Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Benjamin 2021, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 20 maj*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan och dela också ut de Kängurureflexer med texten *Jag har deltagit i Kängurun*, som kan köpas från NCM: bestallning.ncm.gu.se/produkt/reflex. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Benjamin.*

Nominera till Mikael Passares stipendium

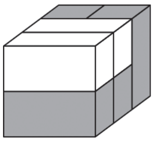
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *20 maj* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

Facit och kommentarer – Benjamin 2021

1 D 

D är den enda som innehåller 2 vita och 4 grå klossar.

2 A 1

Bara på ett ställe, se inringad i bilden.

3 E 

E representerar talet 98 651 (näst störst är B: 98 542)

4 D G

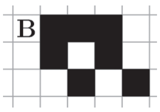
Låda 2 är den enda som har ett K, så hon tar K ut låda 2 och då måste hon ta G ur låda 4 eftersom G inte finns någon annanstans.

5 B 32

12 + 20. 1 måste vara biten längst till vänster och 0 biten längst till höger.

6 C 69

Eftersom det är 21 cm på ett varv i spiralen (från 6 till 27) innebär det att att talet ovanför 27 kommer att vara 48 och talet ovanför det kommer att vara 69. 6_27_48_69

7 B 

Eftersom öppningen är tre rutor bred är B är den enda av figurerna som kan komma ut. B kan flytta först 6 steg åt vänster, sedan tre uppåt, sedan ett åt vänster och ett uppåt, då är den ute.

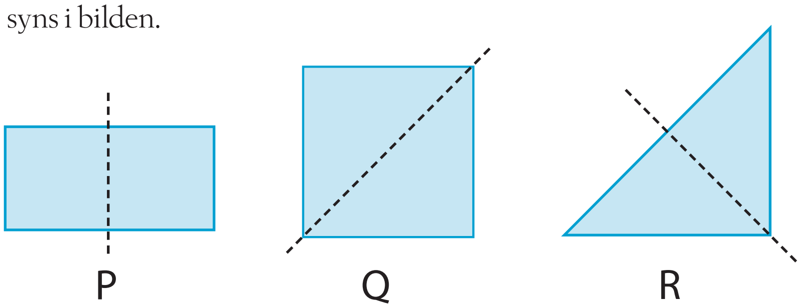
Alla andra figurer har en bredd på mer än tre rutor någonstans, så de kommer aldrig ut om de inte kan vridas.

8 E Alla blir lika mörka.

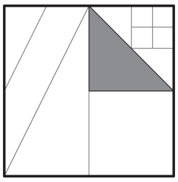
Förhållandet mellan grön och vit är densamma i alla blandningar.
Alla blandningarna har samma proportioner: 1/3 = 2/6 = 3/9 = 4/12.

9 E P, Q eller R

Prova att vika!
Om den färdigvikta triangelns mått är 1 i både bas och höjd så har P måtten 2 x 1 och viks först till en kvadrat och sedan på diagonalen, Q har en diagonal som har måttet 2 och viks två gånger på diagonalen, R har basen 2 och höjden 2 och viks två gånger på mitten. Första vikningen på respektive figur syns i bilden.



10 D



Vi kan se att den färglagda delen i D är hälften av 1/4, alltså 1/8.

Den färglagda delen av:
A är 1/64. Det syns tydligt att delen är mycket mindre än 1/8.

B är 1/16. Det kan vara svårt att räkna ut exakt för elever på den här nivån, men B kan jämföras med D, som är 1/8. Eller fyll hela kvadraten med likadana trianglar: det blir 16 stycken.

C är 1/4

D är 1/8

E är 1/4

11 B 3444

Om vi klipper så här: 502, 1972, 970 blir summan 3 444.

Eftersom alla svarsalternativ är fyrsiffriga så kan vi inte klippa så att något av talen får fem eller fler siffror. Det gäller att klippa så att talen blir så korta som möjligt. Med 10 siffror kan vi göra ett fyrsiffrigt och två tresiffriga tal, eller två fyrsiffriga och ett tvåsiffrigt tal.

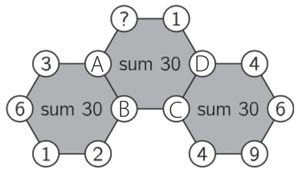
Det fyrsiffriga talet bör göras så litet som möjligt, dvs börja med så låg siffra som möjligt.

Det första talet blir antingen 50, 502 eller 5021.

Vi kan testa de möjligheter som uppstår.
$50 + 2197 + 2\,970$
$502 + 197 + 2\,970$
$502 + 1972 + 970$
$5\,021 + 97 + 2\,970$
$5\,021 + 972 + 970$
$5\,021 + 9\,729 + 70$

12 B 4

Man behöver inte lista ut varje tal. I den vänstra sexhörningen vet vi att de två tomma tillsammans $(A + B)$ måste vara 18 $(30 - 12 = 18)$ och i den högra sexhörningen vet vi att de två tomma tillsammans $(C + D)$ måste vara 7 $(30 - 23 = 7)$.



