = 12$.
Det medför att rektangelns långsida är 12 och att de två kortsidorna tillsammans är $36 - 24 = 12$.
Alltså är den markerade kortsidan 6.

16 B 4

Den minsta möjliga summan är när alla korten ligger med framsidan upp: $1 + 2 + 3 = 6$.
Varje gång man vänder ett kort ökas summan med 3.
Det kan göras tre gånger, alltså finns det totalt fyra möjliga summor.
Dessa är 6, 9, 12 och 15.

17 E 

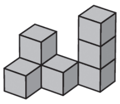
Figurerna som placeras i mittenlådan i bottenraden kommer att förekomma två gånger i topplådan eftersom den i sin tur innehåller alla som finns i båda lådorna i mittenraden.
Förutom cirkeln från den vänstra bottenlådan och cirkeln plus kvadraten från den högra bottenlådan finns det två cirklar och två trianglar i topplådan. Alltså måste det finnas en cirkel och en triangel i den mittersta lådan i bottenraden.



18 B Tina

Om Richard talar sanning måste Peter ljuga, och vice versa.
Eftersom bara en elev talar sanning måste det därför vara antingen Peter eller Richard, och i så fall ljuger både Maria och Tina.
Det innebär att Tina ljuger när hon säger att det inte var hon, alltså var det Tina som hade sönder rutan.

19 D



De staplar som finns i den översta bilden är:

3	2	
		2
		1

De staplar som finns i bild D är:

		3
2	1	
1		

20 C 17

Minsta gemensamma delare till 24, 30 och 66 är 6.
Hela sträckan ska alltså delas in 6-meterssektioner, det vill säga i $120/6 = 20$ delar. Till det behövs totalt $20 + 1 = 21$ stolpar.
Eftersom det redan finns fyra stolpar behövs ytterligare $21 - 4 = 17$ stolpar.

21 C 7

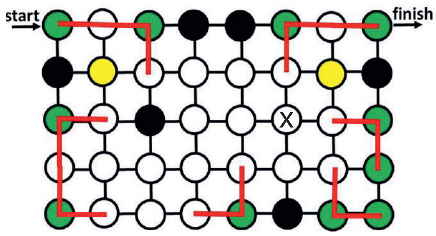
Om endast en bricka återstår förlorar den som står i tur. Om 2, 3, 4, 5 eller 6 brickor återstår kan den som står i tur ta alla utom en och därmed vinna genom att bara lämna en till motspelaren.
Om Sonja lämnar 7 brickor måste Richard lämna minst 2 till Sonja som därefter kan ta alla utom en och vinna spelet.
Om Sonja lämnar 8 eller 9 brickor kan Richard ta bort så att det finns 7 kvar när det är Sonjas tur och då kommer Richard att vinna.
Alltså ska Sonja lämna 7 brickor till Richard för att vara säker på att vinna.

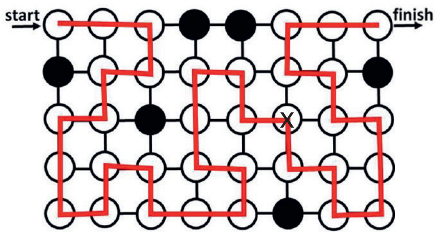
22 D 6

Om man börjar med RÖD i den övre vänstra rektangeln finns det två val för den andra övre triangeln: BLÅ eller GUL. När det valet är gjort är de övriga rutornas färger givna. Samma sak gäller om man börjar med någon av de andra färgerna. Det finns alltså $3 \cdot 2 = 6$ möjligheter.

23 A ↓

Vi kan börja med att titta på de vita cirklarna som bara har en eller precis två möjliga riktningar att gå till. Det är alla ringar i hörn eller bredvid svarta spärrar. Vi kan då rita in dessa vägar eftersom vi där inte har några val, se första bilden. Då ser vi att det finns några cirklar som nu inte längre har några val eftersom deras ”grannar” har blivit upptagna, och vi kan rita vägarna genom dem också. Slutligen återstår att rita vägen som förbinder alla delsträckor och vi ser att det bara finns en möjlighet att gå igenom cirkeln med x: uppifrån och ner, se andra bilden.





24 A åtta kjolar och sex tröjor

Lättast är att översätta alla priser till samma jämförelseplagg. Vi jämför priser:
2 tröjor = 3 kepsar.
3 kjolar = 8 tröjor = 12 kepsar, vilket medför att 1 kjol = 4 kepsar.
2 hattar = 5 kjolar = 20 kepsar, vilket medför att 1 hatt = 10 kepsar.
Nu kan vi skriva om alla inköpen till priset av antal kepsar:

a) $8 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 41$ kepsar (eftersom 6 tröjor $= 2 \cdot 3$ tröjor $= 3 \cdot 3$ kepsar)
b) $1 \cdot 10 + 3 \cdot 4 + 1 = 23$ kepsar
c) $1 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 30$ kepsar
d) 37 kepsar
e) $3 \cdot 4 + 3 = 15$ kepsar