Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2021
Student, för elever i gy kurs 4 och 5

– Tävlingen genomförs under perioden 18 mars – 15 maj. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*

– När du redovisar antalet deltagare får du tillgång till facit och ett kalkylblad där du matar in elevernas svar. Du får då en sammanställning av klassens resultat. Sista dag för redovisning av antalet deltagare är den *15 maj.*

– Redovisa resultatet senast *20 maj.*

– *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter. De tre delarna ska genomföras vid *ett och samma tillfälle.*

– Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.

– *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*

– Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.

– Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.

– Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information. Där finns också information om hur kalkylbladet fungerar.

– Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 20 maj, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

Mikael Passares stipendium
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med facit och kommentarer.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se

För administrativa frågor, vänd dig till Ann-Charlotte Forslund:
Ann-Charlotte.Forslund@ncm.gu.se
031–786 69 85

För innehållsfrågor, vänd dig till Ulrica Dahlberg eller Peter Nyström:
Ulrica.Dahlberg@ncm.gu.se
Peter.Nystrom@ncm.gu.se

Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
					SUMMA	

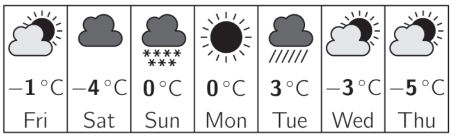
Namn:...

Klass:...

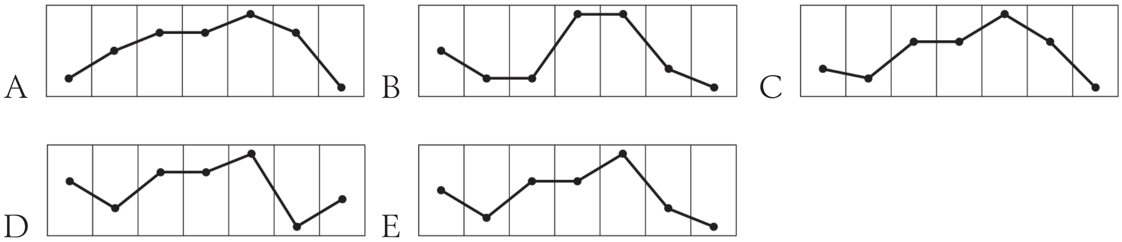
Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2021
Student

Trepoängsproblem

1 Paulas väder-app visar en prognosbild över vädret och maxtemperaturen de följande sju dagarna.



Vilken av följande grafer visar maxtemperaturen för de sju dagarna?



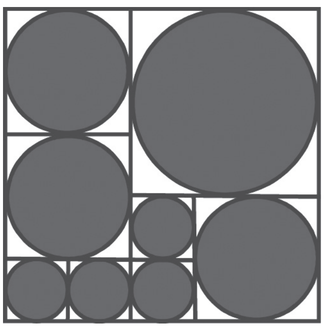
2 Hur många heltal finns det i intervallet $20 - \sqrt{21}$ till $20 + \sqrt{21}$?

A 9 B 10 C 11 D 12 E 13

3 En kub med kantlängden 1 delas i två identiska rätblock.
Vilken begränsningsarea har ett av dessa rätblock?

A $\frac{3}{2}$ B 2 C 3 D 4 E 5

4 Bilden visar en stor kvadrat som är indelad i mindre kvadrater. I var och en av de mindre kvadraterna är en skuggad cirkel inskriven.
Hur stor del av den stora kvadratens area är skuggad?



A $\frac{8\pi}{9}$ B $\frac{13\pi}{16}$ C $\frac{3}{\pi}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

5 Ett rektangulärt pappersark har längden x och bredden y, där $x > y$. Rektangelarket kan rullas till en cylinder på två olika sätt.
Vilket är förhållandet mellan volymen av den längre cylindern och volymen av den kortare cylindern?

