

## Arbeta vidare med Milou 2022

Matematiskt arbete handlar i stor utsträckning om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraters lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förut-sättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras. Många elever kanske också klarar sig utan de olika svarsalternativen.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det? Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru)

Vi ger här några förslag på hur problemen kan vara utgångspunkt för vidare arbete. En del av dem passar bäst i förskoleklass med andra kanske bara fungerar i årskurs 2. Se detta som förslag och idéer för att utveckla och anpassa. Vi ger också några förslag på tidigare problem från tidigare år. Där finns det, förutom problem, även ytterligare förslag i att arbeta vidare med. Alla tidigare problem och förslag på arbete finns fritt tillgängligt på [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru).

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer att publiceras på Kängurusidan, [ncm.gu.se/kanguru](http://ncm.gu.se/kanguru) i slutet av terminen. Många av dessa problem går att använda i din grupp även om de ursprungligen var tänkta för äldre elever.

Textproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket information att hantera. Eleverna behöver då undervisning om hur de ska angripa den typen av uppgifter. Arbeta därför gemensamt med texterna. Gå igenom tillsammans och hjälp eleverna att sätta sig in i problemet, exempelvis med stödjande frågor. Hjälpt eleverna att strukturera informationen i texten. Gå också igenom eventuella oklarheter beträffande ord och meningsbyggnad.

Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad det handlar om och vad som efterfrågas är inte detsamma som att "veta vad man ska göra". Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna process, som består av flera steg och ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. Att lära sig hantera motgångar och misslyckanden är viktigt för att utveckla problemlösningens förmågan.

## Rumsuppfattning, mätning och geometri

### 4 Fyra pusselbitar

Låt eleverna beskriva hur de resonerar för att lägga pusslet. Vad har de fokuserat på, pusselbitarnas form, bilden på bitarna eller en kombination?

Det enklaste sättet att kontrollera lösningen är att klippa ut bitarna och prova.

Liknande problem: Milou 2018:12, Milou 2020:2, Milou 2008:1, Milou 2009:2

### 7 Pers plattor

I denna uppgift måste man först tolka bilden och förstå hur plattorna ser ut i verkligheten, det vill säga överföra en tvådimensionell bild till en tredimensionell. Sen måste man betrakta objektet från ett annat håll, det vill säga föreställa sig hur det ser ut ur en annan vinkel.

För att förstå ritningar och kartor måste man kunna tänka sig att man ser världen ovanifrån. Redan i tidig ålder skaffar sig barn erfarenheter när de bygger med olika material och när de klättrar och rör sig i rummet inomhus och utomhus. I skolan kan man bygga vidare på dessa erfarenheter med både spontana samtal och strukturerade övningar.

- Låt eleverna göra egna byggen av föremål och rita av dem uppifrån. Vilka slutsatser kan de dra? Vad kan de se ovanifrån och vad kan de inte se?

Liknande problem: Milou 2018:6, Milou 2011:10

Liknande mer utmanande problem: Benjamin 2018:2

### 14 Gräsmattan

Denna typ av uppgifter behöver eleverna arbeta med för att utveckla förståelse för mätning och mätandets princip. För att ta reda på vilken gräsmatta som är minst behöver man använda samma enhet, i detta fall en triangel, för att kunna jämföra ytorna.

- Projicera uppgiften på tavlan och låt några elever muntligt berätta och visa hur de kom fram till sin lösning. Har alla fokuserat på arean eller har någon tittat på omkretsen?
- Fråga eleverna om det finns fler sätt att ta reda på vilken gräsmatta som är minst. Låt sedan eleverna testa strategierna för att se om de fungerar.
- Diskutera likheter och skillnader i de olika strategierna.
- Låt eleverna ta fram en egen enhet och med hjälp av den rita några gräsmattor som ser olika ut men som har samma area.
- Projicera några olika elevers gräsmattor och resonera om likheter och skillnader i elevernas bilder. Vilka enheter har de valt? Finns det några bilder där det är lätt att se att gräsmattorna är lika stora? Vad beror det på? Finns det bilder där det är svårare att se att gräsmattorna är lika stora? Vad beror det på?

Liknande problem: Milou 2011:4 Milou 2020:12, Ecolier 2020:4

## Tal

### 1 Flest trianglar

Förutom att ordet *flest* är centralt för att lösa uppgiften så behöver eleverna även kunna särskilja triangeln från de övriga formerna.

- Börja med att låta eleverna beskriva formernas egenskaper och berätta vad de heter. Använd termerna sida, hörn och vinklar. Peka på en kvadrat och fråga hur man kan veta att det är en kvadrat och inte en triangel? Vad är det som är likt och vad är det som skiljer formerna från varandra? Om eleverna väljer att använda ordet rektangel, berätta att det är korrekt, men att man brukar kalla formen för kvadrat när de har lika långa sidor.
- Projicera uppgiften på tavlan. Låt en elev komma fram och peka på en triangel i taget i ruta A samtidigt som resterande elever räknar dem i kör. Anteckna antalet trianglar i rutan. Fortsätt sedan på liknande sätt med ruta B till E.
- Låt nu eleverna berätta i vilken ruta det finns flest trianglar.
- Be eleverna att ta reda på i vilken ruta det finns flest cirklar och i vilka rutor det finns flest kvadrater.
- Ställ frågor som: Hur många fler trianglar finns det i ruta B än i ruta A? Finns det fler trianglar i ruta C eller i ruta D? Hur vet du det?

