Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2020

Arbeta vidare med Benjamin

Efter tävlingen hoppas vi att problemen ska bli underlag för många intressanta diskussioner. Låt gärna eleverna arbeta med lösningarna i grupp. Uppmuntra dem att hitta så många olika lösningssätt som möjligt. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås ett långsiktigt arbete så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Att presentera en lösning som andra kan följa och som är korrekt uppbyggd är något som eleverna måste få tid och möjlighet att utveckla med hjälp av lärare. Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Svarar lösningen på frågan som ställs? Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
- Påminner problemet om något annat problem vi har löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?

Gå gärna igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i problemet så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt. De felaktiga svarsalternativen kan också användas som utgångspunkt för diskussion om vad som skulle kunna leda fram till dessa svar: ”Hur tror ni att den som har fått alternativ A som svar har tänkt?”

Matematiskt arbete handlar både om matematikinnehållet och om strategier. Låt eleverna få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbete med problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala. Om inte tydliga resonemang kommer fram i elevernas redovisningar kan du visa hur ett sådant kan föras. Eleverna behöver få se vad det innebär att föra ett resonemang, hur logiken styr vilka slutsatser som kan dras. I samband med diskussion om problemen kommer ett antal termer och begrepp att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Nedan ger vi förslag på hur du kan arbeta vidare med några av problemen. För varje problem lyfts ett matematikinnehåll fram som problemet behandlar, men ibland kan det givetvis finnas andra saker att belysa. Det bästa sättet att själv bilda sig en uppfattning om ett problems kvaliteter är att själv lösa det. Då blir man medveten om hur man själv tänker och vilka samband som används. Lös därför alltid problemen själv och komplettera våra förslag med egna idéer. Vi ger också hänvisningar till snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem, med facit och ”arbeta vidare”, finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru. Om dina elever har speciellt svårt för något problem, eller finner ett visst problem extra roligt, kan du utnyttja de gamla problemen för att berika din undervisning.

Tal och talmönster

Problem 3 Kombinationer av 5 och 7 – en systematisk undersökning

Det här problemet kan utvidgas till att söka mönster. Be eleverna undersöka vilka längder som går att skapa. Om det behövs kan laborativt material tillhandahållas som så småningom läggs åt sidan. Troligtvis kommer en del elever att sätta samman långa kedjor lite slumpmässigt till en början och kanske missa att kedjor med olika permutationer kan betraktas som samma kedja om endast antalet beaktas. Till exempel är $5+5+7+7$ lika många som $7+5+7+5$. Om däremot ordningen är viktig är detta exempel på olika kedjor. Om kedjorna till exempel ska föreställa halsband kanske eleverna tycker att ordningen är viktig. Jämför gärna antal möjligheter med hänsyn till ordning och utan.

Bra frågor att ställa kan vara:

- Hur vet du att du fått med alla möjligheter?
- Hur vet du att du inte fått med samma kedja flera gånger?

För att få överblick behövs någon form av systematik i undersökningen, gärna bokförd i en tabell som till exempel den här under som utgår från 7-kejdor och adderar horisontellt en 5-kedja i taget och vertikalt en 7-kedja i taget. Eftersom $5 \cdot 2 = 10$ kommer det snabbt att uppstå multiplar av 10 om vi adderar 5-kedjor. Därför är det strategiskt att utgå från antalet 7-kedjor och succesivt addera 5-kedjor.

Utifrån tabellen kan resonemang föras om olika mönster som uppstår. Till exempel att entalssiffran i summan är olika på de tio första talen i varje kolumn men att ordningen sedan upprepas. Be eleverna studera tabellen och komma med sina egna iakttagelser. Diskutera varför dessa uppstår.