A $\frac{y^2}{x^2}$ B $\frac{y}{x}$ C $\frac{1}{1}$ D $\frac{x}{y}$ E $\frac{x^2}{y^2}$

6 Vilket av följande tal är störst om $x = \frac{\pi}{4}$?

A x^4 B x^2 C x D $\sqrt{x}$ E $\sqrt[4]{x}$

7 Hur många tresiffriga tal, som endast består av siffrorna 1, 3 och 5, är delbara med 3?
En siffra kan användas mer än en gång.

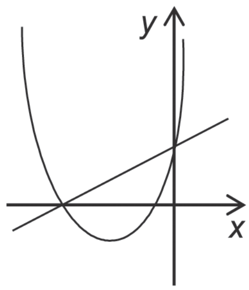
A 3 B 6 C 9 D 18 E 27

8 En triangel har hörnen i punkterna (p, q), $(3p, q)$ och $(2p, 3q)$ där $p, q > 0$.
Vilken area har triangeln?

A $\frac{pq}{2}$ B pq C $2pq$ D $3pq$ E $4pq$

Fyrapoängsproblem

9 I koordinatsystemet visas en rät linje och grafen till andragradsfunktionen $y = ax^2 + bx + c$, där a, b, c är olika reella tal.
Vilken av följande ekvationer kan representera den räta linjen?



A $y = bx + c$ B $y = cx + b$ C $y = ax + b$
D $y = ax + c$ E $y = cx + a$

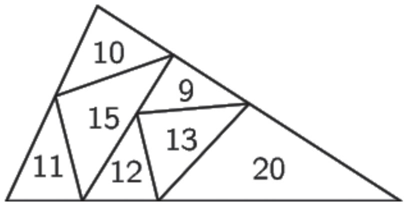
10 Hur stor andel av samtliga delare till 7! är udda?

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{1}{6}$

11 Hur många tresiffriga naturliga tal har egenskapen att när talets siffror skrivs i omvänd ordning, är resultatet ett tresiffrigt tal som är 99 mer än det ursprungliga talet?

A 8 B 64 C 72 D 80 E 81

12 En stor triangel är uppdelad i mindre trianglar, se bilden. Talen i varje liten triangel står för dess omkrets. Vilken omkrets har den stora triangeln?



A 31 B 34 C 41 D 62 E ingen av de föregående

13 För ett positivt heltal N, betecknar $p(N)$ produkten av siffrorna i talet N. Till exempel är $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$.
Vilket värde har summan $p(10) + p(11) + p(12) + \ldots + p(99) + p(100)$?

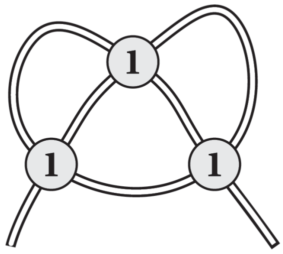
A 2025 B 4500 C 5005 D 5050 E ingen av de föregående

14 I 5 x 5-kvadraten är summan av talen i varje rad och i varje kolumn densamma. Det finns ett tal i varje ruta men några av talen syns inte.
Vilket är talet i rutan markerad med ett frågetecken?

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

A 8 B 10 C 12 D 18 E 23

15 En snörstump ligger på ett bord. Den är delvis täckt av tre mynt, se bilden.



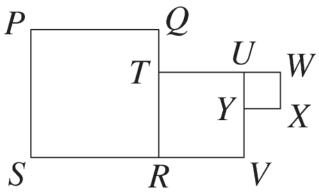
Under varje mynt korsar snöret sig själv med lika stor sannolikhet så här:

eller så här:

Hur stor är sannolikheten att snöret är knutet när man har dragit i dess ändar?

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{8}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{3}{8}$

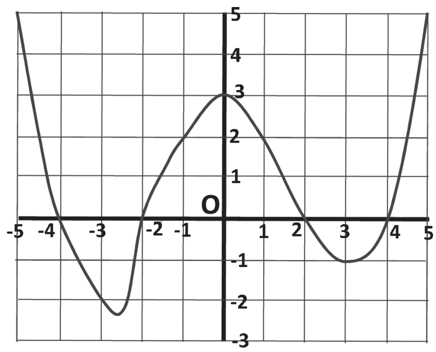
16 Bilden visar tre kvadrater, *PQRS*, *TUVR* och *UWXY*. De är placerade tillsammans, kant mot kant. Punkterna *P*, *T* och *X* ligger på samma räta linje. Arean av *PQRS* är 36 och arean av *TUVR* är 16.
Vad är arean av triangeln *PXV*?



