



# Kängurutävlingen – Matematikens hopp

## Ecolier 2022, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 29 april*. Webbadressen är [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru). Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på [kanguru@ncm.gu.se](mailto:kanguru@ncm.gu.se) eller på telefon 031–786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan och dela också ut de Kängurureflexer med texten *Jag har deltagit i Kängurun*, som kan köpas från NCM: [bestallning.ncm.gu.se/produkt/reflex](http://bestallning.ncm.gu.se/produkt/reflex). Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

### *Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med*

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, tex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Ecolier*.

### *Nominera till Mikael Passares stipendium*

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplom. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan tex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpssam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

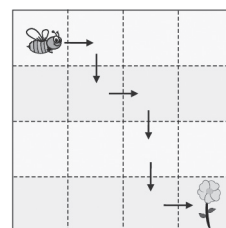
På [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru) finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *30 april* till:

Kängurutävlingen  
NCM, Göteborgs universitet  
Box 160  
405 30 GÖTEBORG



# Facit och kommentarer – Ecolier 2022

- 1 A  $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$  Det måste flyttas tre steg åt höger och tre steg nedåt.

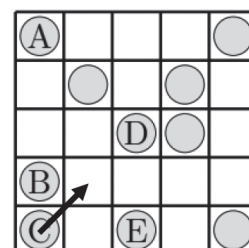


- 2 C C

I första kolumnen och i nedersta raden ligger det 3 mynt.

Det mynt som ligger i den gemensamma rutan, det vill säga C, är det mynt som ska flyttas.

I andra kolumnen och näst nedersta raden ligger endast 1 mynt, så det är till den gemensamma rutan som myntet ska flyttas.



- 3 C 5

Bill måste flytta de två lådorna som ligger ovanpå den svarta.

Men innan det måste han flytta de tre lådorna som ligger ovanpå dessa.

- 4 E 12

Ett långt hopp plus två korta hopp, 3 hopp, är tillsammans 4.

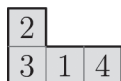
$16/4=4$ , så Kängurun måste alltså hoppa  $4 \cdot 3$  hopp = 12 hopp.

- 5 A 3 och 5

Eftersom 2022 är 2 mer än 2020 så måste talet i den första rutan vara 2 mindre än talet i den andra rutan.

Av alternativen passar endast 3 och 5.

- 6 D



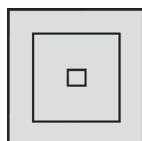
Rutorna intill den röda pricken har 2, 3 och 5 så biten måste ha 1 eller 4 där. Där den gröna pricken är måste det vara 1, 2, eller 4 (inte 3 eller 5).

Endast D uppfyller dessa krav.

Bit D passar i hålet, inga intilliggande rutor får samma siffra.

3	2	5	4	2	1
1	4	3	1	3	4
2	5	●	5	2	1
4	1			●	3
3	2	4	2	5	2
4	1	3	1	3	4

- 7 C



Endast tre av bitarna syns ovanifrån.

Den avlånga biten överst syns som en liten rektangel när man tittar rakt uppifrån.

Man ser också den ganska stora biten under den och den största biten i botten.

Bitarna mellan de två stora syns inte.

- 8 C 28

För att få 35 måste 5 multipliceras med 7, så på frågetecknets plats står 7.  
 $7 \cdot 4 = 28$

- 9 B 2, 1, 3, 5, 4

Ordningen på bilarna ändras så här:

$1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow 1, 2, 5, 3, 4 \Rightarrow 1, 3, 2, 5, 4 \Rightarrow 2, 1, 3, 5, 4$

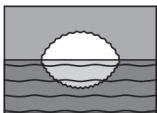
- 10 C 5 år och 8 år

Summan av kängururnas åldrar är  $2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 35$ .

$35 - 22 = 13$ , så de två kängururna ska vara 13 år tillsammans.

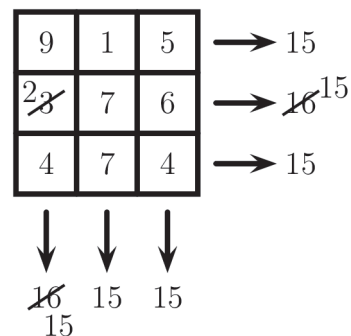
$5 + 8 = 13$  är det enda alternativ som har summan 13.



