Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Ecolier 2021, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 20 maj*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan och dela också ut de Kängurureflexer med texten *Jag har deltagit i Kängurun*, som kan köpas från NCM: bestallning.ncm.gu.se/produkt/reflex. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Ecolier.*

Nominera till Mikael Passares stipendium

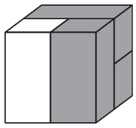
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap.* Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

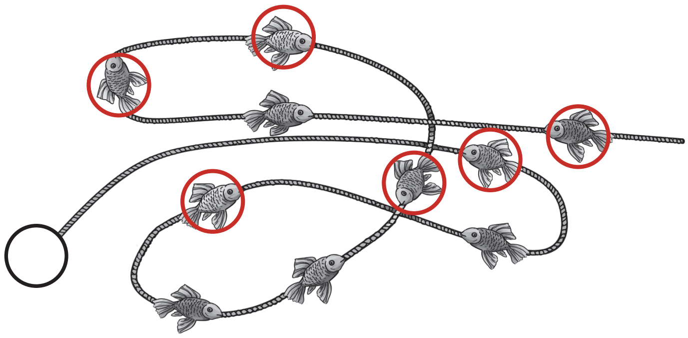
På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *20 maj* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

Facit och kommentarer – Ecolier 2021

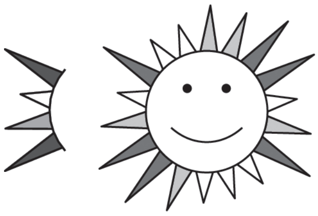
1 C  De andra alternativen är byggda av 2 vita och 2 grå klossar.

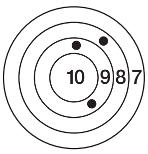
2 C 6



3 B 15 Pusselbitarna bildar 13 + 2.

4 B  Vrids bild B ett kvarts varv moturs syns det var på solen den passar.



5 A 

Resultatet på tavlorna är

A: $9 + 9 + 8 = 26$

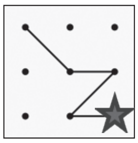
B: $10 + 7 + 7 = 24$

C: $8 + 8 + 8 = 24$

D: $8 + 7 + 7 = 22$

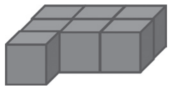
E: $10 + 8 + 7 = 25$

Resultatet på tavla A är bäst, 26 p, så det måste vara Rickys.

6 E  Bilden visar talet 98 651

De andra bilderna visar
A: 15 786 B: 98 542 C: 26 847 D: 65 742

7 C 48 Skillnaden mellan två tal där ett ligger precis ovanför det andra är $27 - 6 = 21$.
$27 + 21 = 48$.

8 E 

Den vita biten består av 4 kuber, den svarta av 7 kuber. Det betyder att den grå består av 7 kuber.

Endast alternativ E har 7 kuber.
Passar biten in i bygget? Ja.

9 D 13

Det är 6 fler guldstjärnor. Av de 14 som återstår är hälften, dvs 7 st, silver och hälften guld. Det betyder att 7 stjärnor är silver och 7 + 6 är guld.

10 C 5 kg

Jämför den första och den tredje vågen: 2 grå + 1 svart väger 4 kg mer än 1 grå och 1 svart.
1 grå väger alltså 4 kg.
2 vita + 1 grå väger 14 kg.
Eftersom en grå väger 4 kg väger 2 vita 10 kg.
En vit väger alltså 5 kg.

11 D 

I alternativ D måste både ett äppelkort och ett druvkort flyttas. Med ett drag kan vi inte få både äpplena och druvorna intill varandra. Även körsbärskortet måste flyttas, eftersom det omöjliggör att två par kan läggas ut på de övriga fyra platserna.

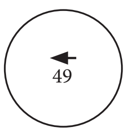
I alt A byter vi plats på kort 3 och 5.
I alt B kan vi byta plats på kort 2 och 5 eller på kort 1 och 4.
I alt C byter vi plats på kort 1 och 5 eller på kort 2 och 4.
I alt E byter vi plats på kort 2 och 5 eller på kort 1 och 4.

12 C 40 kr

10 chokladbollar kostar 120 kr – 70 kr = 50 kr.
En chokladboll kostar alltså 5 kr.
6 chokladbollar kostar $6 \cdot 5$ kr = 30 kr.
Från början låg det 70 kr – 30 kr = 40 kr i lådan.