A $14\frac{2}{3}$ B $15\frac{1}{3}$ C 16 D $17\frac{2}{3}$ E 18

Fempoängsproblem

17 Bilden visar grafen till en funktion f.
Hur många olika lösningar har ekvationen $f(f(x)) = 0$ för $-5 \leq x \leq 5$?



A 2 B 4 C 6 D 7 E 8

18 På tavlan har man skrivit talen 1, 2, 7, 9, 10, 15 och 19. Två elever turas om att sudda ut ett tal i taget till bara ett tal återstår. Summan av de tal den ene eleven har suddat bort är dubbelt så stor som summan av talen som den andre eleven har suddat bort.
Vilket tal står kvar på tavlan?

A 7 B 9 C 10 D 15 E19

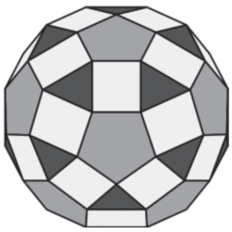
19 Vart och ett av talen a och b är kvadraten på ett heltal. Differensen $a - b$ är ett primtal.
Vilket av följande tal kan varken vara a eller b?

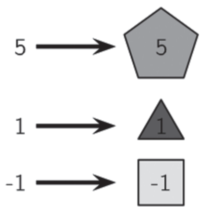
A 100 B 144 C 400 D 625 E 2500

20 För funktionen $f(x)$ gäller $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ och $f(1) = 2$.
Vad är värdet av $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \ldots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$?

A 0 B $\frac{1}{2}$ C 2 D 2020 E ingen av föregående

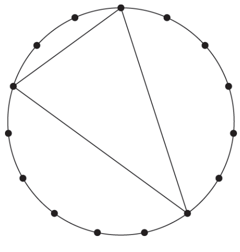
21 Kroppen som visas i bilden består av 12 regelbundna pentagoner samt ett antal liksidiga trianglar och ett antal kvadrater. Varje pentagon är omgiven av fem kvadrater och varje triangel är omgiven av tre kvadrater. Varje kvadrat gränsar till 2 pentagoner och 2 trianglar. På varje triangel står talet 1, på varje pentagon står talet 5 och på varje kvadrat står talet -1. Hur stor är summan av samtliga tal som står på kroppen?





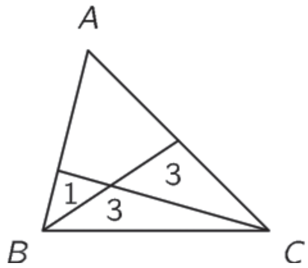
A 20 B 50 C 60 D 80 E 120

22 På en cirkel är 15 punkter med lika stora avstånd utplacerade. Genom att binda samman tre av dessa punkter kan vi rita trianglar. Om en triangel är en rotation eller spegling av en annan säger vi att de två trianglarna är kongruenta.
Hur många icke kongruenta trianglar kan vi rita?



A 19 B 91 C 46 D 455 E 23

23 Figuren visar en triangel ABC delad i fyra delar med två räta linjer. Areorna av de mindre trianglarna är 1, 3 och 3.
Vilken area har triangeln ABC?



A 12 B 12,5 C 13 D 13,5 E 14

24 Två spelare, A och B, spelar ett spel. Spelet är vunnet när en spelare har 3 poäng mer än motståndaren. I varje drag får en av spelarna en poäng och båda spelarna har lika stor chans att få den. Vid ett visst tillfälle har A en poäng mer än B.
Hur stor är sannolikheten att A vinner spelet?

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{5}$ E $\frac{5}{6}$