Arbeta vidare med Milou

Vi ger här några förslag på hur problemen kan vara utgångspunkt för vidare arbete. En del av dem passar bäst i förskoleklass medan andra kanske bara fungerar i årskurs 2. Se detta som förslag och som idéer att utveckla och anpassa. Vi ger också några förslag på tidigare problem. Där finns det förutom problemet även ytterligare förslag på vidare arbete, i det årets ”Arbeta vidare med problemen”. Alla tidigare problem och förslag på arbete finns fritt tillgängligt på ncm.gu.se/kangaru.

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer att publiceras på Kängurusidan, ncm.gu.se/kanguru i slutet av terminen. Många av dessa går att använda i din grupp även om de ursprungligen var tänkta för äldre elever.

Textproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket information att hantera. Eleverna behöver få undervisning om hur de ska angripa den typen av uppgifter. Arbeta därför gemensamt med texterna. Gå igenom tillsammans och hjälp eleverna att sätta sig in i problemet, exempelvis med stödjande frågor. Hjälp eleverna att strukturera informationen i texten. Gå också igenom eventuella oklarheter beträffande ord och meningsbyggnad.

Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad det handlar om och vad som efterfrågas är inte detsamma som att ”veta vad man ska göra”. Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna process, som består av flera steg och ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. Att lära sig hantera motgångar och misslyckanden är viktigt för att utveckla problemlösningsförmågan.

Problem 1 Kakelplattorna

Här handlar det om att känna igen former. Bilden är gjord så att vi inte behöver vrida kakelplattan, det hade annars gjort problemet lite mer utmanande.

- Låt eleverna få beskriva utseendet på plattorna med ord. Här finns möjlighet att använda flera grundläggande uttryck som övre högra hörnet, nedre vänstra hörnet, motstående hörn mm.
- Använd också bilden för att visa multiplikationen $3 \cdot 5$ och $5 \cdot 3$. Hur många plattor är det på den färdiga väggen?

Liknande problem finns i år som nummer 1 på både Ecolier och Benjamin.

Tidigare problem: Milou 2018:12, Milou 2017:9, Milou 2015:4, Milou 2015:12, Milou 2014:11, Milou 2012:1; Milou 2011:2 och Ecolier 2019:5.

Problem 2 Kängurupussel

- Förstår alla hur bilderna ska tolkas? Gå igenom hur rutorna och siffrorna ska tolkas.
- Låt eleverna få motivera sina lösningar. Vilka detaljer i bilden är till störst hjälp? Varför?

Tidigare problem: Milou 2019:11, Milou 2009:1 och 2, Milou 2008:1 och Benjamin 2005:13.

Problem 3 Mormor framför slottet

Troligen har många elever egna erfarenheter av ”selfie-bilder”. Vad händer med motivet bakom?

- Granska de fem alternativen och låt eleverna förklara hur de stämmer med originalbilden. Använd t ex begreppen högt och lågt, vänster och höger, mitten, mellan och kanten. Det passar förstås också bra att tala om tinnar och torn.
- Vi tolkar silhuetter varje dag. Ge exempel på sådana som barnen är bekanta med, t ex figurerna på övergångsstället, pojken på tändsticksasken och symbolerna på toadörren.
- Kanske har barnen gjort silhuetter av sitt eget huvud? Diskutera vad vi ser och vad vi inte ser när vi betraktar en sådan bild.
- Gör egna silhuetter och låt barnen försöka avgöra vad det är. Be eleverna att beskriva formen med ord innan de säger vilket föremål de tror det är. Uppmuntra användning av matematiska termer och begrepp, som rektangel, spets, hörn och lägesord som över, under, till höger, till vänster.
- Låt eleverna göra en silhuett av något som de kan se från klassrumsfönstret, t ex husen på andra sidan gatan, utsikten över åkrarna eller fjällen i fjärran. Beskriv sedan bilderna med ord.

Tidigare problem: Milou 2009:1 och 4, Ecolier 2002:4 och Benjamin 2018:2.