Liknande problem: Milou 2020:10, Milou 2021:1

### 6 Spilld saft

Problemet handlar om att ta reda på hur många rutor som det är saft på. Problemet går att lösa genom att

1. räkna antal rutor som det är saft på. Man kan rita ett rutnät över den spillda saften för att lättare kunna peka och hålla ordning på vilka rutor man har räknat.
  2. ta reda på det totala antalet rutor för att sedan ta bort de fyra rutor som det inte finns saft på. För att ta reda på det totala antalet rutor kan man:
    - a. räkna ruta för ruta
    - b. räkna antalet kolumner och rader och använda sig av upprepad addition
    - c. räkna antalet kolumner och rader och använda sig av multiplikation
- Projicera uppgiften på tavlan och låt några elever berätta om sin lösning. Finns det fler sätt att lösa uppgiften på?

### 11 Programmering

Problemet handlar om antal, riktning och stegvisa instruktioner.

- Projicera uppgiften på tavlan och låt någon elev berätta vilket svarsalternativ som är rätt och motivera varför kängurun kommer fram till koalan. Låt även någon elev välja ut ett svarsalternativ som inte är rätt och motivera varför kängurun inte kommer fram till koalan.
- Testa några av vägarna. Låt alla elever tillsammans säga en väg som kängurun ska ta i kör: Till exempel "höger, höger, upp, upp...". Låt samtidigt en elev vara kängurun, det vill säga hålla i ett föremål som får representera kängurun, och förflytta den utifrån

de stegvisa instruktionerna som hen får. Kontrollera att kängurun följde instruktionerna. Red ut eventuella misstag.

- Låt eleverna träna på att ge och följa stegvisa instruktioner genom pararbete. Börja med att en av dem ska ge sin arbetskamrat 5 instruktioner. En klapp på höger axel betyder att man ska vända sig 90 grader till höger, en klapp på vänster axel betyder att man ska vända sig 90 grader till vänster och en klapp på huvudet betyder att man ska ta ett steg framåt. För att öka svårighetsgraden kan de ge varandra fler instruktioner, öka till lämpligt antal. Dessutom kan du öka svårighetsgraden genom att lägga till att en klapp på ryggen betyder att man ska ta ett steg bakåt.
- Du kan även låta eleverna hitta på egna instruktioner och vad de betyder.
- Låt några par få redovisa inför de andra.

## Prealgebra

### 9 Smörgås och juice

Problemet handlar om att okända tal kan representeras med en bild.

- Projicera uppgiften på tavlan och låt eleverna berätta hur de resonerat för att ta reda på svaret. Har eleverna använt olika strategier? Har någon testat sig fram? Det som skiljer de båda fallen åt är *en mer juice* och att det då kostar två kronor mer. Alltså måste en juice kosta två kronor.

Liknande problem: Milou 2015:14, Milou 2012:8, Milou 2011:11

Liknande mer utmanande problem: Milou 2018:15, Ecolier 2018:21, Ecolier 2017:10

## Logiskt tänkande och problemlösningstrategier

### 15 Nalle i present

Det här problemet handlar om att upptäcka ett mönster och att använda det för att lösa uppgiften.

- Dela ut ett papper per elevpar och låt dem visa en lösning på problemet.
- Gå runt och titta på elevparens lösningar.
- Börja med att några par som löst uppgiften konkret på olika sätt får redovisa sina lösningar. Låt därefter några par som löst uppgiften med siffror och tecken på olika sätt redovisa sina lösningar.
- Titta gemensamt på alla redovisningarna och diskutera vilka likheter och skillnader ni ser. Är det lättare att följa uträkningen i någon av lösningarna? Varför då?
- Dela ut nya papper till eleverna och låt dem ta reda på hur många nallebjörnar Maria har totalt när hon till exempel har fyllt 10 år.

Liknande mer utmanande problem: Ecolier 2017:24

## 16 Byta plats på kort

Det här problemet handlar om att tänka logiskt. För att göra så få byten som möjligt kan man fundera på vilka kort som är bra att börja byta plats på och varför. Problemet går även att lösa genom att enbart testa sig fram.

- Dela ut en uppsättning av de fem numrerade korten och låt eleverna i par genomföra uppgiften. Be dem skriva ner vilka kort de bytte plats på så att de kommer ihåg det till redovisningen. Om något par blir snabbt klara kan de få i uppgift att hitta ytterligare en lösning. Ett annan lösning är: byt plats på 4 och 5, byt plats på 1 och 3, byt plats på 2 och 5.
- Låt några elevpar muntligt beskriva vilka kort de bytte plats på för att få dem i önskad ordning. Be dem beskriva sin strategi.

Liknande problem: Ecolier 2021:11