Det betyder att summan av de fem talen $A + B + C + D + 1$ i den övre sexhörningen är $18 + 7 + 1 = 26$, och det sista talet 4 eftersom $30 - 26 = 4$.

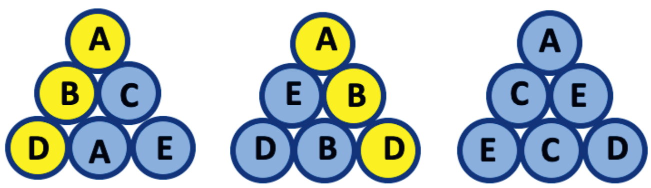
13 C 8 cm

Om vi först tittar på rektangeln med basen AB så är arean 30 och basen 6, vilket innebär att höjden är 5 cm: $(12 + 18)/6 = 5$ cm.

Tittar vi sedan på rektangeln med basen CD så är arean 40 och höjden 5, vilket innebär att basen är 8 cm: $(18 + 22)/5 = 8$ cm.

14 A A

Pyramidens samtliga kulor syns i de tre bilderna. Bokstaven A finns på kulan i toppen på varje bild och motsvarar då samma kula. Den gula förgen markerar hur samma kulor syns i de två olika bilder. A finns inte på någon annan kula men ska finnas på två kulor, därför måste det vara A på den okända.



15 E E

Om de lägger varannan bricka och VIT börjar kan inte E uppstå eftersom det kommer för många svarta i rad på slutet. Om VIT börjar betyder det att SVART lägger sista brickan, och då måste minst ett av tornen ha en svart bricka överst.

16 C C

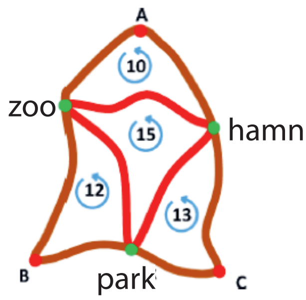
Vilken av följande kombinationer kan *inte* ha varit den rätta kombinationen?

Eftersom alla delar vrids lika mycket måste samma tal adderas varje gång.

A uppstår om alla delar vrids 2 steg. 6 blir 8, 3 blir 5, 4 blir 6 och 8 blir 0.
B uppstår om alla delar vrids 3 steg.
D om alla delar vrids 1 steg.
E om alla delar vrids 6 steg.
Ringarna i huvudbilden är vridna olika mycket i relation till bilden i C.

17 B 20 km

Enklast är att tänka att vi åker alla tre rundturerna som utgår från A, B och C och sedan subtraherar rundturen i mitten eftersom dessa sträckor inte ingår. $10 + 12 + 13 - 15 = 20$.



18 D Carl får lika många päron som Lucas får äpplen.

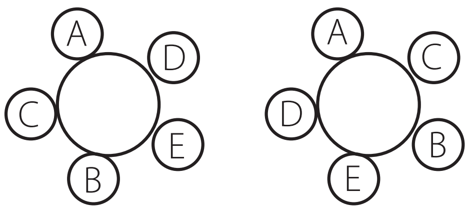
Det slumpmässiga innebär att Carl kan få allt mellan 0 och 20 äpplen. Eftersom det finns precis 20 av varje kommer det att innebära att Lucas får resten av äpplena, alltså 20 minus det antal Carl får. Päronen fördelar sig på samma sätt och Lucas får 20 minus det antal som Carl får.

Exempel: om Carl får 15 äpplen så får han 5 päron, och Lucas får då 5 äpplen och 15 päron.

Testa alternativen:
A: Nej, Carl kan få 0 äpplen.
B: Nej, det sker bara om han råkar ta 10 av varje.
C: Nej, det sker bara om han råkar ta 10 av varje.
E: Nej, det sker bara om han råkar ta 10 av varje.

19 A Anna och Bo

Börja med att placera ut en person som vi vet något om, exempelvis Anna. Eftersom det är ett runt bord spelar det ingen roll var Anna sitter. Det finns sedan två möjligheter att placera alla andra utifrån informationen som ges. I båda fallen hamnar Carina mellan Anna och Bo.



20 B 8

8 pannkakor. Den begränsande faktorn är mjölet.

Om vi gissar på 10 pannkakor ser vi att han skulle behöva 2,5 ägg, 0,4 l mjölk, 0,5 kg mjöl och 100 g smör. Mjölet räcker inte, så det måste bli färre än 10.
Jämför proportionerna mellan vad vi har och vi vad vi behöver:
Ägg: $6/25 = 24/100$ Mjöl: $400/5000 = 40/500 = 8/100$
Mjölk: $0{,}5/4 = 12{,}5/100$ Smör: $200/1000 = 20/100$
Vi ser att mjölet bara motsvarar 8/100 vilket innebär att det räcker till 8 istället för 100 pannkakor.