13 A 

Från burk 3 kan Hanna bara ta en cirkel, något annat finns inte. Då måste hon ta en stjärna från burk 1 och sen en pentagon från burk 5. Triangeln finns bara i burk 2, så den måste hon ta därifrån. Från burk 4 måste Hanna då ta kvadraten.

14 C 

Först smälter 9 och 3 samman till en högerriktad 12 som tillsammans med en vänsterriktad 7 blir en högerriktad 19. Den krockar med högerriktad 20 och blir en vänsterriktad 39, som sen sväljer 10 och blir en vänsterriktad 49.

Vi kan kontrollera summan (inget värde kommer att försvinna eftersom bollarna sväljer varandra) 10 + 9 + 3 + 7 + 20 = 49.

15 E 38 löv

Eftersom koalan äter lika många löv från den andra grenen som det fanns kvar på den första har han ätit sammanlagt 20 löv från de två första grenarna.

Han äter sen 2 löv från den tredje. Då återstår det 18 löv på den tredje grenen och 20 löv på de två första, dvs 38 löv sammanlagt.

16 D 20

Skillnaden mellan stege 1 och 4 är $48 - 32 = 16$. Det betyder att höjden på den låga byggnaden är 16.

Den tredje stegen är 36, så höjden på den låga byggnaden plus höjden på den kortaste stegen måste också vara 36.

Den kortaste stegen är alltså $36 - 16 = 20$.

En alternativ lösning:
Vi kan tänka oss att vi tar den längsta stegen upp till taket, 48, sedan ner via stegen längst till vänster, 32, och därefter den kortaste stegen, okänd längd, upp och sist ner till marken, 36. Då har vi gått lika mycket uppåt som neråt. Neråt har vi gått $32 + 36 = 68$. Uppåt har vi gått $48 +$ den okända längden. Den måste vara $68 - 48 = 20$

17 B

Efter tre drag är alla koppar vända upp och ner.
Efter ytterligare tre drag står alla rättvända igen, som i ursprungsläget.
Nio drag leder till att kopparna står upp och ner och det tionde draget ger en rättvänd kopp längst till höger.

18 D 7

Ifylld ser raden ut så här:

9	6	1	2	7	8	3	5	4

Vi utgår från de två rutor som ska bli 3. Det kan bara vara $1 + 2$ eller $2 + 1$.
Om vi sätter 1 i rutan till vänster om den färgade rutan leder det till att vi får att $7 = 5 + 2$. Men det kan inte stå 5 i en ruta som tillsammans med en annan ruta ska ge 15, eftersom vi inte har någon 10:a att skriva in. Därför måste vi skriva 2 i rutan till vänster om den färgade: $2 + 1 = 3$; $1 + 6 = 7$ och $6 + 9 = 15$.

Ett annat sätt är att summera de tal som står under rutorna: $15 + 3 + 15 + 8 = 41$. Eftersom summan av talen $1 + 2 + \ldots + 9 = 45$ måste 4 stå i rutan längst till höger. Sen är det bara att fylla i. På motsvarande sätt kan vi förstås summera talen ovanför raden.

Ett alternativt sätt:
Summan av talen i alla rutor är $1 + 2 + \ldots + 9 = 45$.
Summan av de första fyra talen (till vänster) är $15 + 3 = 18$.
Summan i de sista fyra rutorna (till höger) $11 + 9 = 20$.
Talet i mitten måste då vara $45 - 18 - 20 = 7$.
Genom att fylla i hela tabellen visar vi att det går att lösa problemet.

19 D 300 cm

Den övre raden består av två stora + tre små lådor.
Den undre raden består av en stor + nio små lådor.
Det betyder att 2 stora + 3 små = 1 stor + 9 små.
Ta bort tre små från båda raderna:
2 stora = 1 stor och 6 små
Ta bort 1 stor från båda raderna:
1 stor = 6 små

Eftersom en liten låda är 20 cm vet vi nu att en stor låda är 120 cm och vi kan beräkna hyllans bredd:

Övre raden: $2 \cdot 120\,\text{cm} + 3 \cdot 20\,\text{cm} = 240\,\text{cm} + 60\,\text{cm} = 300\,\text{cm}$.
Vi kontrollerar på undre raden: $120\,\text{cm} + 9 \cdot 20\,\text{cm} = 120\,\text{cm} + 180\,\text{cm} =$
$300\,\text{cm}$

