



Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2021 *Junior, för elever i gymnasiekurs 2 och 3*

- Tävlingen genomförs under perioden 18 mars – 15 maj. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*
- När du redovisar antalet deltagare får du tillgång till facit och ett kalkylblad där du matar in elevernas svar. Du får då en sammanställning av klassens resultat. Sista dag för redovisning av antalet deltagare är den *15 maj*.
- Redovisa resultatet senast *20 maj*.
- *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter. De tre delarna ska genomföras vid *ett och samma tillfälle*.
- Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.
- *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*
- Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.
- Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.
- Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information. Där finns också information om hur kalkylbladet fungerar.
- Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 20 maj, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med facit och kommentarer.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se

För administrativa frågor, vänd dig till Ann-Charlotte Forslund:

Ann-Charlotte.Forslund@ncm.gu.se

031–786 69 85

För innehållsfrågor, vänd dig till Ulrica Dahlberg eller Peter Nyström:

Ulrica.Dahlberg@ncm.gu.se

Peter.Nystrom@ncm.gu.se



Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
SUMMA						

Namn:.....

Klass:.....

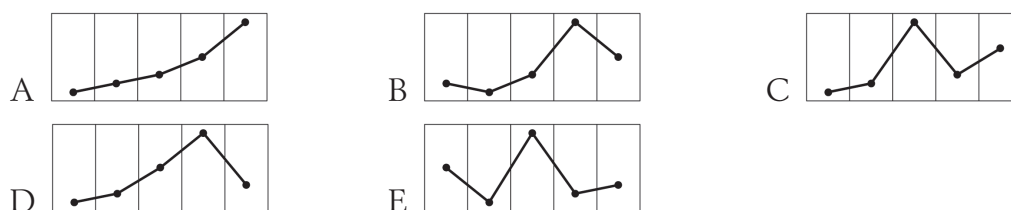
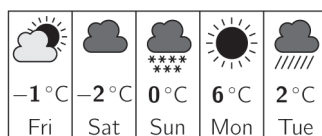
Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2021

Junior



Trepoängsproblem

- 1 Jenny tittar på sin väderapp i telefonen. Den visar vilken maxtemperatur det förväntas bli de kommande fem dagarna. Hur ser motsvarande graf ut?



- 2 Varje år infaller Kängurudagen på den tredje torsdagen i mars. Kängurudagarna för de kommande åren är schemalagda enligt följande. Det har gjorts ett fel.

Vilket datum är felaktigt?

A 2022, 17 mars

B 2023, 16 mars

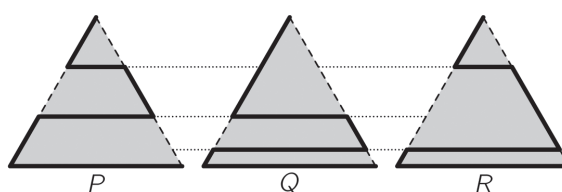
C 2024, 14 mars

D 2025, 20 mars

E 2026, 19 mars

- 3 En park har formen av en liksidig triangel. Elsa promenerar ofta genom parken från det övre hörnet till det nedre högra hörnet. Hon använder tre olika vägar genom parken (tjockare linjer). Längden av de olika vägarna är P , Q och R , som visas i bilden.

Vilket av påståendena är sant?



A $P < Q < R$

B $P < R < Q$

C $P < Q = R$

D $P = R < Q$

E $P = Q = R$

- 4 I halvtid av en handbollsmatch ledde bortalaget. Ställningen i halvtid var 9–14. I andra halvlek spelade hemmalaget mycket bättre och gjorde dubbelt så många mål som gästerna. Det gjorde att hemmalaget till slut vann matchen med ett mål. Vad blev matchens slutresultatet?

A 20–19

B 21–20

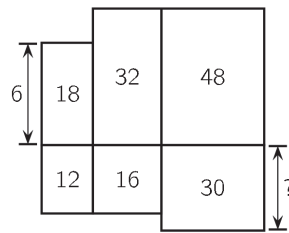
C 22–21

D 23–22

E 24–23

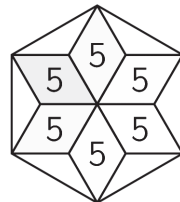


- 5 Sex rektanglar är placerade enligt bilden. Den övre vänstra rektangeln har höjden 6 cm. Talen inne i rektanglarna visar deras area i cm^2 .
Vad är höjden i rektangeln längst ner till höger?



