



Arbeta vidare med Milou

Matematik handlar i stor utsträckning om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehåll och strategier för att lösa känguruproblem och utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem därför få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna resonerar i mindre grupper för att komma fram till en gemensam lösning och förstå varför just det svarsalternativet är lösningen. Diskutera sedan gruppernas lösningar i helklass och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraters lösningar:

- Är de tydliga?
- Håller resonemanget?

Ni kan diskutera vad i problemet som är nödvändigt att veta innan man löser problemet. Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem?

Diskutera även svarsalternativen. Många elever klarar sig kanske utan dem, men att diskutera andras lösningar är bra för att eleverna ska vänja sig vid att ge och ta konstruktiv kritik. Om de redan på lågstadiet får uppleva att andras lösningar och felsvar är en naturlig del av lärandet kan det bli en fruktbar form av arbete med matematik framöver.

Några frågor att återkomma till när känguruproblemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar på frågan. Är det ett rimligt svar?
- Hur vet vi att svaret är rätt?
- Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
- Vilka förkunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?
- Lärde vi oss något nytt av felsvaren?

Gå igenom lösningsstrategier noga, fokusera på nödvändiga begrepp. Hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem från olika år finns att hämta på Känguruns webbsida på ncm.gu.se/kanguru, med förslag på hur känguruproblem kan vara utgångspunkt för vidare arbete. En del av dem passar bäst i förskoleklass medan andra kanske är mer lämpliga för årskurs 2. Se dessa som förslag som du kan utveckla och anpassa till just din klass.

Känguruproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket text och information att hantera. Eleverna behöver undervisning om hur de ska angripa den typen av textuppgifter. Arbeta därför gemensamt med problemen. Gå igenom dem tillsammans och hjälp eleven att sätta sig in i problemet, exempelvis med hjälp av stödjande frågor. Hjälp



eleverna att strukturera informationen i problemet. Gå också igenom eventuella oklarheter beträffande ord och begrepp samt meningsbyggnad. Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad problemet handlar om är inte det samma som att veta vad man ska göra. Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna flerstegsprocess, som ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. Att lära sig hantera motgångar och misslyckanden är viktigt för att utveckla problemlösningsförmågan.

1. Tangram med Kängu

Till kängurun används fem trianglar i tre olika storlekar och en kvadrat. Kvar är en parallelogram. Låt eleverna beskriva hur de resonerar för att lägga tangrampusslet. Vad har de fokuserat på, hur är pusselbitarnas form, bilden på bitarna eller en kombination? Det enklaste sättet att kontrollera lösningen är att klippa ut bitarna eller prova med ett tangram i trä eller plast.

Liknande problem: Milou 2008:1; Milou 2009:2; Milou 2018:12, Milou 2020:2; Milou 2022:8

2. Hur många cirklar ser du?

Ansikte, två ögon, en mun och två öron med en extra cirkel i varje. Här handlar det om antalsprincipen och att verkligen få syn på varje enskild cirkel utan att glömma någon. Här kan man prata om att inte förhastiga sig, att kontrollräkna för att se om man får samma antal varje gång man räknar noga.

Uppgiften handlar också om att eleverna behöver kunna särskilja cirkeln från andra former. Arbeta vidare med olika geometriska former.

- Låt eleverna själva beskriva vad som kännetecknar en cirkel. Vad skiljer den från andra geometriska former?
- Låt eleverna beskriva andra formers egenskaper och berätta vad formerna heter.

Använd termerna sida, hörn och vinklar. Peka på en kvadrat och fråga hur man kan veta att det är en kvadrat och inte en triangel? Vad är det som är likt och vad är det som skiljer olika former från varandra? Vad skiljer cirkeln från de andra formerna? Om eleverna väljer att använda ordet rektangel, berätta att det är korrekt, men att man brukar kalla formen för kvadrat när de har lika långa sidor. Du kan även projicera geometriska figurer på tavlan. Låt en elev komma fram och peka på en cirkel. Be eleverna att ta titta efter cirklar i klassrummet eller utomhus på rasten.