7-bitar	+5	+10	+15	+20	…
7	12	17	22	27	
14	19	24	29	34	
21	26	31	36	41	
28	33	38	43	48	
35	40	45	50	55	
42	47	52	57	62	
49	54	59	64	69	
56	61	66	71	76	
63	68	73	78	83	
70	75	80	85	90	
77	82	87	92	97	
84	89	94	99	109	
…					

Ännu mer intressant blir uppgiften om några elever gör en motsvarande tabell över andra kombinationer av tal, till exempel om kedjorna som fanns består av 4 respektive 6 kulor. Vad blir lika och vad blir olika i de olika tabellerna? Varför? I fallet med 5 och 7 är det två primtal som adderas, medan i fallet 4 och 6 är det inte så.

Liknande problem: Ecolier 2020:22, Junior 2020:1

Problem 8 Fördela äpplen i korgar – medelvärde

Det här problemet kan lösas med hjälp av plockmaterial och att testa sig fram. Om eleverna behöver det så diskutera andra problemlösningsstrategier. Ett exempel är att ”arbeta baklänges”. Börja från slutet genom att räkna ut hur många det måste vara i varje korg om det ska vara lika många. Att addera alla och sedan dividera med antal korgar är att räkna ut medelvärde eller medeltal. När vi vet att det ska vara fem i varje korg är det i nästa steg enkelt att avgöra vilka som ska flyttas. Problemet är en bra inkörsport till medelvärdesbegreppet.

Liknande problem: Cadet 2019:9

Problem 12 Marias pappersbitar – arbeta vidare med programmering

Det här problemet lämpar sig för en jämförelse mellan olika lösningsstrategier. Dels kan problemet lösas framifrån genom att ett papper i taget klipps sönder och det totala antalet räknas. Dels kan det lösas bakifrån med utgångspunkt från antalet bitar som ökningen är.

Lösning med hjälp av en tabell:

Antal bitar	oklippta	klippta	totalt
10	10	0	10
1 av 10 klipps sönder	9	5	14
2 av 10 klipps sönder	8	10	18
3 av 10 klipps sönder	7	15	22
4 av 10 klipps sönder	6	20	26
5 av 10 klipps sönder	5	25	30
…			

Arbeta vidare med programmering:
Det här problemet lämpar sig bra att lösa med hjälp av programmering. Skapa en algoritm som beräknar hur antalet pappersbitar förändras när en pappersbit klipps i 5 mindre bitar.

1. Definiera en variabel A som utgör startvärdet (antal pappersbitar från början).
2. Identifiera en loop som innebär att 1 subtraheras och 5 adderas (alternativt att 4 adderas direkt om eleverna inser att det är samma sak).
3. Definiera en variabel B som håller reda på hur många gånger loopen ska köras (antal bitar som ska klippas sönder).
4. Låt antingen programmet köra igenom loopen tills B = A och skriva ut en lista över alla delresultat, eller be att programmet frågar efter det värde på B du vill veta.

Vill du att eleverna ska få en kod att utgå från kan du själv skapa programmet och sedan be eleverna ändra så att programmet istället räknar ut fallet när varje pappersbit klipps i sex mindre bitar eller i tre mindre bitar. Vad är det i programmet som behöver ändras?

Problem 14 Kängurufamiljen – illustrera ett samband i en graf

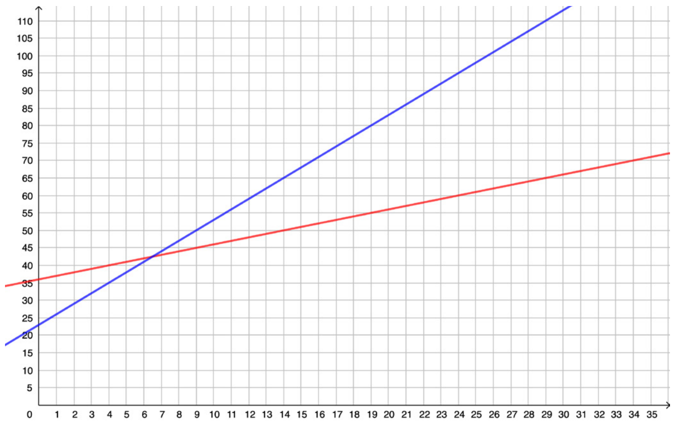
Det här problemet handlar om proportionell ökning. Pappans ålder är inte proportionell mot ungarnas ålder, men ökningen är proportionell. För varje ökning med 1 på pappans ålder ökar ungarnas sammanlagda ålder med 3.