- A 4 cm B 5 cm C 6 cm D 7,5 cm E 10 cm

- 6 Sex kongruenta romber, vardera med arean 5 cm^2 , bildar en stjärna. Spetsarna på stjärnan förbinds så att en hexagon (sexhörning) skapas. Hur stor area har hexagonen?

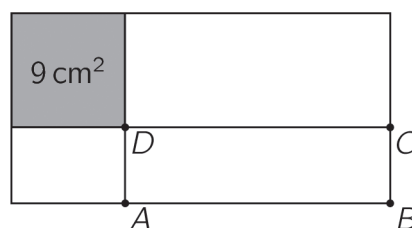


- A 36 cm^2 B 40 cm^2 C 45 cm^2 D 48 cm^2 E 60 cm^2

- 7 I jazzbandet spelar Göran saxofon, Sara spelar trumpet och Elisabeth sjunger. De är alla lika gamla. Det finns ytterligare tre medlemmar i jazzbandet. De är 19, 20 respektive 21 år gamla. Hur gammal är Elisabeth om medelåldern för jazzbandmedlemmarna är 21?

- A 20 B 21 C 22 D 23 E 24

- 8 En rektangel med omkretsen 30 cm är delad med en vertikal linje och en horisontell linje som bildar en kvadrat med area 9 cm^2 , enligt figuren.
Hur stor är omkretsen av rektangeln $ABCD$?

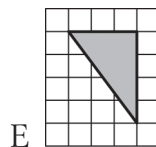
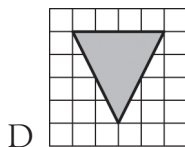
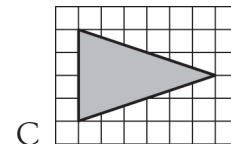
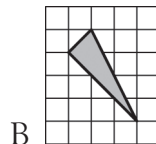
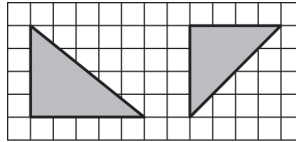


- A 14 cm B 16 cm C 18 cm D 21 cm E 24 cm



Fyrapoängsproblem

- 9 Ally ritade tre trianglar på ett rutnät. Exakt 2 av dem har samma area, exakt 2 av dem är likbenta och exakt 2 är rätvinkliga trianglar. Två av trianglarna visas i bilden. Vilken kan vara den tredje?



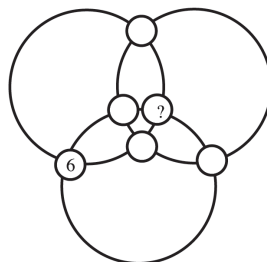
- 10 Lars har hittat ett speciellt tal. Om han subtraherar $\frac{1}{10}$ från talet får han samma resultat som om han multiplicerar talet med $\frac{1}{10}$. Vilket tal är det Lars har hittat?

A $\frac{1}{100}$ B $\frac{1}{11}$ C $\frac{1}{10}$ D $\frac{11}{100}$ E $\frac{1}{9}$

- 11 Tom hade tio likadana tomtebloss. Tomtebloss brinner i samma hastighet längs hela sin längd. Ett tomtebloss brinner upp på två minuter. Han tände ett först. När bara en tiondel av det återstod tände han det andra, när bara en tiondel av detta återstod tände han det tredje och så vidare. Hur lång tid tog det för alla tio tomtebloss att brinna klart?

A 18 min 20 s B 18 min 12 s C 18 min
D 17 min E 16 min 40 s

- 12 Talen 1, 2, 3, 4, 5 och 6 ska placeras i skärningarna mellan tre cirklar. Talet 6 är redan utsatt. Summan av de fyra talen på varje cirkel ska vara densamma. Vilket tal måste placeras i skärningen med frågetecknet?



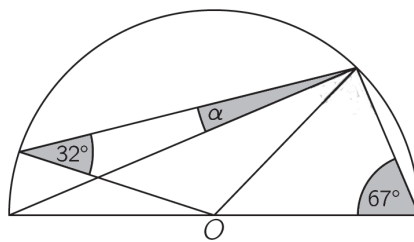
A 1 B 2 C 3 D 4 E 5



- 13 I en segeltävling deltar fem båtar. Besättningarna är på 9, 15, 17, 19 respektive 21 personer och består av antingen bara pojkar eller bara flickor. När den första båten har gått i mål är antalet flickor på väg mot målet tre gånger så många som antalet pojkar som ännu inte gått i mål. Hur stor besättning har båten som gått i mål?