Problem 4 Talet 13

Här behöver eleverna både kunna tolka bilden (jämför problem 2) och utföra en beräkning.

- Låt eleverna göra liknande uppgifter till varandra. Då får de både arbeta med talen och med att konstruera rutor.
- Undersök talet 13. Hur kan man skriva 13?
- Vilka vardagsassociationer får ni till talet 13?
- Dagens tal är en kreativ och bra aktivitet som man kan arbeta med vid upprepade tillfällen. Välj ett tal som dagens tal – *Vad är 10?* Uppgiften är öppen och eleverna kan arbeta på olika nivåer, från att konstruera enkla additioner till komplicerade uttryck. Börja som en gemensam klassrumsaktivitet och samla olika uttryck på tavlan. Strukturera elevernas förslag på lämpligt vis så att ni kan diskutera dem, ex additioner för sig, subtraktioner för sig etc. Uppgiften kan stimulera och utmana eleverna att försöka hitta nya oväntade uttryck och att försöka gå utanför det bekväma talområdet. Samla också exempel på var talet förekommer i omvärlden, t ex *En 10-krona är värd lika mycket som 10 enkronor*. (Se *Uppslaget* i Nämnaren 1996:2.)

Ecolier 3 är ett liknande problem.

Tidigare problem: Milou 2012:11

Problem 5 Trapphopp

Eleverna kan komma fram till svaret genom att se vad som händer efter varje steg. Om trappan är lång eller om problemet handlar om en resa blir det besvärligt att arbeta stegvis, då behöver vi en annan metod.

I varje hopp tar kängurun och kaninen tillsammans fem trappsteg. Hela trappan består av $2 \cdot 5 = 10$ trappsteg. De möts därför efter två hopp då båda är på steg 6.

- Gå igenom lösningen konkret. Det är en lösningsstrategi som fungerar i alla liknande problem, men den kan vara svår att förstå för eleverna i den här åldern. Men låt dem få möta den, diskutera den och jämföra med en konkret metod.
- Variera problemet genom att ändra antal steg som djuren hoppar och antal steg i trappan.

Ecolier 13 i år är ett liknande, men svårare problem.

Tidigare problem: Milou 2012:7 och Milou 2011:6

Problem 6 Mönster

Att upptäcka mönster är grundläggande i matematik. Det här är ett exempel på ett upprepat mönster, en sekvens återkommer.

- Låt eleverna berätta vad det är som upprepas.
- Hur skulle mönstret fortsätta sen?
- Utgå från alternativen och låt eleverna fortsätta mönstret. Eleverna kan sen konstruera egna mönster där alternativens sekvens ingår.

I vardagen möter vi mönster av olika slag. De kan finnas på kläder, i stensättningar, i arkitektur etc men också i vardagsbeteenden. Många har rutiner som upprepas på samma sätt varje dag. Att upptäcka, fullfölja och beskriva mönster är att generalisera. Hur ska det fortsätta för att stämma med förutsättningarna?

Arbete med mönster kan ske med hjälp av rörelselekar, sagor, sånger, laborativt material, bilder och symboler. Mönstren kan bestå av olika många komponenter. Ju fler desto mer att ha kontroll på, något att fundera över med tanke på arbetsminnet.

- Lägg mönster med olikfärgade plastfigurer och låt eleverna fortsätta mönstret.
- Skapa mönster där plastfigurerna representeras av tecknade symboler t ex: groda = @, nalle = ¤ , äpple = *
- ”Vilket mönster har jag gjort? Vad ska komma sedan?”

Tidigare problem: Milou 2017:13, Milou 2016:7, Milou 2013:6 och 11, Milou 2012:6, Milou 2011:3, Milou 2010:1 och 5.

Problem 7 Hålkort

Även här är en del av problemet att tolka bilden.