Liknande problem: Milou 2008: 5; Milou 2017: 3; Milou 2020:10, Milou 2021:1; Milou 2022:1



3. Elias viker ett papper

Det ska vara lika långt till cirklarna respektive kvadraterna från symmetrilinjen. Arbeta vidare med begreppet symmetri. Använd gärna konkret material, där eleverna med hjälp av exempelvis akvarellfärger kan testa sig fram och utforska symmetri. Låt eleverna använda begrepp som över och under, vänster och höger, mitten, symmetrilinje, mellan, avstånd, lika långt och så vidare när de motiverar sina förslag på lösningar.

Liknande problem: Milou 2009:1; Milou 2009:4; Milou 2020:7; Milou 2021:5

4. Pablos bilar

Svaret är 6, eftersom $10 - 6 = 4$. Eleven får i uppgiften reda på att Pablo har 10 bilar. Här kan man som lärare fråga: Hur många bilar ser du? Hur många bilar hade Paolo? Hur många ser man inte, alltså hur många bilar är därinne i tunneln? Eleven kanske räknar uppåt från 4 till 10 eller använder sig av subtraktion. Låt eleverna diskutera liknande situationer, där det finns en helhet och det går att dölja en del för att se hur mycket som fattas. Svenska läromedel brukar ha många uppgifter om subtraktion som "ta bort", det gäller därför att skapa uppgifter och situationer där du kan använda subtraktion som komplement, presentera en helhet och en del och leta efter den delen som saknas. Exempelvis: 15 fåglar sitter på en ledning, några döljs av ett moln, fem fåglar syns. Hur många fåglar är dolda?

Liknande uppgifter: Milou 2008:2; Milou 2022:6

5. Kuber uppifrån

Problemet handlar om rumsuppfattning. När man tittar uppifrån kommer den mörkaste klossen först, från vänster till höger. I den här typen av uppgift arbetar man med rumsuppfattning och tolkar bilden för att förstå hur plattorna ser ut i verkligheten, det vill säga överföra en tvådimensionell bild till en tredimensionell. Sedan måste eleven lära sig betrakta objektet från ett annat håll, det vill säga föreställa sig hur det ser ut ur ett annat perspektiv och konvertera från 3D till 2D. För att förstå ritningar och kartor måste elever kunna tänka sig att de ser världen ovanifrån. Redan i tidig ålder skaffar sig barn erfarenheter när de bygger med olika material och när de klättrar och rör sig i rummet, både inomhus och utomhus. I skolan kan lärare bygga vidare på dessa erfarenheter med både spontana samtal och strukturerade övningar som denna: Låt eleverna göra egna byggen av föremål och rita av dem uppifrån. Vilka slutsatser kan de dra? Vad kan de se ovanifrån och vad kan de inte se?

Liknande problem: Milou 2018:6, Milou 2011:10



6. Känguskutt

Problemet handlar om multiplikation och upprepad addition. Lösningen 6 får vi antingen genom tre skutt två gånger, $3 + 3$ eller $3 \cdot 2$. Här handlar det om en kontext där elevernas kunskap om multiplikation som upprepad addition kan konkretiseras. Det är också viktigt att uppmärksamma elever på att inte addera eller subtrahera siffror i en uppgift bara för att de finns med där.

Liknande problem: Milou 2001:2; Milou 2020:5

7. Tårtan

Problemet handlar om algebra. Sju stora ljus ger 10 år styck, vilket blir 70 år och sex små ljus ger 6 år. Alltså är morfar 76 år. Här behöver eleven förstå symbolvärde, att ett föremål – i det här fallet ett ljus – kan vara värt ett visst antal år. Här behövs även beräkningar utföras och bokföras, för 7 ljus som är värda 10 år var. I likhet med problem 6 om Kängus skutt handlar det om multiplikation eller som i förskoleklassen upprepad addition.

Liknande problem: Milou 2001: 19; Milou 2017: 16; Milou 2022:9

8. Korsningar

Problemet handlar om rumsuppfattning. Varje korsning passeras två gånger. Det är viktigt att förstå att bilen måste köra i pilens riktning och får inte svänga av även om möjligheten finns. Låt eleverna följa bilens färd med sina fingrar, en penna eller en laserpekare på tavlan. Uppgiften utmanar elevernas rumsuppfattning. Eleverna ska tolka bilden och föreställa sig hur bilen kör i vägens riktning. Förstora gärna bilden med hjälp av koptatorn, för att underlätta uppföljningen. Låt eleverna lägga ett snöre ovanpå bilden. Var är start och mål? Hur löper det vidare i "korsningar"? Hjälps åt att haka fast former enligt bilden. Låt eleverna ställa hypoteser om ordningen och motivera dem. Stämde hypoteserna?