A 9 B 15 C 17 D 19 E 21

- 14 Figuren visar en halvcirkel med medelpunkten O. Storleken på två av vinklarna är givna. Hur stor är vinkeln α ?



A 9° B 11° C 16° D $17,5^\circ$ E 18°

- 15 Fem bilar deltog i ett lopp. De startade i den ordning som visas i bilden nedan, A först och E sist.



Varje gång en bil körde om en annan bil utdelades en poäng. Bilarna nådde mållinjen i följande ordning.



Vad är det minsta antalet poäng som totalt kan ha delats ut?

A 10 B 9 C 8 D 7 E 6

- 16 En 3×3 kvadrat har ursprungligen talet 0 i var och en av de nio rutorna. Vi väljer sedan vilken inre 2×2 kvadrat som helst (som till exempel den skuggade) och ökar talet i alla de fyra rutorna med 1. När vi upprepade detta flera gånger fick vi resultatet i bilden till höger. Tyvärr är några nummer dolda.

Vilket tal ska stå i rutan med frågetecknet?

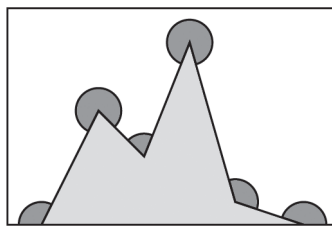
0	0	0	■	18	■
0	0	0	■	47	■
0	0	0	13	■	?

A 14 B 15 C 16 D 17 E 19



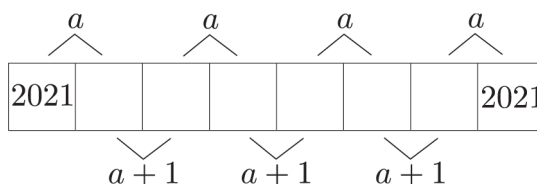
Fempoängsproblem

17 Vad är summan av de 6 markerade vinklarna i bilden?



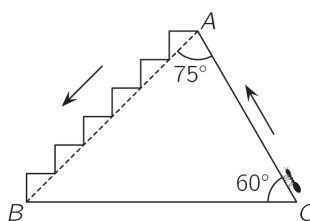
- A 360° B 900° C 1080° D 1120° E 1440°

18 Det finns 8 rutor i remsan som visas i bilden. Det ska stå ett tal i varje ruta. Talen i intilliggande rutor har omväxlande summan a eller $a + 1$, enligt bilden. Talet i den första och i den åttonde rutan är båda 2021. Vad är värdet på a ?



- A 4041 B 4042 C 4043 D 4044 E 4045

19 En myra klättrar uppför backen från C till A. Myran går sedan ner för trappan från A till B (se bild). Vilket är förhållandet mellan längden av sträckan CA och längden av myrans väg nedför trappan AB?



- A 1 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20 Om $a + b + c = 0$ och $abc = 78$, vad är då värdet på $(a + b)(b + c)(c + a)$?

- A -156 B -78 C -39 D 78 E 156



- 21 Tre flickor spelade ett ord-spel där de var och en skrev ner 10 ord. En flicka fick 3 poäng för ett ord om ingen av de andra hade samma ord. En flicka fick 1 poäng om bara en av de andra flickorna hade samma ord. Inga poäng utdelades för ord som alla tre flickorna hade. När de lade samman sina poäng fann de att alla hade olika poäng. Sylvia fick minst antal poäng (19 poäng) och Janet fick flest. Hur många poäng fick Janet?

A 20 B 21 C 23 D 24 E 25

- 22 I 4×4 kvadraten ska vissa rutor målas svarta. Talen till höger om och under kvadraten anger hur många rutor i varje rad och kolumn som ska vara svarta. På hur många olika sätt kan kvadraten färgläggas?

				2
				0
				2
				1
2	0	2	1	

A 1 B 2 C 3 D 5 E fler än 5

- 23 Hur många 5-siffriga positiva heltal, där produkten av siffrorna är 1000, finns det?

A 10 B 20 C 30 D 40 E 60

- 24 Krister har 8 mynt vars vikter i gram är olika positiva heltal. När Krister placerar två mynt på ena sidan av en balansvåg och två på den andra sidan av balansvågen, kommer vågen alltid att väga över på den sida som innehåller det tyngsta av de fyra mynten. Vilken är den minsta möjliga vikten för det tyngsta myntet?

A 8 B 12 C 34 D 128 E 256