Problemet skulle kunna lösas grafiskt. I ett koordinatsystem ritas två linjer, den ena representerar pappans ålder och en ökning med 1 per år, den andra ungarnas sammanlagda åldrar och en ökning med 3 per år. Lösningen på problemet finnes där linjerna korsar varandra, efter den punkten kommer ungarnas ålder att vara mer än pappans.

Är eleverna inte vana vid grafiska representationer kan ni göra den tillsammans. Rita ett stort koordinatsystem och be eleverna parvis beräkna och pricka ut lite olika åldrar på pappan och ungarna. Dra sedan linjerna och resonera om vad som händer där linjerna möts. Be sedan eleverna ställa frågor som kan besvaras med hjälp av grafen. Till exempel:

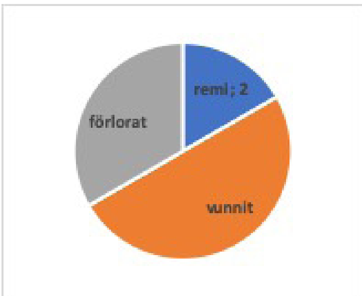
- Om hur många år är ungarna tillsammans 10 år äldre än sin pappa?
- Hur gammal är pappan när ungarna tillsammans är 100 år?

I bilden visas pappans ålder på den röda linjen och ungarnas ålder på den blå linjen, x-axeln visar antal år från nu.



Problem 22 Schackturnering – arbeta med bråk

Problemet handlar om att hantera bråkdelar. Avgörande är att eleverna förstår vilken helhet som avses. När det står ”av de partier han spelat hittills” är helheten ett okänt antal som troligen är mindre än 15. Be eleverna förklara för varandra hur de tänker här. Har de ord för att beskriva den okända helheten? Kan de rita den eller representera den på något annat sätt? Här handlar det om bråk som del av antal, medan eleverna kanske är mer vana vid att betrakta bråk som del av helhet. Ett sätt att koppla samman del av antal med del av helhet är att rita det här okända antalet som en area, och i den arean markera vad vi vet. Genom figuren kan vi nu se att ”förlorat” måste vara dubbelt så många som ”remi”, dvs 4, och att ”vunnit” måste vara 6. Sammantaget har han alltså spelat 12 partier och 3 återstår.



Uppmuntra eleverna att använda olika slags representationer och berätta för varandra hur dessa kan vara till hjälp när de löser ett problem.

Geometri och rumsuppfattning

Problem 1 Vilken bricka fattas?

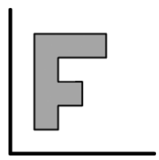
Be eleverna beskriva hur de resonerar, varför en bit passar in. Uppgiften blir på så sätt även språkutvecklande. En stegring av svårighetsgraden är att låta en elev titta på den stora bilden och försöka beskriva hur den biten som fattas bör se ut. En eller flera andra elever ska sedan gissa vilken av de föreslagna bilderna som passar in, eller själva rita den saknade bilden utifrån beskrivningen.

Liknande problem: Milou 2020:1, Ecolier 2020:1, Ecolier 2019:5

Problem 5 Spegling i en linje

Att arbeta med speglingar tränar rumsuppfattning och seende och är dessutom en kreativ och estetisk aktivitet. Den vanligaste spegelövningen är att rita fjärilsbilder, där symmetrilinjen ligger vertikalt mitt i bilden.