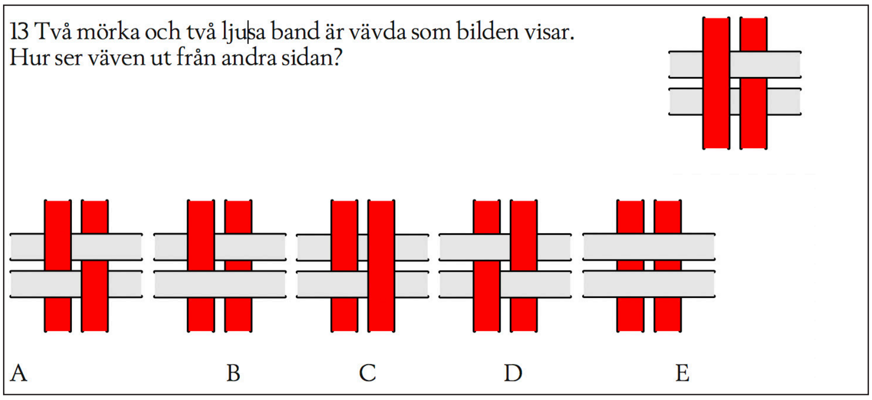
- Be eleverna att beskriva hur korten ser ut och vad som händer när man lägger dem på varandra. Använd ord och begrepp som höger, vänster, nedre, övre, hörn, kant, ovanpå, under.
- Undersök om det spelar någon roll om man vrider kort 1?
- Varför stämmer inte de felaktiga alternativen?
- Kan vi få de andra alternativen att stämma om vi vrider kort 2? Undersök!

Tidigare problem: Milou 2018:4 och Ecolier 2004:6.

Problem 8 Flätan

Låt eleverna fylla i flätan om de inte redan har gjort det. Diskutera hur det ser ut där trådarna korsar varandra. Hur ser vi vilken som ligger över respektive under? Gör en fläta med grövre trådar, rep eller band i tre olika färger och se hur banden ligger överst, i mitten, nederst, i mitten, överst …

Förra året hade vi ett problem med en väv, se illustrationen.



Att föreställa sig något från en annan vinkel eller från en helt annan sida är utmanande för många. Att försöka se på andra sidan pappret är en kreativ lösning som ändå tyder på en grundläggande förståelse för problemet. Tyvärr fungerar det inte här.

- Låt eleverna få beskriva muntligt hur de tänker.
- Hur har de tänkt sig ”andra sidan”? Har de vänt på väven eller förflyttat sig själva till andra sidan?
- Om man vänder, spelar det då någon roll hur man vänder på väven, som en boksida eller som ett block?
- Visa väven konkret, med band eller pappersremsor, så att alla får se hur den ser ut från båda håll. Gör fler konkreta vävar och låt eleverna först rita eller beskriva hur den ser ut på andra sidan, och titta sedan och jämför.

Ecolier 2019:11 var ett motsvarande problem, med tre band åt varje håll. Pröva det också.

Tidigare problem: Milou 2010:9, Milou 2009:5, Ecolier 2017:4 och 9, Ecolier 2016:3 och Ecolier 2014:4

Problem 9 Kub-bygge

Detta är ett problem som varieras och återkommer. Att kunna tolka bilden är inte helt lätt, så det är det första steget. Prata om vad bilden visar och hur den ska förstås.

- Diskutera därefter hur många klossar som hela bygget har och hur vi på bästa sätt räknar ut det.
- Bygg upp rätblocket med kuber så att ni kan jämföra bild och verklighet.
- Hur många klossar är det i bygget?

Många elever skulle nog räkna klossarna en och en, vilket förstås ger rätt resultat. Men för att utveckla en bra grund för förståelse av area och volym är det bra att barnen redan nu får hjälp att se strukturen. Det är tre våningar med fyra klossar i varje våning och två sådana ”element”. Man kan också se det som att det är tre våningar och i varje våning är det två rader med fyra klossar i varje rad, eller fyra rader med två klossar i varje rad. $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ klossar. Vi kan alltså betrakta bygget på olika sätt, men hjälp barnen att räkna klossarna radvis och våningsvis så att de inte räknar en och en.