20 A 3

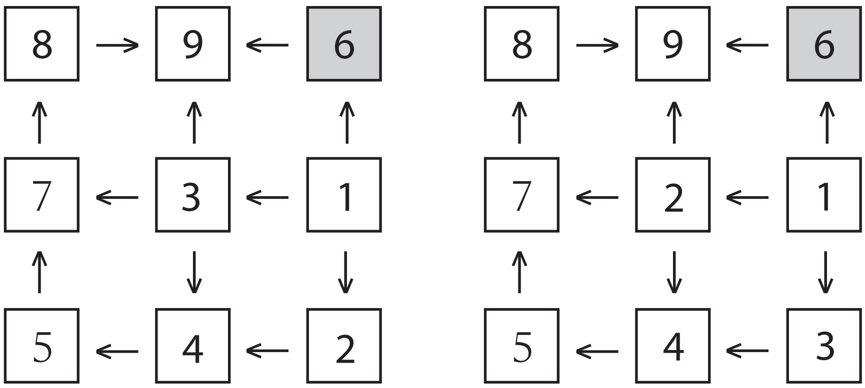
Summan 30 kan Miller bara få på två olika sätt:
Om han träffar 13, 14 och 3 eller 18, 9 och 3. I båda fallen ingår talet 3.

21 B 1 och 4

Sammanlagt väger frukten 7 kg + 2 kg + 6 kg + 5 kg + 16 kg = 36 kg.
Eftersom bananerna väger dubbelt så mycket som äpplena delar vi 36 kg i tre delar, 12 kg i varje.
Det finns alltså 24 kg bananer och 12 kg äpplen.
Endast lådorna 1 och 4 väger tillsammans 12 kg: 7 kg + 5 kg.
Övriga lådor väger 2 kg + 6 kg + 16 kg = 24 kg.

22 D 6

Det finns två möjliga lösningar.



23 E 7

30 + 10	En korg och en låda
30 + 5 + 5	En korg och två påsar
10 +10 + 10 + 10	Fyra lådor
10 + 10 + 10 + 5 + 5	Tre lådor och två påsar
10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 5	Två lådor och fyra påsar
10 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5	En låda och sex påsar
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5	Åtta påsar

Eller som tabell:

Korgar – 30 st	Lådor – 10 st	Påsar – 5 st	Sammanlagt
1	1		30 + 10
1		2	30 + 5 + 5
	4		10 +10 + 10 + 10
	3	2	10 + 10 + 10 + 5 + 5
	2	4	10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 5
	1	6	10 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
		8	5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

24 D 1 rektangel

Våg 2: Eftersom det finns en triangel på båda sidorna ser vi att en sexhörning väger lika mycket som 5 rektanglar.

Våg 1: Om vi byter ut sexhörningen på högra sidan mot 5 rektanglar ser vi att 2 trianglar väger lika mycket som 6 rektanglar, dvs en triangel väger lika mycket som 3 rektanglar.

Våg 3: På vänster sida har vi motsvarande 9 rektanglar och på höger sida motsvarande 10 rektanglar.

Redovisning av resultat

Redovisning av resultat sker på ncm.gu.se/kanguru. Det enklaste sättet att redovisa är att ladda upp det ifyllda kalkylbladet. I det finns alla uppgifter som vi behöver. Mer information om hur kalkylbladet fungerar finns i dokumentet *Att använda kalkylbladet*, som du hittar på ncm.gu.se/kanguru.

Om du *inte* har använt kalkylbladet ber vi dig fylla i motsvarande uppgifter i det formulär som finns på webben. De blanketter som finns här är till för att du ska kunna sammanställa de uppgifter som du sen ska skriva in.

Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031–786 69 85. Redovisa senast den 20 maj.

Redovisningsblankett A

Namn och poäng för de två bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
3		
4		

Om du har fler elever med mycket bra resultat, mer än 77 poäng, kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se.

Antal elever med	åk 3	åk 4
77 – 96 poäng		
57 – 76 poäng		
41 – 56 poäng		
25 – 40 poäng		
13 – 24 poäng		
0 – 12 poäng		
Totalt antal deltagare		

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

Antal elever med rätt svar på uppgiften

Uppgift	åk 3	åk 4
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		