I det här problemet finns en ökad svårighet genom att linjen som bilden ska speglas i är ritad en bit från bilden. Det betyder att även avståndet mellan bildens delar och linjen är betydelsefullt. Arbeta vidare med att rita spegelbilder där speglingslinjen dras på olika ställen. Svårigheten kan också ökas genom att dra speglingslinjen på tvären. En rolig uppgift kan vara att be eleverna rita en enkel bild, sätta dit en speglingslinje och sedan byta med varandra för att rita in spegelbilden.



Liknande problem: Ecolier 2016:18, Benjamin 2017:17, 2010:2

Problem 9 Amys kub

Diskutera elevernas lösningar. Hur resonerar de? Vilka fler slutsatser kan de dra om kuben? Vilken figur finns till exempel, på nyckelpigans motsatta sida?

Här kan ni träna logiska resonemang genom att eleverna formulerar tydliga härledningar av typen: Eftersom musen, ankan, flugan och hunden alla finns på nyckelpigans närliggande sidor så kan ingen av dem finnas på nyckelpigans motsatta sida. Det innebär i så fall att elefanten måste vara på nyckelpigans motsatta sida.

Bilderna behöver sättas i relation till varandra. Det är en stor fördel att även fundera på hur bilderna är orienterade – vart pekar näsan? Arbeta med de geometriska begreppen motsatt sida och närliggande sida på kuben.

Liknande problem: Ecolier 2020:7, 2005:13, 2004:12, Benjamin 2016:22, 2003:10

Problem 23 Tornet

Låt eleverna beskriva hur tornet ser ut. Kan de identifiera och beskriva mindre delar av tornet som de tittar efter i alternativen? Hur pratar de om vad som syns från sidan eller uppifrån? Bygg tornet med stickor av två olika färg så att ni kan peka på de olika delarna. Använd er av begrepp som över, under, höger, vänster, öppen, sluten, uppifrån, underifrån. Finns det fler användbara lägesord?

Detta problem finns i flera klasser i år. Arbeta gärna med alla och jämför. Vilken är svårast? Varför?

Liknande problem: Ecolier 2020:8, Benjamin 2005: 18, Cadet 2020:11

Problem 13 Kuber – att förstå volymenheter

Att arbeta med kuber handlar om att få erfarenhet av hur volym mäts och beräknas. Ofta har eleverna konkreta erfarenheter av volymer mätt i liter, dl, ml eller hinkar. Vanligtvis är det vätskor eller material såsom mjöl och sand som de kunnat mäta på det viset. Dessa erfarenheter har väldigt liten koppling till hur volymer beräknas i andra sammanhang. Ska vi beräkna volymen av en låda eller ett rum multiplicerar vi längden x bredden x höjden. En volymenhet brukar anges som en kub med sidan 1. Vi mäter volym genom att fylla ett utrymme med sådana volymenheter.

En kub med sidan 1 dm kommer att ha en volym på 1 dm^3 vilket är detsamma som 1 liter. Genom att låta eleverna bygga större kuber av små kuber får de erfarenhet av det här sättet att mäta och ange volym. De behöver kunna se att volymen består av både de kuber som syns och de som göms inuti en kropp.

Be eleverna beskriva hur de räknar. Fråga hur många små kuber som finns i den stora kuben. Hur många små kuber skulle behövas om ni byggde en kub med fyra små kuber på bredden, höjden och längden? Eller ännu större? Elever behöver avancera från att tänka på de små kuberna som små separata enheter till att tänka på dem som rader av kuber och lager av kuber.