- Gör fler exempel och låt barnen upptäcka hur bra det fungerar att räkna på detta vis.
- Tala om att vi brukar prata om längd, bredd och höjd när vi arbetar med rätblock.
- Låt eleverna bygga rätblock med ett bestämt antal kuber, t ex 24. Bestäm en dimension och låt dem undersöka vilka möjligheter som finns för de andra.

Tidigare problem: Milou 2016:9, Milou 2015:10, Milou 2013:3 och 9, Milou 2009:9, Ecolier 2007:11, Ecolier 2006:2 och Ecolier 2003:10.

Problem 10 Kvadrater och trianglar

Orden *fler* och *färre* är centrala här. Kan alla dem?

- Diskutera formerna. Vad är en triangel och vad är en kvadrat? Låt eleverna beskriva formernas egenskaper. Använd termerna sidor, hörn, lika och olika långa och om det passar dina elever även vinkel och rät vinkel.
- Uppmärksamma eleverna på att en kvadrat är en kvadrat oavsett hur den är orienterad. Visa med en urklippt kvadrat som du vrider åt olika håll.
- Gå igenom alla alternativ och låt eleverna beskriva dem på olika sätt, med antal och med användning av ”fler” och ”färre”.

Tidigare problem: Milou 2017:10, Milou 2015:3, Milou 2013:1 och Milou 2013:2

Problem 11 Blombladstal

Talen på bladen är valda så att de ska vara lätt att addera. Här hjälper oss tiokamrater att snabbt göra beräkningen. Har alla upptäckt den möjligheten?

- Diskutera olika strategier för att addera flera tal. Gör exempel som visar tydligt att det kan vara bra att se på alla termer innan man börjar addera.

  $10 + 4 + 10$
  $100 + 76 + 100$
  $25 + 3 + 25 + 3 + 25 + 4 + 25$
- Låt eleverna konstruera egna additionsuttryck som ser knepigare ut än de är om man tar termerna i smart ordning.

Problem 12 Färgade områden

Denna typ av uppgifter måste eleverna arbeta med för att utveckla förståelsen för begreppet area.

- Låt eleverna muntligt få förklara hur de resonerar om storleken.
- Hur vet vi att diagonalen i en liten ruta delar rutan mitt itu?

Undersök konkret genom att vika och klippa och jämföra storleken på delarna. Undersök både kvadrater och andra rektanglar.

- Hur vet vi att två halva rutor är en hel? Undersök konkret.
- Hur kan vi uttrycka storleken på hela rutan? Ett sätt är att använda en liten kvadrat som enhet, 1. Då är den stora rutan 9. Låt eleverna få ge förslag på vad ni ska kalla areaenheten
- Hur mycket är målat?

Lägg ihop den färgade delen och den ofärgade i alla alternativ. Skriv upp alla sammanlagda areor, t ex: A: $2+7=9$
B: $1{,}5+7,5=9$
etc

Att en area kan delas upp i mindre delar och att summan av dessa är densamma som hela arean är mycket viktigt att eleverna få erfarenhet av och insikt i för att deras förståelse av begreppet area ska utvecklas.

Ecolier 4 är ett liknande problem.

Tidigare problem: Milou 2011:4, Ecolier 2001:3, Benjamin 2019:14 och Benjamin 2015:1.

Problem 13 Toms nio kort

Gå igenom texten tillsammans. Det finns flera ord och begrepp som kanske behöver förklaras. Kanske har någon klarat av att lösa uppgiften utan att förstå texten? Låt i så fall den eleven berätta om hur han eller hon tolkade problemet.

- Här passar det bra att tydliggöra elevernas resonemang och hur de stegvis kan finna en lösning. Använd gärna lösa kort som lätt går att flytta (eller motsvarande funktion på datorn) Arbeta gemensamt och diskutera vilka rutor som kan fyllas i direkt. Låt eleverna motivera.
  – Vilken ruta ska vi börja med att lägga ett kort i? Varför?
- Undersök om det går att lägga ut alla nio kort på ett annat sätt, efter samma regel.

Tidigare problem: Milou 2018:9, Milou 2017:12, Milou 2016:15, Milou 2009:8, Ecolier 2007:7 och Benjamin 2004:1.