- 11 A  Det finns flera resonemang som leder till svaret. Här är ett:  
 Det finns *inga* ankor på Mickes kort, alltså är D *inte* Mickes kort.  
 Det är en hund på Leos kort, det är E  
 Det är kängurur på Hektors kort, det är B  
 Det är exakt två djur på Paulas kort, så det är C eftersom B är Hektors kort.  
 Det är en sol på Fatimas kort, så A och D kan vara Fatimas, men eftersom D inte kan vara Mickes kort så är D Fatimas.

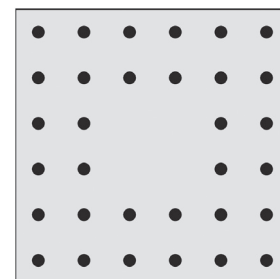
12 B 3

Summorna i två av raderna och två av kolumnerna är 15.  
 En rad och en kolumn har summan 16, så talet i den ruta som dessa har gemensamt måste ändras och bli 1 mindre.  
 Det vill säga 3 blir 2.



13 E 32

Om hela mattan vore täckt av prickar skulle det vara  $6 \cdot 6 = 36$  prickar.  
 Eftersom det bara är 2 rader längs varje sida är det  $2 \cdot 2 = 4$  prickar färre, det vill säga  $36 - 4 = 32$ .



14 A

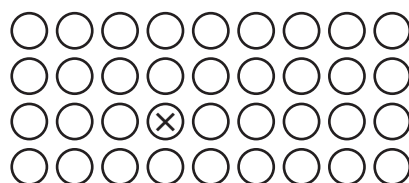


Tusenfotingen är uppbyggd av cirklar där varannan är ljus och varannan är svart.  
 Endast i alternativ A går det att finna en sådan väg genom hela tusenfotingen.  
 Det finns två möjligheter.



15 E 36

Antalet rader är  $2 + 1 + 1 = 4$ .  
 Antalet elever i varje rad är  $3 + 1 + 5 = 9$ .  
 $4 \cdot 9 = 36$





16 B 11

De två grå kvadraterna som syns uppe till vänster och nere till höger hör till samma kloss. Det finns alltså två grå klossar i kuben.

Någon dold grå kloss kan inte finnas, inte heller någon dold svart eftersom varje sån kloss innehåller minst ett par kvadrater som hamnar på motsatta sidor av kuben.

Den svarta kvadraten i mitten på sidan som är vänd mot oss hör till en svart kloss som ligger mitt i kuben, så det finns två svarta klossar.

Kuben är alltså byggd av två grå klossar, två svarta klossar och resten vita.

Hela bygget består av  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  små kuber.

De grå består av vardera 5 kuber och de svarta av 3, det vill säga  $2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 16$ .  
 $27 - 16 = 11$

Vi kan också räkna hur många vita klossar som måste finnas i varje lager:

$$4 + 3 + 4 = 11$$

17 B 3

Vanja har valt de två cirklarna. Hon har då en stor och en svart figur.

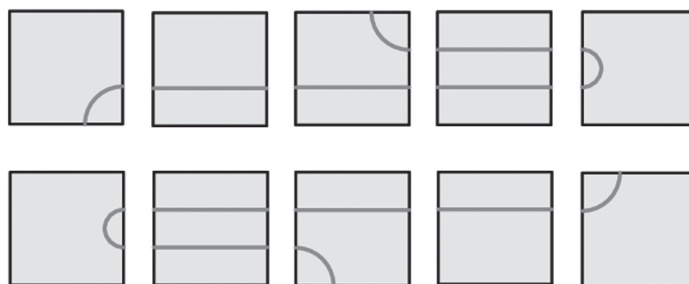
Om hon sen valde en stor svart figur, det vill säga den stora kvadraten, stämmer det.



18 D



Bitarna kan också läggas åt andra hållet, men det blir ändå samma bit i mitten.



19 D 5

Varje lag spelar två matcher.

Deras möjliga sammanlagda poäng blir då:  $0+0$ ,  $1+0$ ,  $3+0$ ,  $1+1$ ,  $1+3$  och  $3+3$ , det vill säga 0, 1, 2, 3, 4 och 6.

För att få 5 poäng skulle de behöva spela minst tre matcher och till exempel vinna en och spela två oavgjorda:  $3+1+1$

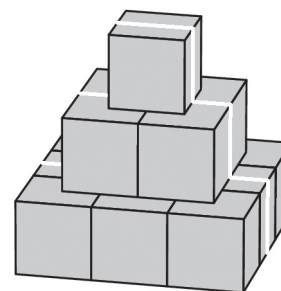
20 E 90 cm

Myran förflyttar sig 30 cm uppåt, 30 cm neråt och 30 cm horisontellt.