Liknande problem: Milou 2020:9, Ecolier 2019:16, 2003:10, Benjamin 2017:19, 2016:22, 2003:14, Cadet 2003:5

Problem 15 Akvarier – tre dimensioner i en volym

Det här problemet handlar också om upplevelse av volym som en sammansatt enhet i tre dimensioner, som beror av bredd, längd och höjd. Ofta reducerar vi mätning till en dimension. Till exempel kan ett litermått vara graderat i deciliter längs kanten så att när vi fyller på vatten kan vi läsa av volymförändringen på en höjdskala. Volymen förändras proportionellt mot höjden eftersom bottenarean (dimensionerna längd och bredd) på litermåttet hålls konstant. I det här problemet är endast en dimension densamma på alla bilder, det är akvariets kortsida. Eftersom akvariernas längd är olika kommer höjden på vattnet att bli olika för samma volym.

Resonera med eleverna om hur längd och höjd förhåller sig till varandra. Ju längre akvarium desto större bottenarea och därmed desto lägre vattennivå. Ju högre vattennivå desto mindre bottenarea, vilket innebär kortare längd på akvariet. Om eleverna har svårt för de här sambanden kan ni arbeta laborativt med enhetskuber av något slag och bygga rätblock som alla har samma kortsida men olika längd. Att kunna vrida på dessa och byta perspektiv är avgörande för att eleven ska förstå frågan som ställs.

Låt alla elever bygga ett valfritt rätblock av 48 kuber där bredden ska vara 2, men längd och höjd kan variera.

- Hur många olika rätblock kan vi bygga av 48 kuber som alla har en sida som är 2?
- Hur kan du veta säkert att vi har hittat alla möjligheter?

Eftersom 48 faktoriseras i $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ kan följande kombinationer finnas:

$2 \cdot 1 \cdot 24$ $\quad$ $2 \cdot 2 \cdot 12$ $\quad$ $2 \cdot 3 \cdot 8$ $\quad$ $2 \cdot 4 \cdot 6$

Om ni ska skilja på dimensionerna längd och höjd, vilket blir betydelsefullt om det till exempel är ett akvarium som har en given sida uppåt, då kommer det att finnas dubbelt så många möjligheter eftersom $2 \cdot 4 \cdot 6$ och $2 \cdot 6 \cdot 4$ är olika akvarier.

Problem 4 Avståndet mellan Astad och Bstad

Diskutera hur vägskyltar ska avläsas och vilka slutsatser som kan dras.

På dessa skyltar står enheten i km, men i verkligheten är enheten nästan alltid underförstådd. Påtala att i andra länder kan det vara andra mått som avses. Titta på andra vägskyltar och diskutera vad de anger.

Prata om vad som händer när man reser från en punkt till en annan. Det totala avståndet är hela tiden konstant, men avståndet till den punkt man har lämnat kommer att öka i samma takt som avståndet till målpunkten minskar. Rita en karta över ett fantasiland med många vägar och vägkorsningar, och sätt ut avståndskyltar vid alla vägkorsningar. Här kan eleverna upptäcka sambandet mellan addition och subtraktion och olika sätt att dela upp tal.

I uppgiften visar den sista skylten att det är 9 km till Astad och 4 km till Bstad, vilket är 2 km mer än den totala sträckan enligt övriga skyltar. Finns det någon plats där dessa skyltar skulle kunna vara riktiga? Diskutera orden *genväg* och *omväg* och skillnaden mellan *fågelvägen* och *bilvägen* mellan två städer.

Diskutera att de angivna avstånden på vägskyltar är avrundade, och approximativa.

Andra vägproblem: Ecolier 2018:22, Cadet 2020:9, Junior 2020:11

Problem 19 Kvadrater – nödvändig och tillräcklig information

För att lösa det här problemet behöver eleven vara lite systematisk och kunna arbeta stegvis. En svårighet är att ”läsa bilden”. Vad får vi reda på?

Be eleverna förklara vad det är de ser. Gör tillsammans en lista på all information som ni kan få ur bilden. Diskutera vilken information som behövs för att lösa problemet. En förutsättning är att eleverna vet vad en kvadrat är och kan använda den kunskapen i sitt resonemang. Eftersom bredden är 28 måste höjden vara 28 osv.