Liknande uppgifter: Milou 2009:3; Milou 2014:2; Milou 2017:8; Milou 2020:15; Milou 2021:2

9. Mynt med frågetecken

Problemet handlar om algebra, okända tal som representeras med en bild. Svaret är 3 eftersom $18 - 12 = 6$ och $6/2 = 3$. Här gäller det att upptäcka att två frågetecken är likadana, alltså måste de ha samma värde. Ni kan resonera, testa och pröva: funkar det med 1? 2? 3? Eleverna gynnas även av att kontrollräkna, det vill säga sätta in 3 i stället för frågetecken och se om likheten stämmer. Det kan också vara ett tillfälle att prata om likhetstecknets betydelse, att vänsterled ska vara lika med högerled.

Liknande uppgifter: Milou 2011:11; Milou 2012:8; Milou 2015:14, Milou 2021:14



10. Elvis trianglar

Här handlar det om att jämföra och känna igen former. Ett sätt att övertyga sig om att alternativ A är det rätta: håll för, så att endast en triangel, med andra ord en sjättedel av figuren, blir synlig i varje svarsalternativ. Jämför sedan med Elvis bit. Du kan förstora svarsalternativen och använda dokumentkamera för att undersöka likheter och skillnader tillsammans med klassen.

Liknande uppgifter: Milou 2012:1; Milou 2014:11, Milou 2017:9, Milou 2018:12, Milou 2020:1; Milou 2021:4

11. Bollar i en skål

Svaret är A. Ett sätt att lösa problemet är att beräkna summorna i varje skål:

$$\text{Skål 1: } 4 + 7 + 8 + 9 = 28$$

$$\text{Skål 2: } 4 + 6 + 7 + 9 = 26$$

$$\text{Skål 3: } 4 + 7 + 7 + 9 = 27$$

$$\text{Skål 4: } 4 + 4 + 7 + 9 = 24$$

$$\text{Skål 5: } 4 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Ett annat sätt att lösa problemet är genom att prata och peka, se och jämföra de olika skålarna. Bollar med 4 och 9 finns i alla skålar, därför räcker det med att titta på de båda övriga bollarna. Då upptäcker vi att 7 och 8 är störst. Här är ett tillfälle att diskutera för- och nackdelar med olika sätt att lösa samma problem och att visa elever att samma svar kan fås genom olika sätt att räkna och resonera.

Liknande uppgifter: Milou 2014: 1; Milou 2016:1; Milou 2019:1

12. Min båt

Svaret är E. I detta problem kan det vara intressant att använda uteslutningsmetoden och diskutera svarsalternativen, det vill säga vad svaret inte kan vara. Gå igenom alla alternativ och låt eleverna beskriva dem på olika sätt, med antal och med användning av "fler" och "färre". Det kan inte vara C eftersom den båten bara har en cirkel. Två fler trianglar än kvadrater finns bara på E som har fyra trianglar och två kvadrater. Orden fler och färre är centrala här. Kan alla dem? Ni kan även diskutera formerna. Vad är en triangel och vad är en kvadrat? Låt eleverna beskriva formernas egenskaper. Använd termerna sidor, hörn, lika och olika långa och om det passar dina elever även vinkel och rät vinkel. Uppmärksamma eleverna på att en kvadrat är en kvadrat oavsett hur den är orienterad. Visa med en urklippt kvadrat som du vrider åt olika håll.

Liknande uppgifter: Milou 2008:6; Milou 2017:10, Milou 2015:3, Milou 2013:1 och Milou 2013:2; Milou 2020:10 och 11



13. Emmas tävling

Svaret är D 7. Det är sju deltagare i tävlingen. Det kan vara en god idé att använda sig av den grafiska uttrycksformen och rita upp de olika deltagarna, upptäcka Emmas placering och resonera kring den sista deltagarens placering i relation till de andra. Uppgiften handlar om resonemang och ger eleverna chansen att rita och resonera samt motivera sina resonemang. Varför ritade eleven placeringarna just på det här sättet?