På sin väg upp till toppen går myran 3 sidor vertikalt och 3 halva sidor horisontellt:  $3 \cdot 10 \text{ cm} + 3 \cdot 5 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$ .

Den måste sen gå lika långt ned.

$$2 \cdot 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}.$$

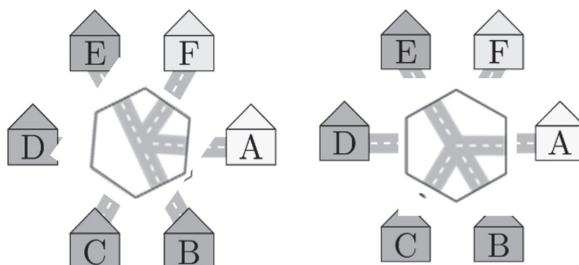




21 E 1 och 5

Bit 1 kan läggas så att den raka vägen går mellan B och E. Då kan man åka från A till B och E (och F), men inte till D.

Bit 5 kan läggas så att den raka vägen går mellan E och B och de andra går från A och C. Då kan man åka från A till B och E (och C), men inte till D.



Det ska finnas en direktväg mellan B och E, alltså en rak väg genom korsningen. Det utesluter bitarna 2 och 3.

Dessutom ska det finnas en väg från A till korsningen som inte fortsätter rakt fram till D. Det utesluter bit 4.

22 C 3

Ett varv runt Ahmeds bana är 200 m.

Ett varv runt Saids bana är 300 m.

De möts första gången när de har gått 600 m.

Då har Ahmed gått 3 varv och Said har gått 2 varv.

23 B Karl och Sofie

Laura åt två plommon fler än Sofie och Boris åt tre plommon färre än Laura. Det innebär att Boris åt ett färre än Sofie.

Karl åt ett plommon fler än Boris, så Karl åt lika många plommon som Sofie.

24 D 12

Jämför raderna: Den svarta rutans tal är 2 mindre än den vita rutans tal (34 – 32). Den grå rutans tal är 8 mindre än den vita (34 – 26).

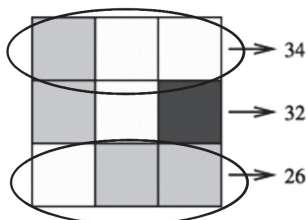
Om vi byter ut den grå rutan i översta raden mot en vit ruta blir summan  $34 + 8 = 42$ . Talet i de vita rutorna är alltså  $42 / 3 = 14$ .

Talet i den svarta rutan är  $14 - 2 = 12$ .

Talet i den grå rutan är 6 och vi kan se att det stämmer.

Eller:

Lägg ihop den översta och nedersta raden.



Summan av talen i tre vita och tre grå rutor är 60.

$60 / 3 = 20$ , det vill säga en grå och en vit ruta är tillsammans 20.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{vita} & \text{grå} & \text{grå} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{grå} & \text{vita} & \text{vita} \\ \hline \end{array} = 60$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{grå} & \text{vita} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{grå} & \text{vita} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{grå} & \text{vita} \\ \hline \end{array} = 60$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{grå} & \text{vita} \\ \hline \end{array} = 20$$

Summan av talen i mittenraden är 32.

Talet i den svarta rutan är därför  $32 - 20 = 12$ .



## Redovisning av resultat

Redovisning av resultat sker på [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru). Det enklaste sättet att redovisa är att ladda upp det ifyllda kalkylbladet. I det finns alla uppgifter som vi behöver. Mer information om hur kalkylbladet fungerar finns i dokumentet *Att använda kalkylbladet*, som du hittar på [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru).

Om du *inte* har använt kalkylbladet ber vi dig fylla i motsvarande uppgifter i det formulär som finns på webben. De blanketter som finns här är till för att du ska kunna sammanställa de uppgifter som du sen ska skriva in.

Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på [kanguru@ncm.gu.se](mailto:kanguru@ncm.gu.se) eller på telefon 031-786 69 85. Redovisa senast den 29 april.

## Redovisningsblankett A

Namn och poäng för de två bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
3		
4		

Om du har fler elever med mycket bra resultat, mer än 77 poäng, kan du redovisa deras namn i ett e-brev till [kanguru@ncm.gu.se](mailto:kanguru@ncm.gu.se).

Antal elever med	åk 3	åk 4
77 – 96 poäng		
57 – 76 poäng		
41 – 56 poäng		
25 – 40 poäng		
13 – 24 poäng		
0 – 12 poäng		
Totalt antal deltagare		



# Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

## Antal elever med rätt svar på uppgiften

Uppgift	åk 3	åk 4
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		