Diskutera med eleverna om problemet går att lösa även om någon information tas bort. Hade vi kunnat lösa problemet om vi inte visste att de tre små kvadraterna var kvadrater? Varför inte?

Liknande problem: Ecolier 2020:24, Benjamin 2018:8, 2001:15, Cadet 2020:3

Problem 10 Vilken väg är kortast? – geometri blir algebra

Den här uppgiften handlar om att kunna jämföra längder utan att mäta dem. Resonemanget kan ses som en tidig ingång till ekvationslösning. Vill du göra den kopplingen kan ni tillsammans hjälpas åt att införa en symbolisk representation av de olika vägarna. Be eleverna om förslag på vad delsträckorna kan kallas och hur de kan representeras. Till exempel så här:

> De raka vägbitarna är alla lika långa, vi kan kalla längden på en sådan vägbit för R.
> Alla cirkelbågslängderna är ¼ av omkretsen, med vi har tre olika omkretsar.
> Våra längder är:
> A: en fjärdedel av den yttersta cirkeln
> B: en fjärdedel av mellancirkeln
> C: en fjärdedel av den inre cirkeln
> Vi vet att $A > B > C$.

Om vi nu ska jämföra svarsalternativen C och E kan vi beskriva vägen så här:
Figur $C = R + B + R + A + R + B + R + C + C + R$ om vi följer vägen utifrån och in.
Lite mer överskådligt kan vi beskriva den så här: $5R + A + 2B + 2C$

Figur $E = R + B + R + A + A + R + B + R + C + R$, eller lite enklare som: $5R + 2A + 2B + C$

När vi jämför figur C och figur E med varandra så ser vi att:
$5R + A + 2B + 2C > 5R + 2A + 2B + C$ (subtrahera de som är samma i båda figurerna) eftersom $A > C$, vilket innebär att vägen i figur C är längre än vägen i figur E

Vi kan utföra resonemanget och svara på frågan utan att behöva ta reda på de exakta måtten. Resonemanget här är algebraiskt eftersom det handlar om obekanta tal. Representationen blir algebraisk när den överföras till symboler som representerar tal. I detta fall är talen de okända måttet på delsträckorna.

Algebra

Problem 20 Balansvågen – ett ekvationssystem

Balansvågen är en grundmetafor för likhetstecknets betydelse som en relation. Om vågen är i balans råder jämvikt och båda sidorna har samma värde. I det här fallet får vi föreställa oss att de olika kropparna har olika vikt. Idén med balansvågen är att vi kan ta bort samma värde på båda sidor utan att ändra jämvikten. Vi kan också lägga till samma värde på båda sidor utan att ändra jämvikten. I all sin enkelhet är det här ett konkret exempel på lösning av ett ekvationssystem. Jämför med följande ekvationssystem som är exakt samma problem men skrivet med algebraiska symboler:

$a+b=2c+d$
$3d=c+2a$

Vi vill nu veta vad $b+2d$ är lika med.

Addera vänstersidorna och högersidorna var för sig, likheten består.
$a+b+3d=2a+3c+d$

Nu ser vi att vi kan subtrahera $1a$ och $1d$ från båda sidor och får kvar:
$b+2d=a+3c$

Om ni för ett liknande resonemang tillsammans i klassen kan eleverna försöka lösa enklare ekvationssystem som till exempel det här:

Björn är 13 år äldre än Anna. Om 5 år fyller Anna 50. Hur gammal är Björn idag?
Sätt Björns ålder till b och Annas ålder idag till a.

$b=a+13$
$a+5=50$

Addera båda sidor var för sig:
$a+b+5=a+50+13$

Subtrahera $a+5$ från båda sidor:
$b=58$

Även om den här sortens algebra inte förväntas av en elev i den här åldern kan det vara nyttigt att visa hur konkreta erfarenheter av jämvikt kan beskrivas med matematiskt symbolspråk. Arbeta vidare med andra balansuppgifter och utmana eleverna att beskriva lösningen med symboler.