21 C 13

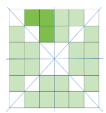
Anta att sjörövaren Fabbe först ljuger och sedan talar sanning. Då är 8 guldmynt fel och 6 silvermynt rätt. I så fall ljuger både Krokben och Jolly om antalet silvermynt, vilket innebär att de talar sanning om antalet guldmynt. Det kan stämma eftersom båda säger att Gråskägg har 7 guldmynt: $7 + 6 = 13$.

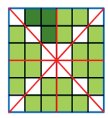
Anta istället att Fabbe först talar sanning och sedan ljuger. Då är 8 guldmynt rätt och 6 silvermynt fel. I så fall måste både Krokben och Jolly ljuga om guldmynten och tala sanning om silvermynten. Men det går inte eftersom de säger olika, och båda kan inte ha rätt.

Alternativt resonemang: Eftersom rövarna ger 3 olika upplysningar om silver måste minst två av dem ljuga, och alltså talar minst två sanning om guldet. Det innebär att Gråskägg har 7 guldmynt och Fabbe ljuger om guldet, vilket i sin tur innebär att han säger sanningen silvret och att Gråskägg därför har 6 silvermynt.

22 E 21

De fyra symmetrilinjerna måste vara diagonalerna samt lodrätt och vågrätt på mitten.





Diagonalerna kan antingen vara vita eller färgade. Om vi lämnar dem vita måste vi ändå färglägga resten av rutorna, det vill säga 21 stycken.

23 D 10

Mellanflaskan rymmer 10 dl. Här går det ganska enkelt att testa sig fram om man börjar gissa på jämna multipler. Ett algebraiskt resonemang kan börja med att flaskorna sorteras i storleksordning under varandra.

$S\,S\,S$		$l\,l\,l\,l$	hylla A
$S\,S$	$m\,m$	$l\,l\,l$	hylla B
$m\,m$	$m\,m$	$l\,l\,l\;l\,l$	hylla C

Jämför nu hyllorna, som alla ska innehålla 65 dl.
Vi kan dra slutsatsen att de två stora på hylla B måste rymma lika mycket som två mellan och två små. Då måste *en stor* (S) motsvara *en mellan* (m) plus *en liten* (l): $S = m + l$. Det innebär att alla S kan bytas ut mot en m och en l:

hylla A	$3m + 7l$	(3 mellan och 7 små)
hylla B	$4m + 5l$	(4 mellan och 5 små)
hylla C	$4m + 5l$	(4 mellan och 5 små)

Nu är hylla B och C lika och vi jämför dem med hylla A. Jämförelsen ger att en mellan måste motsvara 2 små: $4m + 5l = 3m + 7l \Leftrightarrow 1m = 2l$
Om vi nu byter varje mellanflaska mot två små flaskor på hylla C ser vi att 13 små flaskor motsvara 65 dl. $65/13 = 5$, så en liten flaska rymmer 5 dl.

24 C Nektarin

Låt e vara äpplets vikt, a vara apelsinens vikt, p vara päronets vikt och n vara nektarinens vikt.

$e + a = p + n$
$e + p < a + n \rightarrow e + p + p + n < a + n + e + a \rightarrow 2p < 2a \rightarrow p < a$
$a + p < e + n \rightarrow a + p + e + a < e + n + p + n \rightarrow 2a < 2n \rightarrow a < n$
Detta betyder att $p < a < n$, och eftersom $p + n = e + a$ kan inte e väga mer än n.
Alternativt kan man gissa och pröva sig fram.

Redovisning av resultat

Redovisning av resultat sker på ncm.gu.se/kanguru. Det enklaste sättet att redovisa är att ladda upp det ifyllda kalkylbladet. I det finns alla uppgifter som vi behöver. Mer information om hur kalkylbladet fungerar finns i dokumentet *Att använda kalkylbladet*, som du hittar på ncm.gu.se/kanguru.

Om du *inte* har använt kalkylbladet ber vi dig fylla i motsvarande uppgifter i det formulär som finns på webben. De blanketter som finns här är till för att du ska kunna sammanställa de uppgifter som du sen ska skriva in.

Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031–786 69 85. Redovisa senast den 20 maj.

Redovisningsblankett A

Namn och poäng för de två bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
5		
6		
7		

Om du har fler elever med mycket bra resultat, mer än 77 poäng, kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se.

Antal elever med	åk 5	åk 6	åk 7
77 – 96 poäng			
57 – 76 poäng			
41 – 56 poäng			
25 – 40 poäng			
13 – 24 poäng			
0 – 12 poäng			
Totalt antal deltagare			

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

Antal elever med rätt svar på uppgiften

Uppgift	åk 5	åk 6	åk 7
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			