1 2 Emma 4 5 6 sista

Arbeta vidare med liknande uttryck i vardagen som har start och slut, exempelvis veckodagar och klockan.

Liknande uppgifter: Milou 2008:3; Milou 2009:11; Milou 2021:6

14. Påsar med äpplen

Svaret är C, det är 6 äpplen kvar på bordet. I de tre påsarna lägger hon $3 + 4 + 6 = 13$ äpplen. $19 - 13 = 6$ äpplen kvar på bordet. Problemet handlar om att hantera antal men också att göra beräkningar. Förbered det matematiska samtalet kring uppgiften genom att ordna påsar, brickor eller liknande med samma antal föremål, exempelvis kulor, som i problemet. Låt eleverna berätta hur de löser uppgiften. Räkna de alla föremål i påsarna? Hjälps åt att hitta en strategi för hålla ordning på vad som ska göras. Vilka antal kan de uppfatta i en blink, utan att räkna, det vill säga subitiserat? Finns det elever som har svårighet med parbildningen eller kanske ett-till-ett-räkningen? Hur håller eleverna reda på vilka föremål som har räknats? Läger elever ihop alla för att sedan subtrahera? Vilken strategi använder de då?

Liknande uppgifter: Milou 2001:6; Milou 2008:2; Milou 2009:8; Milou 2019:12

15. Dolda träd

Svaret är vid D. Genom att rita in siktlinjer syns det att de små träden blir dolda av de stora träden från platsen vid D. I den här typen av uppgift arbetar man med rumsuppfattning och tolkar bilden för att förstå hur perspektiv påverkas av olika föremål. I likhet med problem 5 måste eleven lära sig betrakta objektet från olika håll, det vill säga föreställa sig hur det ser ut ur olika perspektiv. För att förstå ritningar och kartor måste elever kunna tänka sig att de ser världen från olika håll. Här kan man utnyttja barnens spontana lek, exempelvis när de leker kurra gömma/gömmen eller tar "selfies". Använd begreppen bakom och framför, högt och lågt, vänster och höger, mitten, mellan och kanten.

Liknande uppgifter: Milou 2009:1, Milou 2009:4; Milou 2020:3



16. Limma kuber

Svaret är D II. Först kan vi titta på det nedersta lagret. Till det nedersta lagret behövs åtta droppar lim. Sedan behövs det tre droppar lim till de tre övriga kuberna. Det blir $8 + 3 = 11$, det vill säga sammanlagt 11 droppar. Man kan också tänka sig att de tre övre kuberna "puttas ner", då syns det tydligare att det är 12 kuber och 11 mellanrum.

I det här problemet måste eleven först tolka bilden och förstå hur kuberna i figuren ser ut i verkligheten, det vill säga överföra en tvådimensionell bild till en tredimensionell. Det här är ett tankesätt som går att lära sig genom att illustrera problemet med klossar. Gör figuren som på bilden och resonera tillsammans. Det går också att anpassa problemet så att det blir lättare, genom att använda färre klossar samt multilink- eller träklossar. Eleven får möjlighet att betrakta figuren från olika håll genom att närma sig det från olika positioner i rummet, för att sedan kunna föreställa sig hur det ser ut ur andra vinklar och vilka ytor som då nuddar varandra.

Stilleben kan vara en aktivitet att arbeta vidare med för att utveckla rumsuppfattning: Placera ut olika föremål mitt på ett bord, så att något föremål hamnar bakom, något framför, något är under och något är över, något är stort och skymmer något annat och så vidare. Låt elevgruppen sitta på stolar runt stillebenet med varsitt papper och penna. Låt varje elev rita av det den ser från sin egen position. Samla in alla ritningar, blanda och dela ut igen så att alla får en kompis ritning. Låt eleverna försöka hitta platsen där kompisens satt.

Liknande uppgifter: Milou 2001:12; Milou 2008: 9; Milou 2009:9; Milou 2021:10; Milou 2022:5