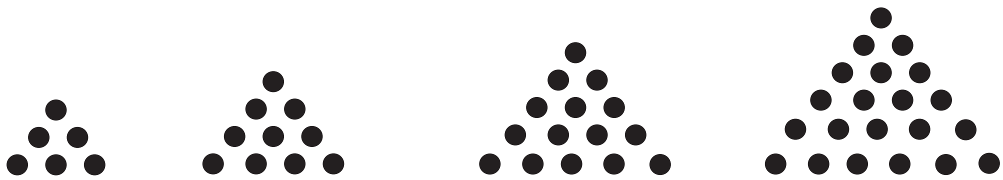
Problem 14 Sex tal i rutor

Många har antagligen prövat sig fram till tre tal som ger summan 10 och sen två tal som ger summan 10 och då funnit vilket tal som blir över. Kanske har någon kommit på att det inte behövs.

- Diskutera varför vi inte behöver veta vilka tal som står i vilken ruta, dvs varför det räcker att veta summan av de dolda talen.
- Vilka tal kan stå i rutorna? Låt eleverna hitta alla möjliga lösningar.
- Vilken summa har $1+2+3+4+5+6$? Hur kan vi enkelt beräkna den? (jämför med Problem 11)
- Vilken summa har $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$? Hur kan vi beräkna den?

Jämför nedanstående summor med bilderna:

$1+2+3$ $1+2+3+4$ $1+2+3+4+5$ $1+2+3+4+5+6$



Summan av alla naturliga tal från och med 1 till något annat ger triangeltalen.

- Undersök dessa tal. De första är 1, 3, 6, 10. Vilka är de följande?

Längre fram kommer eleverna att få arbeta mer med dem, men det kan vara roligt för dem att redan nu ha fått möta dem och få ett namn på dem. Rita upp en bild så att eleverna förstår varför de kallas triangeltal.

Ecolier 17 är ett liknande men svårare problem.

Tidigare problem: Milou 2017:10.

Problem 15 Husen i byn

Hur ska vi tolka kartan? Gå igenom noga så att alla förstår vilka de fyra raka vägarna är och de fyra som går runt.

- Lös problemet gemensamt. Undersök en väg i taget och se hur många hus det finns. Markera husen på de raka vägarna och husen på de vägar som går runt. På vilken väg saknas det ett hus?
- Diskutera problemet och låt eleverna berätta om hur de löst eller försökt att lösa det. Några exempel på frågor:
  - Vad gjorde ni först?
  - Hur använde ni bilden?
  - Vad var det som var svårt?
  - Vad gjorde ni när det verkade för svårt?

Att prata om hur man hanterar motgångar i problemlösning är viktigt. Alla kör fast ibland och behöver gå tillbaka, börja om och pröva en annan metod. Och ibland fastnar man och kommer inte vidare. Vad gör vi då? Att lära sig att hantera sådana motgångar och förstå att det är en del av lärandet är nödvändigt. Ett problem kan vara roligt även om man inte löser det.

Problem 16 En annorlunda tärning

- Diskutera även här hur eleverna har arbetat fram sin lösning. Hur har de resonerat? Vilka summor/tal behöver vi inte testa? Varför?
- Vilka tal är det som inte används?
- Prata också om problemets konstruktion, tex:
  - Hur vet vi att det bara är sex tal som ska användas?
  - På vilket sätt hade problemet blivit enklare om vi redan från början hade vetat vilka sex tal som skulle användas?
- På vilket sätt skiljer sig den här tärningen från en vanlig tärning?

Undersök en vanlig tärning där summan på motstående sidor är 7.

- Låt en elev lägga två (eller tre) tärningar på varandra. Tala om för barnen vad summan av prickarna på de sidor som inte syns är. Låt dem få komma underfund med hur du gör och låt dem sedan pröva själva. Aktiviteten är beskriven i artikeln *Rika tärningar* av Barbara Clarke i Nämnaren 2003:4.

Tidigare problem: Milou 2008:4, Milou 2017:12, Ecolier 2007:9 och Ecolier 2010:14.