Liknande problem: Benjamin 2019:20

Logiskt tänkande och problemlösningsstrategier

Problem 6 Flerfärgsproblem

Problemet är inte så svårt att lösa om man testar sig fram. Troligen kommer båda varianterna att finnas bland eleverna. Diskutera varför det finns två lösningar. Varför finns det inte fler sätt?

Introducera gärna det klassiska ”Fyrfärgsproblemet”

> Hur många olika färger behövs för att kunna färglägga en karta över att antal områden så att inte två områden som gränsar till varandra får samma färg?

Problemet var löst redan på 1800-talet, det behövs fyra färger. Det svåra är att bevisa att fyra färger alltid kommer att räcka. Det dröjde ända till 1976 innan ett bevis kunde formuleras.

Låt eleverna färglägga en karta med så få färger som möjligt så att inte två färger gränsar till varandra. Berätta sedan om fyrfärgsproblemet.

Liknande problem: Ecolier 2020:9, 2019:22, Benjamin 2010:20, 2018:13, Cadet 2019:20, 2019:22

Problem 16 Sant eller inte sant – logiska resonemang

> En älva och ett troll träffas i skogen. Trollet ljuger alltid, men älvan talar alltid sanning. Båda har precis sagt samma sak. Vad kan de har sagt?
>
> (A) Jag talar sanning (B) Du talar sanning (C) Vi talar båda sanning
> (D) Jag ljuger alltid (E) Endast en av oss talar sanning.

Det här är ett klassiskt filosofiskt problem. Matematiken betraktades förr som ett filosofiskt ämne, där logik är en viktig del. Det enda sättet att lösa det här problemet är att testa de olika alternativen och fundera på om det uppstår en paradox. Problemet är en bra inkörsport till förståelse för dubbla negationer om man talar om att ljuga i det här sammanhanget är detsamma som att inte tala sanning.

Om trollet alltid ljuger vad menar han då när han säger ”jag ljuger alltid”? I så fall måste det han säger vara sant, men med det kan ju inte vara sant eftersom han alltid ljuger. Trollet kan alltså aldrig säga att han alltid ljuger om han alltid ljuger.

Liknande problem: Ecolier 2019:23, 2005:18

Problem 17 Vända brickor – fundera över förutsättningar.

Det här är ett klassiskt problem som handlar om att kunna se framför sig vad som kommer att hända, och att hitta den enklaste vägen fram. En av svårigheter kan vara att förstå problemets villkor.

- Man måste alltid vända 3 brickor
- Man behöver inte vända brickor som ligger intill varandra.
- Man behöver inte vända brickor som har samma färg.

Försök att ändra villkoren och se vad som händer då, till exempel:

- Om du alltid måste vända tre brickor som ligger intill varandra, vilket är då det minsta antal drag du behöver göra för att resultatet ska bli att alla brickor har samma färg uppåt?
- Om du alltid måste vända tre brickor som har samma färg uppåt, så finns det ingen lösning. Hur kan vi veta det?

Liknande problem: Benjamin 2017:21

Problem 21 Beställa glass – systematisera din data

Det här problemet verkar svårt bara för att det är många saker att hålla reda på. Att arbeta med den här typen av problem handlar om att systematisera sina data. Då är någon form av tabell oftast ett bra redskap. Istället för att ge eleverna färdiga tabeller kan ni gemensamt diskutera hur en lämplig tabell kan se ut för det aktuella problemet. Det finns olika sätt att göra tabeller, men gemensamt för dem alla är att de ska vara tydliga att avläsa.

Variera svårighetsgraden på den här sortens problem genom att variera mängden information. Alla elever behöver få träna på att hitta ett bra sätt att organisera och systematiska information. Elever som behöver större utmaningar kan få mer information att hantera.

Liknande problem: Ecolier 2020:16, 2020:18